INTRODUZIONE ALLA TURBOLENZA ATMOSFERICA

Concetti, Stime e Misure

Roberto Sozzi *(ARPA Lazio)*
Teodoro Georgiadis *(CNR-IBIMET, Bologna)*
MauroValentini *(ARPA Lombardia)*

Milano/Bologna - 2002

Al Prof. Lorenzo Panizzo Durán
(Universidad Nacional de Colombia - Bogotá)

PREFAZIONE

Roberto Sozzi
Teodoro Georgiadis
Mauro Valentini

Milano , Bologna 2002

RINGRAZIAMENTI

Come in quasi tutte le opere, ma più in particolare in quelle che si sviluppano con l'ausilio di molteplici mani, come evidentemente è questa, ogni autore porta un patrimonio personale di amicizie che hanno dapprima interagito con lui e poi, dipanandosi il lavoro dall'embrione iniziale fino alla forma finale, con tutti gli altri autori in un complesso rapporto di contributi fondamentali che è difficile a opera ultimata ascrivere a qualcuno. Gli autori ringraziano tutti costoro per la loro opera compiuta in schietta e silenziosa amicizia. Vi sono però altri contributi che per costanza, metodicità ed abnegazione non possono rimanere anonimi e appartengono a quella categoria senza la quale l'opera realmente non avrebbe potuto vedere la luce.

Il primo ringraziamento va doverosamente al Prof. Lorenzo Panizzo Durán, professore di Oceanografia (e non solo di questo, come ben sanno i suoi numerosi allievi!) all'Universidad Nacional de Colombia di Bogotà non solo per i continui stimoli alla realizzazione di questo libro, ma soprattutto per il coraggio dimostrato nell'organizzare presso questa Università un corso (il primo in Colombia e sicuramente uno dei primi in America Latina) comprendente tutti gli argomenti trattati in questo libro, che è stato di fondamentale importanza nel convincerci che il libro andava scritto e che la lingua da utilizzare doveva essere lo spagnolo. A questo fantastico amico e a *questo amante intelligente dell'ambiente* (come lo dimostrano le sue ormai mitiche lezioni universitarie che hanno incantato generazioni di studenti) il primo grazie di cuore.

Un altro ringraziamento va agli amici dell'IDEAM (Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales) di Bogotá (Colombia) ed in particolare al Dott. Pablo Leyva, al Dott. Daniel Pabón e al Dott. Franklyn Ruiz per aver accolto uno degli autori all'IDEAM per un lungo periodo e per avergli permesso di lavorare in piena libertà su come mettere in pratica in un ente di tal genere quanto abbiamo cercato di presentare in questo libro.

Non possiamo inoltre dimenticare l'aiuto che ci hanno dato la Prof. Olga Nasello ed i fantastici colleghi del FAMAF (Facultad de Astronomía, Matematica y Física) dell'Università di Cordoba (Argentina) durante un corso di Dottorato che essi hanno affidato ad uno degli autori, consentendo di far evolvere la precedente stesura del libro fino allo stato attuale.

Dopo i ringraziamenti *latino-americani*, ora dobbiamo fare i *ringraziamenti italiani*. Vanno quindi i nostri ringraziamenti alla Dott.ssa Marianna Nardino, assegnista di ricerca del Consiglio Nazionale delle Ricerche italiano, che ha completamente curato la revisione scientifica delle bozze controllando formulazione per formulazione, metodologia per metodologia, suggerendo di volta in volta cambiamenti che rendessero più fruibile il testo e al Sig. Francescopiero Calzolari, contrattista del Consiglio Nazionale della Ricerche, che, quale *maestro d'arme*, ha reso possibile l'espletamento di una grande parte delle misure che rientrano in questo libro come esempi sperimentali a supporto della teoria. Che dire poi della Dott.ssa Federica Rossi, primo ricercatore del

Consiglio Nazionale delle Ricerche, stimolo continuo alla ricerca nel settore; insostituibile compagna di lavoro, sempre pronta a darci un consiglio e *sempre quello giusto*.

Non possiamo dimenticare infine gli amici della società Servizi Territorio (ed in particolare all'ing. Daniele Fraternali) in cui attualmente lavora uno degli autori, per l'aiuto e la comprensione dimostrata durante tutti questi anni in cui è maturata e si è sviluppata l'idea che ha portato alla realizzazione di questo libro.

Da ultimo, un grazie a Federica Sozzi per lo sforzo costante dimostrato nella correzione delle bozze di questo libro e nell'oscura attività editoriale senza la quale questo libro non avrebbe mai visto la luce.

INDICE

1. INTRODUZIONE AL PLANETARY BOUNDARY LAYER 1

1.1 Le basi fisiche per la descrizione del PBL 2
1.1.1 Le variabili cinematiche del PBL 3
1.1.2 Le variabili termodinamiche 4
1.1.2.1 Caratteristiche dell'aria secca 5
1.1.2.2 Caratteristiche dell'aria umida 7
1.1.3 L'equazione idrostatica 11
1.1.4 La definizione di temperatura potenziale 12
1.1.5 La stabilità statica 15
1.1.6 La temperatura potenziale virtuale 17

1.2 Le peculiarità del PBL 18
1.2.1 Introduzione al moto dei fluidi viscosi 18
1.2.1.1 Moto di fluidi non viscosi 18
1.2.1.2 Moto di fluidi viscosi 18
1.2.2 Il moto turbolento 22
1.2.3 La fenomenologia della turbolenza del PBL 26
1.2.3.1 Il PBL Convettivo 27
1.2.3.2 Il PBL Stabile 31
1.2.3.3 Il ciclo giornaliero del PBL 33

1.3 Introduzione allo studio della turbolenza del PBL 34
1.3.1 L'analisi statistica della turbolenza 36
1.3.1.1 Visione stocastica delle variabili meteorologiche 36
1.3.1.2 L'ipotesi di Reynolds e la definizione di media 40
1.3.1.3 Determinazione pratica dei momenti di interesse 42
1.3.1.4 L'ipotesi di Taylor o del congelamento della turbolenza 44
1.3.1.5 Le funzioni di struttura 46
1.3.1.6 L'energia cinetica turbolenta 47
1.3.1.7 Flussi cinematici e flussi turbolenti 48
1.3.2 Primi elementi di analisi spettrale della turbolenza 53
1.3.2.1 Le evidenze sperimentali 53
1.3.2.2 Le scale della turbolenza 55
1.3.2.3 Parametri caratteristici della turbolenza atmosferica 57

2. MODELLO MATEMATICO DEL PBL 59

2.1 Le equazioni per le variabili istantanee 60
2.1.1 L'equazione di continuità 60
2.1.2 Le equazioni di Navier-Stokes 62
2.1.3 L'equazione di stato dei gas 64
2.1.4 La prima legge della termodinamica 64
2.1.5 La conservazione dell'umidità 65

2.1.6 La conservazione di una quantità scalare *65*
2.1.7 Osservazioni *66*

2.2 Le equazioni per le variabili medie **66**
2.2.1 Proprietà della media *67*
2.2.2 L'equazione di stato *68*
2.2.3 L'equazione di continuità *68*
2.2.4 La conservazione della quantità di moto *69*
2.2.5 La conservazione del calore *72*
2.2.6 La conservazione dell'umidità *72*
2.2.7 La conservazione di uno scalare *73*
2.2.8 Riepilogo delle relazioni ottenute *73*

2.3 Le equazioni per i momenti del secondo ordine **74**
2.3.1 La varianza della temperatura *75*
2.3.2 Il bilancio dell'energia cinetica turbolenta *76*

2.4 Il problema della chiusura **78**
2.4.1 Chiusura locale *80*
2.4.1.1 Chiusura locale del primo ordine (chiusura di tipo K). 80
2.4.1.1.1 Formulazione della chiusura e coefficienti di diffusività turbolenta 80
2.4.1.1.2 Il modello di Ekman 86
2.4.1.2 Chiusura locale del secondo ordine 89
2.4.1.2.1 Chiusura di Mellor-Yamada 89
2.4.1.2.2 Chiusura k-ε 95
2.4.1.2.3 Osservazioni 95
2.4.1.3 Chiusure locali di ordine superiore 95
2.4.2 Chiusura non locale *96*
2.4.2.1 Generalità 96
2.4.2.2 Il modello di Pleim e Chang 97
2.4.2.3 Il transilient model di Stull 100
2.4.2.3.1 Basi del modello 100
2.4.2.3.2 Implementazione del modello di Stull 102

2.5 Osservazioni conclusive **105**

3. ANALISI ENERGETICA DEL PLANETARY BOUNDARY LAYER 107

3.1 La radiazione solare (radiazione ad onda corta) **107**
3.1.1 Principi base della propagazione radiativa di energia. *107*
3.1.1.1 Caratteristiche della propagazione delle onde elettromagnetiche 107
3.1.1.2 Emissione di energia elettromagnetica da corpi caldi 108
3.1.1.3 Emissione di radiazione da corpi sferici 109
3.1.1.4 Assorbimento, riflessione e trasmissione 110
3.1.2 La radiazione ad onda corta *111*
3.1.2.1 Alcune considerazioni astronomiche 111
3.1.2.2 Irradianza solare alla sommità dell'atmosfera 114
3.1.2.3 Irradianza in atmosfera ed al suolo 115

3.2 La radiazione ad onda lunga **122**
3.2.1 La radiazione atmosferica *122*
3.2.2 La radiazione terrestre *124*

3.3 Il bilancio radiativo e la radiazione netta 126

3.4 Il flusso di calore nel terreno 128

3.5 Bilancio energetico superficiale 133

4. TEORIA DELLA SIMILARITÀ 137

4.1 Fondamenti teorici 138

4.2 Esempio didattico di applicazione dell'Analisi di Similarità 141

4.3 La Similarità di Monin-Obukhov 144

4.3.1 Generalità 144
4.3.2 Relazione di Similarità per la velocità del vento ed il suo gradiente 145
4.3.3 Relazione di Similarità per la temperatura potenziale virtuale ed il suo gradiente 148
4.3.4 Relazione di Similarità per l'umidità dell'aria ed il suo gradiente 149
4.3.5 Relazioni di Similarità per la deviazione standard delle componenti del vento 150
4.3.5.1 Deviazione standard della componente verticale del vento 150
4.3.5.2 Deviazione standard delle componenti orizzontali del vento 152
4.3.6 Relazione di Similarità per la deviazione standard e la skewness della temperatura 153
4.3.7 Relazione di Similarità per la deviazione standard dell'umidità 156
4.3.8 Relazione di Similarità per la dissipazione di energia cinetica turbolenta 156
4.3.9 Relazione di Similarità per i parametri di struttura 157
4.3.10 Parametri derivati 161
4.3.10.1 Coefficienti di scambio turbolento e numeri di Richardson 161
4.3.10.2 Coefficienti di drag e le resistenze aerodinamiche 162
4.3.10.3 Coefficienti di correlazione lineare 163

4.4 Teoria della Similarità per l'intero PBL 165

4.4.1 Il profilo verticale del vento 165
4.4.2 Il profilo verticale della temperatura potenziale 167
4.4.3 Il profilo verticale della varianza delle componenti del vento 168
4.4.3.1 Il profilo verticale della varianza della componente verticale del vento 168
4.4.3.2 Il profilo verticale delle componenti orizzontali del vento 169
4.4.4 Il profilo verticale della varianza della temperatura potenziale 170
4.4.5 Il profilo verticale della dissipazione dell'energia cinetica turbolenta 171
4.4.6 Il profilo verticale della skewness della componente verticale del vento 171
4.4.7 Il profilo verticale dello stress di Reynolds 171

4.5 Osservazioni conclusive 172

5. ANALISI SPETTRALE DELLA TURBOLENZA DEL PBL 173

5.1 Spettri e cospettri temporali 173

5.2 Spettri spaziali **177**

5.3 Spettri nell'inertial subrange **181**

5.4 Spettri nello Strato Superficiale **182**
5.4.1 Relazioni di Similarità nell'intertial subrange *183*
5.4.2 Modelli spettrali per lo Strato Superficiale *185*
5.4.2.1 Spettro della componente verticale del vento 185
5.4.2.2 Spettro delle componenti orizzontali del vento 189
5.4.2.3 Spettro della temperatura potenziale 191
5.4.2.4. Cospettri 192
5.4.2.5 Parametri di struttura e spettri 193

5.5 Modelli spettrali per l'intero PBL **194**
5.5.1 Spettri delle componenti del vento *194*
5.5.2 Spettro della temperatura potenziale *196*
5.5.3 Cospettri *196*

5.6 Cenni all'analisi spettrale lagrangiana **197**

6. IL PBL IN CONDIZIONI DI OMOGENEITA' SUPERFICIALE 199

6.1 Lo strato superficiale **199**
6.1.1 La rugosità superficiale *199*
6.1.2 Il meccanismo di ripartizione superficiale della radiazione disponibile *203*
6.1.2.1 Il Modello di Penmann-Monteith 204
6.1.2.2 Il Modello di Priestley-Taylor modificato 206

6.2 Il PBL Convettivo **207**
6.2.1 Le strutture coerenti *207*
6.2.2 L'altezza del PBL Convettivo *212*
6.2.2.1 Il modello termodinamico 212
6.2.2.2 Il modello bulk. 215

6.3 Il PBL stabile **220**
6.3.1 I profili verticali delle principali variabili meteorologiche *221*
6.3.1.1 La Teoria della Similarità Locale 222
6.3.2 L'altezza del PBL Stabile *225*
6.3.3 Low Level Jet *228*
6.3.4 Onde di gravità *229*

7. IL PBL IN SITUAZIONI SUPERFICIALI ETEROGENEE 231

7.1 Il PBL Marino **231**
7.1.1 Il Bilancio di Radiazione *232*
7.1.2 Il Bilancio di Energia *233*
7.1.3 Trasferimento di quantità di moto *236*
7.1.4 Parametrizzazione degli scambi aria-mare *237*
7.1.5 Profili delle variabili meteorologiche e turbolenza nel PBL marino *239*

7.2 Il PBL e le discontinuità superficiali **240**
7.2.1 Discontinuità nella rugosità superficiale *240*
7.2.2 Discontinuità nel flusso di calore sensibile *243*

7.3 Superficie coperta dalla vegetazione **247**
7.3.1 Caratteristiche generali *247*
7.3.2 La specificità delle foglie *250*
7.3.3 Piante, coltivazioni, frutteti e foreste *252*
7.3.4 Flussi sopra la vegetazione *257*
7.3.5 La situazione entro il canopy vegetale *258*

7.4 L'ambiente urbano **262**

8. MODELLI NUMERICI DEL PBL **269**

8.1 I modelli Prognostici **270**
8.1.1 Generalità *270*
8.1.2 Selezione delle equazioni del modello e scelta della chiusura *271*
8.1.2.1 I modelli "Full Simulation" 271
8.1.2.2 I modelli LES 271
8.1.2.3 I modelli integrali 271
8.1.2.4 I modelli prognostici operazionali 272
8.1.3 Introduzione ai metodi numerici di integrazione del modello di PBL *276*
8.1.3.1 L'approssimazione alle differenze finite delle equazioni differenziali 277
8.1.3.2 L'avvezione 282
8.1.3.3 La diffusione 285
8.1.3.4 L'equazione che contiene il termine di sorgente 287
8.1.3.5 L'equazione del bilancio di massa 287
8.1.3.6 L'operazione di splitting 288
8.1.3.7 L'algoritmo risolutivo completo 289
8.1.3.8 Il modello del suolo 290

8.2 I modelli diagnostici **291**
8.2.1 Generalità *291*
8.2.2 Il modello di ricostruzione del campo di vento a divergenza nulla (mass-consistent model) *291*
8.2.2.1 Le basi teoriche del metodo 291
8.2.2.2 Metodo numerico di risoluzione 296
8.2.2.3 Determinazione dei moduli di precisione di Gauss 301
8.2.2.4 Determinazione del campo iniziale interpolato 302
8.2.3 Ricostruzione diagnostica del parametri caratteristici del PBL *304*
8.2.4 Ricostruzione diagnostica dei campi scalari di interesse *305*
8.2.5 Osservazioni conclusive *306*

8.3 Meteorologia per i modelli stazionari di dispersione degli inquinanti in atmosfera **306**
8.3.1 La turbolenza atmosferica per i modelli di dispersione stazionari *307*
8.3.2 Il profilo verticale del vento e della temperatura *311*
8.3.3 Il concetto di preprocessore meteorologico. *312*

9. TECNICHE PER L'OSSERVAZIONE DEL PBL 313

9.1 Concetti di base 313
9.1.1 Il Sistema di Misura Ideale 313
9.1.2 Il Sistema di Misura Reale 314

9.2 Panoramica dei Sistemi di Misura 316

9.3 Architettura di una stazione meteorologica 318

9.4 La Catena di Misura 319

9.5 Il Trasduttore Primario 320
9.5.1 Caratteristiche statiche di un trasduttore primario 320
9.5.2 Caratteristiche dinamiche di un trasduttore primario 322
9.5.2.1 Trasduttore del Primo Ordine 324
9.5.2.2 Trasduttore del Secondo Ordine 328
9.5.2.3 Considerazioni pratiche 330

9.6 Il trasduttore secondario 331

9.7 Il convertitore Analogico/Digitale 334

9.8 Sensori per le stazioni meteorologiche al suolo 337
9.8.1 Misure del vento 337
9.8.1.1 Anemometro a coppe 338
9.8.1.2 Anemometro a banderuola (vane) 342
9.8.1.3 Anemometro ad elica (propeller) 344
9.8.1.4 Anemometro ultrasonico 349
9.8.1.5 Anemometro a filo caldo. 355
9.8.2 Misura della temperatura dell'aria 358
9.82.1 Termocoppie 358
9.8.2.2 Termoresistenze 365
9.8.2.3 Termistori 368
9.8.2 Misura dell'umidità dell'aria 369
9.8.3.1. Igrometri a risposta lenta 369
9.8.3.2. Igrometri a risposta veloce 372
9.8.4 Misura della pressione atmosferica 374
9.8.5 Misura delle precipitazioni 375
9.8.6 Misura della radiazione solare e terrestre 376
9.8.6.1 Radiazione solare globale 376
9.8.6.2 Radiazione solare netta 378
9.8.6.3 Alcuni elementi fisici sui radiometri 379
9.8.7 Misura del flusso di calore nel suolo. 380
9.8.8 Criteri di localizzazione dei sensori. 382
9.8.8.1 Criteri per il lay-out di una postazione di misura 382
9.8.8.2 Criteri per la scelta dei punti di misura 384

9.9 Sondaggi in quota 386
9.9.1 I palloni pilot 386
9.9.2 Le radiosonde 389
9.3.3 Il pallone frenato 389

9.10 Sistemi Remote sensing 390
9.10.1 Il SODAR 390
9.10.2 Il RASS 394

9.10.3 Wind Profiler *397*

9.11 Elaborazioni di base dei dati meteorologici **398**
9.11.1 Il Software di gestione della stazione meteorologica *398*
9.11.1.1 Inizializzazione 400
9.11.1.2 Allineamento temporale 402
9.11.1.3 Creazione della marca temporale 402
9.11.1.4 Cicli di acquisizione 402
9.11.2 Elaborazione di base dei dati *403*
9.11.2.1 Elaborazione primaria di misure scalari 403
9.11.2.2 Elaborazione primaria delle misure convenzionali di vento 405
9.11.3 Controllo di qualità delle elaborazioni primari. *407*
9.11.4 Stima dei parametri che caratterizzano la turbolenza del PBL *410*
9.11.5 Presentazione dei dati ed analisi temporale *410*
9.11.6 Archivio locale dei dati *412*
9.11.7 La trasmissione dei dati *413*
9.11.8 Il centro meteorologico di controllo *413*

10 STIMA DEI PARAMETRI DELLA TURBOLENZA ATMOSFERICA 415

10.1 Stima dei parametri di rugosità superficiale **415**
10.1.1 Stima della lunghezza di rugosità relativa allo scambio di quantità di moto *416*
10.1.1.1Metodi ad un livello di misura 416
10.1.1.2 Metodi a più livelli di misura 418
10.1.2 Stima della lunghezza di rugosità relativa allo scambio di calore sensibile e ad una generica variabile scalare. *420*
10.1.3Determinazione del zero-plane displacement height *421*
10.1.4 Osservazioni conclusive *423*

10.2 Metodi per la stima dei parametri della turbolenza atmosferica **423**
10.2.1 Metodo Eddy-Covariance *423*
10.2.1.1 Elementi di base 423
10.2.1.2 Scelta della quota di misura 425
10.2.1.3 Rotazioni del sistema di assi cartesiani 427
10.2.1.4 Scelta del concetto di media e definizione del tempo di mediazione 430
10.2.1.5 Scelta della frequenza di campionamento e problema del volume di mediazione. 433
10.2.1.6 Correzioni per i sensori non ideali. 435
10.2.1.7 Stima dei parametri della turbolenza dello Strato Superficiale 438
10.2.1.8 Problemi nell'impiego dell'anemometro sonico in una stazione ECM 441
10.2.1.9 Altri problemi 442
10.2.1.10 Metodologia per la utilizzazione pratica del metodo Eddy-Covariance 444
10.2.2 Metodi basati sul Bilancio Energetico Superficiale. *446*
10.2.2.1 Il Metodo di Holtslag e Van Ulden originale 447
10.2.2.2 Il Metodo del Rapporto di Bowen 451
10.2.2.3 Il Nuovo Metodo di Holtslag. 452
10.2.3 Metodo dei profili e dei gradienti entro il SL *454*
10.2.3.1 Generalità 454
10.2.3.2 Il metodo dei gradienti 455
10.2.3.3 Il metodo dei profili 458
10.2..4 I metodi Flux-Variance *463*
10.2.4.1 La tecnica di base 464

10.2.4.2 Tecniche avanzate 466
10.2.5 Metodo Surface Renewal. *474*
10.2.6 Metodi Spettral. *476*
10.2.6.1 Generalità 476
10.2.6.2 Costruzione dello spettro di una variabile meteorologica 476
10.2.6.3 Costruzione dei cospettri di due variabili meteorologiche 485
10.2.6.4 Metodi spettrali diretti 485
10.2.6.5 Metodi spettrali indiretti 488
10.2.7 Metodi applicabili a misure SODAR *490*

10.3 Stima del flusso di calore all'interfaccia suolo-aria **493**

10.4 Determinazione dell'altezza verticale del PBL **495**
10.4.1 Determinazione dell'estensione verticale del PBL convettivo *496*
10.4.1.1. Stima dai radiosondaggi 496
10.4.1.2 Stima dai sistemi remote sensing 498
10.4.2 Determinazione dell'estensione verticale del PBL Stabile *498*

Appendice 10.1 **500**
Appendice 10.2 **503**

BIBLIOGRAFIA **505**

1 INTRODUZIONE AL PLANETARY BOUNDARY LAYER

L'Atmosfera terrestre, come noto, è quello strato gassoso che circonda completamente la Terra. Le caratteristiche chimico-fisiche che la contraddistinguono non sono omogenee; al contrario, risulta invece immediatamente evidente la presenza di diverse *stratificazioni* sovrapposte le une alle altre, ognuna con caratteristiche ben definite. Di tutti questi strati, quello su cui è opportuno concentrare l'attenzione è lo strato di atmosfera a diretto contatto con la superficie terrestre cioè la *Troposfera*. Lo studio sistematico delle caratteristiche dinamiche e termodinamiche dell'atmosfera in generale e della Troposfera in particolare è compito della Meteorologia. Per una trattazione elementare sull'argomento si rimanda a Stull (1995), mentre, per chi fosse interessato ad approfondire l'argomento, i testi consigliati sono Dutton (1995) e Holton (1992).

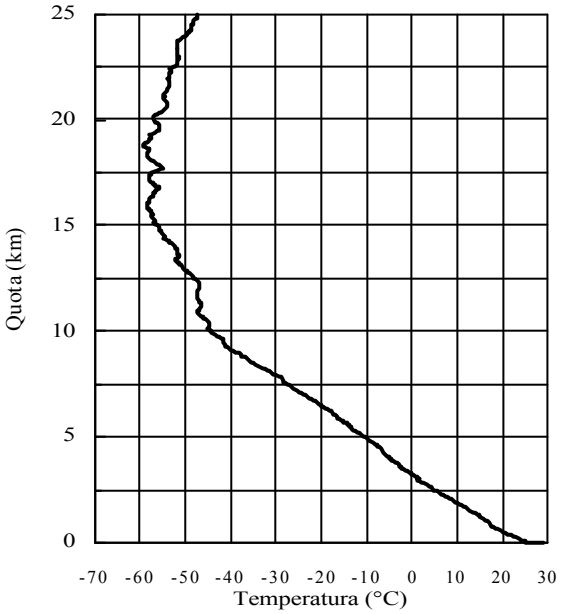

Fig. 1.1: profilo verticale della temperatura (30/9/2000, 12GMT, Milano Linate-Italia).

Se si considera il profilo verticale di temperatura ottenuto in uno dei radiosondaggi che viene realizzato dai Servizi Meteorologici Nazionali (un esempio è riportato nella *Fig.1.1*), lo strato di Atmosfera caratterizzato da un pressoché continuo gradiente negativo di temperatura è proprio la Troposfera, al cui termine la temperatura inizia una lenta risalita. Se si concentra l'attenzione sui primi chilometri di Troposfera (come si è fatto nella *Fig.1.2* in cui è presentato il profilo già riportato in *Fig.1*, ma limitato ai primi 2000 metri) si nota una discontinuità evidente del profilo di temperatura. Lo strato di atmosfera compreso tra il suolo e questa discontinuità prende il nome di *Planetary Boundary Layer (PBL)* o *Atmospheric Boundary Layer*. La vita dell'uomo e le sue attività sono concentrate in questo spazio fisico ed in tale zona di atmosfera è concentrato la maggioranza delle emissioni inquinanti sia di origine naturale che derivanti dalle attività umane.

Il *PBL* è stato definito (Stull, 1989) come quella *porzione di troposfera direttamente influenzata*

dalla superficie terrestre e che risponde alle immissioni di energia da essa provenienti con scale temporali dell'ordine dell'ora. Questa definizione diventerà sempre più chiara quanto più ci si addentrerà nello studio della evoluzione spazio-temporale del *PBL* e delle sue forzanti. Per il momento si può anticipare che le principali perturbazioni indotte dal suolo sul *PBL* sono costituite dall'attrito delle masse d'aria in movimento sopra la superficie terrestre, e dalle distorsioni indotte al flusso delle masse d'aria a causa della presenza dell'orografia, dall'evapotraspirazione, dal trasferimento di calore dal suolo all'aria e dall'immissione di inquinanti prodotti sulla superficie terrestre a causa delle attività umane o dai fenomeni naturali (es. eruzioni vulcaniche, ecc.).

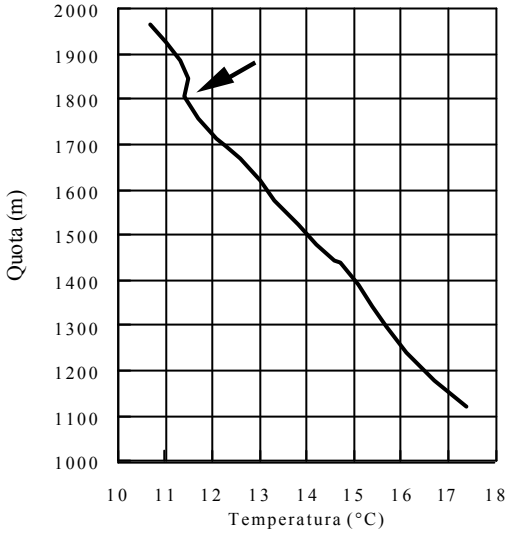

Fig. 1.2: profilo verticale della temperatura nella prima parte della Troposfera (30/9/2000, 12GMT, Milano Linate (Italia).

Lo spessore di tale strato è variabile nel tempo e nello spazio e può andare da alcune centinaia di metri (nelle ore notturne) a qualche chilometro (nelle ore di massimo soleggiamento). Normalmente tale variabilità temporale presenta un pronunciato ciclo diurno che evidenzia come il *PBL* possa essere considerato (Sorbjan, 1989) come un'enorme *macchina termica* che *trasforma l'energia solare* disponibile (che funge, in analogia con i processi termici, da combustibile) in *movimento delle masse d'aria*. L'obiettivo principale di questo Capitolo è da un lato la definizione delle principali variabili che consentono la descrizione quantitativa del *PBL* e dall'altro una descrizione qualitativa dello stesso sulla base dei risultati teorici e sperimentali finora ottenuti.

1.1 LE BASI FISICHE PER LA DESCRIZIONE DEL PBL

La *Micrometeorologia* è la scienza che studia l'evoluzione spazio-temporale del *PBL*. Essa è evidentemente una delle discipline che collettivamente vengono indicate col termine Meteorologia, anche se non si interessa della dinamica e della termodinamica della Troposfera, ma si limita ad analizzare nel dettaglio il *PBL*. Si distingue quindi dalle altre parti della Meteorologia per le finalità diverse e per i diversi metodi adottati.

Per una descrizione quantitativa dell'evoluzione spazio-temporale del *PBL* è necessario definire il *sistema fisico* che lo rappresenta e le *variabili fisiche* che ne definiscono lo *stato*. Perciò è utile introdurre alcune definizioni di base qui di seguito riportate e richiamare alcune leggi fisiche particolarmente importanti per la comprensione del suo comportamento.

1.1.1 LE VARIABILI CINEMATICHE

Lo studio del *PBL,* dal punto di vista macroscopico, altro non è che lo studio di un *fluido continuo* (l'aria appunto), il cui *stato* è definito da un *insieme di variabili fisiche di tipo macroscopico*. Prima di introdurre tali variabili, è necessario definire due concetti fondamentali: il *volume di controllo* ed il *sistema di riferimento*.

Ad ogni posizione nel *PBL* è associabile un *volume di controllo* (spesso indicato anche col termine *particella*), cioè un volumetto d'aria di dimensioni finite, tanto piccolo da avere dimensioni trascurabili rispetto alle dimensioni caratteristiche del dominio di indagine, ma sufficientemente grande da contenere una porzione di aria con caratteristiche omogenee, costituito cioè da un numero tanto elevato di molecole da garantirne una descrizione macroscopica.

Per descrivere il movimento di un volume di controllo nello spazio e nel tempo è necessario adottare un *sistema di coordinate di riferimento*. Dato che nella maggior parte degli studi del *PBL* si prende in considerazione un *dominio di indagine* che presenta un'estensione verticale ridotta (tipicamente dell'ordine di 1÷2 km) ed una estensione orizzontale dell'ordine delle centinaia di km, non è necessario normalmente tener conto esplicitamente della curvatura terrestre e quindi è sufficiente un *normale sistema di riferimento cartesiano ortogonale*. Tale sistema di riferimento potrebbe essere a priori qualsiasi, tuttavia è comodo adottarne uno tale che:

- l'*asse x* sia orientato nella direzione *Est - Ovest* (positivo verso Est)
- l'*asse y* sia orientato nella direzione *Nord - Sud* (positivo verso Nord)
- l'*asse z* sia orientato nella direzione *Alto - Basso* (positivo verso l'alto).

Ovviamente questa scelta del sistema di riferimento non è unica e, come si vedrà nel seguito, in certe situazioni risulteranno più comode scelte differenti.

Il metodo normalmente impiegato nello studio di un fluido consiste nella sua analisi da un punto di vista *Euleriano*. Secondo tale punto di vista, il fluido è un'entità continua per la quale, in ogni punto $\underline{\mathbf{X}}(x,y,z;t)$ dello spazio-tempo è definibile un *vettore* $\underline{\mathbf{U}}(x,y,z;t)$, cioè un *campo di velocità*.

Nel caso del *PBL* (ed anche dell'atmosfera in generale), la velocità del fluido prende il nome di *vettore vento*. Il vento è quindi una *variabile vettoriale*, definita in modo univoco dalle sue tre componenti rispetto agli assi coordinati (indicate con normalmente coi simboli v_x, v_y, v_z oppure con le lettere *u, v, w*). Tuttavia, in moltissime situazioni il vento viene anche descritto attraverso:

- il modulo del vettore $\underline{U}$ (o più spesso della sua proiezione sul piano orizzontale), che prende il nome di *velocità del vento*. In pratica si ha che la velocità del vento è definita come:

$$U = \sqrt{\left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\right)} \cong \sqrt{\left(v_x^2 + v_y^2\right)} \qquad [1.1]$$

  Il trascurare la componente verticale è pratica molto diffusa, visto che spesso, ma non sempre, tale componente è di molto inferiore alle componenti orizzontali, specialmente quando si considerano valori medi su tempi sufficientemente lunghi. Dal punto di vista delle unità di misura, si adotta sia per le singole componenti del vettore vento che per la sua velocità l'unità ($m \cdot s^{-1}$). Talvolta in Letteratura vengono usate unità di misura differenti, come il *nodo* (1 nodo = 0.513 $m s^{-1}$) o i $km \cdot h^{-1}$ (1 $km \cdot h^{-1}$ = 0.278 $m \cdot s^{-1}$).

- la *direzione del vento*. E' consuetudine adottare per il vento le convenzioni aeronautiche che definiscono come direzione del *vento la direzione da cui il vento spira*. Tale direzione è 0° quando la direzione di provenienza è il Nord e questo angolo cresce fino a 360°, in particolare è 90° quando il vento proviene da Est, 180° quando proviene da Sud e 270° quando proviene da Ovest. Una relazione matematica che permette di calcolare la direzione del vento secondo questa convenzione, a partire dalle componenti cartesiane, è la seguente:

$$D = 90° - \frac{360°}{2\pi}\tan^{-1}\left[v_y / v_x\right] + \alpha_0 \qquad [1.2a]$$

dove:

$$\alpha_0 = \begin{cases} 0° & \text{se } v_x < 0 \\ 180° & \text{altrimenti} \end{cases} \qquad [1.2b]$$

1.1.2 LE VARIABILI TERMODINAMICHE

Per descrivere l'evoluzione spazio-temporale del *PBL* è necessario considerare le variabili che caratterizzano tale sistema fisico, sia quelle di tipo cinematico (in pratica il solo campo di vento) che quelle di tipo termodinamico, come la pressione e la temperatura.

La temperatura

Un generico volume di controllo, caratterizzato da un punto $P(x,y,z)$, contiene, per definizione, un elevato numero di molecole in continua agitazione termica. Per esso è definibile ad ogni istante una *temperatura dell'aria T*, cioè la funzione $T(x,y,z;t)$. Normalmente T è misurata in gradi Kelvin (K), ma altre scale possibili sono quella Celsius (°C) e quella Fahrenheit (°F). Tra la scala *Kelvin* e quella *Fahrenheit* valgono le relazioni:

$$T_F = (9/5)\cdot[T_K - 273.15] + 32 \quad (\textit{conversione da gradi Kelvin a Fahrenheit})$$
$$T_K = 273.15 + (5/9)\cdot[T_F - 32] \quad (\textit{conversione da gradi Fahrenheit a Kelvin})$$

Va sottolineato il fatto che nella descrizione del *PBL* vengono spesso impiegate anche altre definizioni non convenzionali di temperatura , come si vedrà nel seguito.

La pressione

Per un generico volume di controllo si definisce *pressione p* quella forza per unità di superficie che agisce perpendicolarmente alla superficie esterna del volumetto stesso. L'unità di misura più usata in Fisica è il *Pascal* ($1Pa = 1N\cdot m^{-2}$), anche se in Micrometeorologia si usa più frequentemente il *chiloPasca*l (kPa) e l'*ectoPasca*l (hPa, numericamente equivalente ai mbar). In condizioni standard e al livello del mare, la pressione atmosferica è pari a 1013.25 hPa. In atmosfera la *pressione è isotropica*, cioè in un dato punto essa è uguale in ogni direzione

La pressione atmosferica, misurata ad una certa quota, è la conseguenza del peso dell'aria sovrastante. Più ci si innalza, meno numerose sono le molecole presenti nella colonna d'aria sovrastante il punto in considerazione, cosa che determina una *diminuzione della pressione* con la quota. Tale diminuzione è pressoché esponenziale e dipende dalla temperatura. Una relazione approssimata è la seguente:

$$p = p_0 \cdot \exp\left[-(0.0342/T)\cdot z\right] \qquad [1.3]$$

in cui p_0 è la pressione al livello del mare, T è la temperatura in (K) e z è la quota in metri. Come ordine di grandezza per calcoli rapidi ed approssimati, si ricordi che nei primi 3 chilometri di Troposfera si ha una riduzione di pressione con la quota pari a circa 10 hPa per ogni innalzamento di 100 metri.

1.1.2.1 Le caratteristiche dell'aria secca

Quando nel *PBL* è assente il vapor d'acqua si dirà che l'aria del *PBL* è *aria secca*. Essa è una miscela di vari costituenti gassosi, la cui composizione è in continuo cambiamento nello spazio e nel tempo. Questa affermazione, vera in generale, ha comunque bisogno di alcune spiegazioni.

Nell'aria sono presenti alcuni gas (*gas permanenti)* la cui concentrazione non cambia apprezzabilmente nel tempo. I principali gas permanenti sono l'*Azoto* (N_2), che rappresenta in volume il 78% dell'intera aria secca, e l'*Ossigeno* (O_2), che rappresenta circa il 21% dell'aria secca. In pratica l'aria secca è rappresentata dalla miscela di questi due gas a cui si affiancano altri gas permanenti come i gas nobili *Argon* (Ar), *Neon* (Ne), *Elio* (He) e *Xeno* (Xe) e l'*Idrogeno* (H_2). La quasi totalità dell'aria secca è rappresentata dalla miscela di un numero ristretto di gas permanenti e quindi parrebbe che la sua composizione *non* presenti una variazione significativa nello spazio e nel tempo. Tuttavia, se si considera la composizione dell'aria secca con maggior attenzione, si nota come in essa siano presenti numerose altre sostanze chimiche che, sebbene in concentrazioni estremamente ridotte, possono influenzare notevolmente la vita del pianeta. In genere, tali sostanze sono il risultato delle attività umane, soprattutto di quelle industriali, e spesso la loro presenza più o meno marcata nei vari punti del globo viene indicata genericamente come *inquinamento atmosferico*.

Un'importante famiglia di queste sostanze è costituita dai gas responsabili dell'assorbimento della radiazione ad onda lunga emessa dalla superficie terrestre, noti come *gas serra (greenhouse gases),* in quanto vanno ad alterare il naturale equilibrio che si è formato nel corso dell'evoluzione dell'atmosfera sul nostro pianeta tra l'energia radiativa entrante (proveniente dal sole, ad onda corta) e quella riemessa dalla superficie terrestre (fenomeno che viene sinteticamente indicato come *Effetto Serra*). Il principale di questi gas è il Biossido di Carbonio (o Anidride Carbonica, CO_2), ma svolgono un'azione rilevante anche il Metano (CH_4), l'Ossido Nitroso (N_2O) ed in misura minore anche l'Ozono (O_3).

Un'altra importante famiglia è quella dei *Clorofluorocarburi* (CFC), che svolgono un ruolo determinante nei processi di distruzione della fascia di Ozono stratosferico: tali sostanze, per la loro scarsa reattività, hanno tempi di residenza in atmosfera estremamente lunghi (dell'ordine delle decine o centinaia di anni), che permettono loro di raggiungere la stratosfera (soprattutto convogliati dai fenomeni temporaleschi più violenti, che sono quasi esclusivamente responsabili degli scambi tra troposfera e stratosfera); una volta raggiunta la stratosfera, entrano in complesse reazioni chimiche, in cui il Cloro svolge un ruolo fondamentale, che portano alla distruzione delle molecole di Ozono preseti, con conseguente diminuzione dell'effetto di schermo nei confronti della radiazione ultravioletta ad energia maggiore.

Accanto a queste famiglie di inquinanti, responsabili di fenomeni a scala planetaria e capaci di influire sui processi fisici che regolano i meccanismi di equilibrio atmosferico, vanno ricordati tutti gli inquinanti presenti in quantità rilevanti in prossimità del suolo, importanti soprattutto per gli effetti diretti sulla salute degli organismi viventi, animali e vegetali: ossidi di azoto, di zolfo, composti del carbonio (soprattutto Monossido di Carbonio, CO, e tutta la classe degli idrocarburi), oltre a sostanze presenti in fase solida o liquida, solitamente indicata col termine di Particolato o Aerosol, caratterizzati dalle loro dimensioni fisiche e dalla loro composizione chimica, entrambe estremamente variabili nello spazio e nel

tempo. Tutte queste sostanze sono presenti a concentrazioni assolute estremamente piccole, tali da non essere rilevanti nei processi fisici atmosferici (tranne che in qualche misura sulla sua trasparenza, che va ad alterare i bilanci energetici radiativi), ma importanti per la già ricordata azione dannosa sugli organismi viventi.

Componente	***Simbolo***	***Peso Molecolare***	***Concentrazione (% in volume)***
Azoto	N_2	28.01	78.084
Ossigeno	O_2	32.00	20.946
Argon	Ar	39.95	0.934
Biossido di Carbonio	CO_2	44.01	0.030
Neon	Ne	20.18	$1.821 \; 10^{-3}$
Elio	He	4.00	$0.524 \; 10^{-3}$
Metano	CH_4	16.04	$0.150 \; 10^{-3}$
Kripton	Kr	83.80	$0.114 \; 10^{-3}$
Idrogeno	H_2	2.02	$0.050 \; 10^{-3}$
Xeno	Xe	131.30	$0.009 \; 10^{-3}$
Ozono	O_3	48.00	$0.007 \; 10^{-3}$
Ammoniaca	NH_3	16.04	$0.001 \; 10^{-3}$
Iodio	I_2	253.81	$0.001 \; 10^{-3}$
Biossido di Azoto	NO_2	46.01	$0.0001 \; 10^{-3}$
Biossido di Zolfo	SO_2	64.06	$0.00002 \; 10^{-3}$
Monossido di Azoto	NO	30.00	$0.00002 \; 10^{-3}$
Acido Solfidrico	H_2S	34.08	$0.00002 \; 10^{-3}$
Monossido di Carbonio	CO	28.01	tracce

Tab. 1.1: - Costituenti principali dell'aria secca.

In *Tab.1.1* è presentata una sintesi di quanto detto. Mentre per i gas permanenti le concentrazioni indicate sono sicuramente rappresentative di una generica aria secca, per tutti le altre sostanze i valori di concentrazione riportati devono essere visti come un ordine di grandezza indicativo.

I gas nell'aria secca si trovano ad una temperatura superiore alla temperatura critica (cioè alla temperatura sopra la quale non è possibile liquefare un gas) e/o presentano una pressione parziale inferiore a quella di saturazione. *Tanto più i costituenti elementari dell'aria soddisfano queste condizioni, tanto più lo stato di ciascuno di essi (cioè la temperatura, la pressione parziale e la densità) soddisfa la legge dei gas perfetti* (Matveev, 1965). Per la *legge di Dalton* si ha quindi che la *pressione parziale dell'aria è la somma delle pressioni parziali dei suoi costituenti gassosi* e, se questi ultimi si comportano come gas perfetti, anche *l'aria secca* si comporterà con buona approssimazione come un *gas perfetto* avente un *peso molecolare medio* di circa 28.96. Tenendo conto di tutto ciò, *l'equazione di stato dell'aria secca* è data dalla relazione seguente:

$$p = R_d \, \rho T \qquad [1.4]$$

dove ρ è la densità dell'aria e R_d è la costante universale dei gas ($287.053 \; J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$ oppure a $2.8705 \; hPa \cdot K^{-1} \cdot m^3 \cdot kg^{-1}$ se la pressione è espressa in hPa). Dall'equazione di stato dell'aria secca si può ottenere una relazione che consente di determinare la *densità dell'aria secca* (in $kg \cdot m^{-3}$), nota la pressione (in hPa) e la temperatura (K):

$$\rho = 0.3484 \; p/T \qquad [1.5]$$

da cui risulta che la densità dell'aria è inversamente proporzionale alla temperatura e direttamente proporzionale alla pressione. A livello del mare, quando la pressione tipica è 1013.25 *hPa* e la temperatura vale 288.15K, la *densità dell'aria secca* ρ_a vale 1.225 kg m^{-3}.

Un'altra caratteristica importante è il *calore specifico a pressione costante* (C_p). E' noto che tale parametro dipende solo dalla temperatura, secondo la relazione seguente (Garratt, 1992):

$$C_p = 1005 + \frac{(T-250)^2}{3364} \qquad [1.6]$$

con C_p in (J·kg^{-1}·K^{-1}) e T in (K). Da essa si vede quanto poco, in realtà, questa variabile dipenda dalla temperatura, per cui il valore 1005 J·kg^{-1}·K^{-1} è praticamente sempre corretto. Come sarà evidente nel seguito, riveste una notevole importanza nella pratica il prodotto ρC_p espresso come:

$$\rho C_p = 350.14 \cdot p/T \qquad [1.7]$$

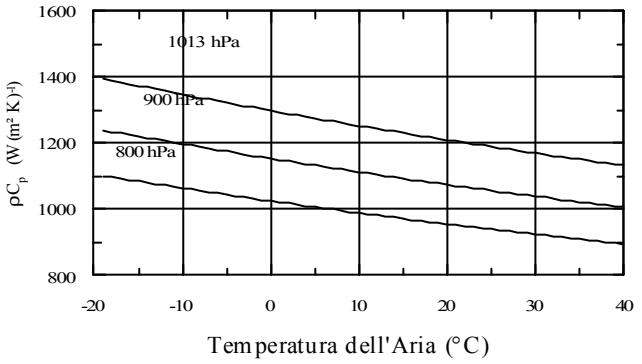

Fig. 1.3 : variazione di ρC_p *con la pressione e la temperatura*

Nella *Fig.1.3* è illustrato l'andamento di ρC_p in funzione della temperatura in tre situazioni bariche tipiche: 1013 hPa (circa al livello del mare), 900 hPa (a circa 1000 m) e 800 hPa (a circa 2000 m). Come si nota, nelle diverse situazioni le differenze nel valore di ρC_p sono notevoli.

1.1.2.2 Le caratteristiche dell'aria umida

Nella realtà, l'aria del *PBL* non è mai secca: la presenza delle nubi alla sua sommità ne è un indizio evidente. La maggior parte dell'acqua, allo stato gassoso entra nel *PBL* attraverso *l'evaporazione* e la *traspirazione*. Il fenomeno dell'evaporazione ha luogo quando una singola molecola di acqua presente allo stato liquido alla sommità di una superficie liquida (per esempio in uno specchio d'acqua) acquista (per esempio a causa della radiazione solare incidente) sufficiente energia cinetica da rompere il legame esistente tra le varie molecole presenti. Questa iniezione di energia conferisce moto alla molecola che, se diretto verso l'alto, le consente di lasciare lo specchio d'acqua e di mescolarsi con gli altri componenti gassosi dell'aria. Per quanto riguarda, invece, la traspirazione, il meccanismo è differente e riguarda l'acqua presente negli organismi viventi vegetali. Durante le ore diurne, gli *stomi* delle foglie si aprono in risposta alla presenza di energia solare incidente. Se la tensione di vapore dell'acqua presente entro le foglie eccede la tensione di vapore dell'acqua presente nell'aria, le molecole di acqua si muoveranno dalla zona ad alta tensione di vapore (le foglie appunto) a quella a minore tensione di vapore (l'atmosfera). Questi due processi spesso vengono indicati collettivamente col

termine *evapotraspirazione*.

Per caratterizzare quantitativamente il vapor d'acqua in aria, si ipotizzi di eseguire un esperimento (in realtà è ciò che avviene in uno strumento chiamato psicrometro). Si ponga una piccola quantità di acqua liquida a diretto contatto con l'aria: la quantità di aria è tanto grande che la sua temperatura, la sua umidità (cioè la concentrazione di vapor d'acqua) e la sua pressione rimarranno praticamente inalterate durante le trasformazioni che avverranno nel sistema. Si assuma inoltre che tali trasformazioni che hanno luogo nel sistema aria-acqua siano adiabatiche. Se l'aria e l'acqua sono inizialmente alla stessa temperatura, l'evaporazione dell'acqua abbasserà la temperatura dell'acqua stessa, creando così un gradiente termico e di conseguenza un flusso di calore dall'aria all'acqua. La temperatura dell'acqua quindi si abbasserà finché il calore trasmessole dall'aria non eguaglierà il flusso di calore di cui essa ha bisogno per la transizione di fase. All'equilibrio, l'acqua avrà una temperatura T_w (*temperatura di bulbo umido*) mentre l'aria avrà ancora la sua temperatura originaria T_d (*temperatura di bulbo secco*).

La *tensione di vapore* (*e*), è la pressione parziale che il vapor d'acqua possiede in aria. Essendo una pressione, si misura in kPa o hPa. *Qui di seguito si farà sempre riferimento agli hPa*. Ad una data temperatura la tensione di vapore non può normalmente superare un valore di soglia, detto *tensione di saturazione* (e_s) che dipende dalla temperatura dell'aria e cresce con essa. Normalmente l'aria è in condizioni di *sottosaturazione*, anche se esistono situazioni in cui la tensione di vapore è superiore al valore di saturazione (*sovrasaturazione)*. Sono state proposte molte relazioni empiriche che legano e_s con la temperatura dell'aria T_d (a bulbo secco); una delle più usate è la seguente (Iribarne e Godson, 1981):

$$e_s = \exp\left[-6763.6/T_d - 4.9283 \cdot \ln\left(T_d\right) + 54.23\right] \qquad [1.8a]$$

per T_d >273.15 K, altrimenti

$$e_s = \exp\left\{\left[-6141/T_d\right] + 24.3\right\} \qquad [1.8b]$$

Normalmente il vapor d'acqua è presente in aria ad una concentrazione inferiore al valore massimo consentito; in tal caso *e* dipende dalla pressione (hPa) e da T_d e T_w (K) secondo la relazione:

$$e = e_{sw} - 0.00066 \cdot \left[1 + 0.00115 T_w\right] \cdot p \cdot \left(T_d - T_w\right) \qquad [1.9]$$

in cui e_{sw} è calcolata con la relazione (1.8) sostituendo T_d con la temperatura a bulbo umido T_w.

La Tensione di vapore saturo e_s e la pressione di vapore effettiva *e* caratterizzano quindi il contenuto di vapor d'acqua in aria. In pratica, può essere utile impiegare anche altre grandezze che quantificano il vapor d'acqua in una massa d'aria; queste sono:

- *l'umidità relativa* (*RH*), cioè il rapporto tra la massa di vapor d'acqua presente e la massa di vapor d'acqua alla saturazione che può essere calcolata nel modo seguente (espressa in %):

$$RH = 100 \cdot e/e_s \qquad [1.10]$$

  e rappresenta, quindi, l'ammontare di evaporazione che è possibile per l'aria ad una data temperatura. Alla saturazione, *RH* è pari al 100%. In *Fig.1.4* è graficata la variazione di *e* con la

temperatura per valori differenti di umidità relativa. La curva corrispondente a *RH*=100% rappresenta la tensione di vapore alla saturazione.

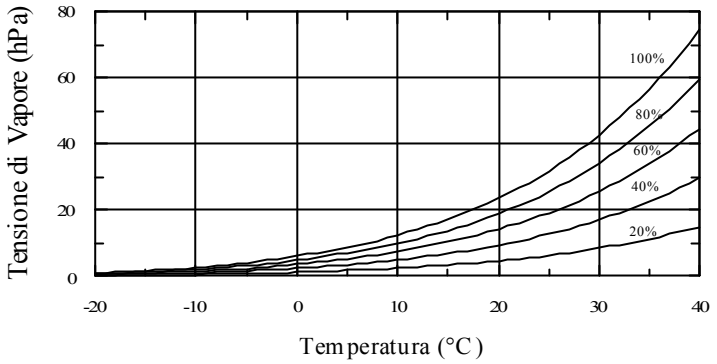

Fig. 1.4: variazione della tensione di vapore con la temperatura e l'umidità relativa.

- *l'umidità assoluta* (*a*) è la massa di vapor d'acqua (espressa in grammi) presente in 1 m³ di aria umida. *Espressa in* ($g_{acqua} \cdot m^{-3}{}_{aria}$) che si ottiene dalla relazione seguente:

$$a = 216.7\, e/T_d \qquad [1.11]$$

- *l'umidità specifica* (*q*) è l'ammontare di vapor d'acqua (in grammi) per ogni grammo di aria umida; (g_{acqua}/g_{aria}). La relazione che ne permette il calcolo è (con le solite unità di misura):

$$q = \frac{0.622 \cdot e}{p - 0.378 \cdot e} \qquad [1.12a]$$

che nei calcoli pratici si riduce a:

$$q = \frac{0.622 \cdot e}{p} \qquad [1.12b]$$

- *il rapporto di mescolanza* (*r*) è definito come il rapporto tra la massa di vapor d'acqua in un dato volume di aria e la massa di aria secca presente nello stesso e si calcola (riferendosi sempre alle solite unità di misura) con la relazione seguente:

$$r = \frac{0.622 \cdot e}{p - e} \qquad [1.13]$$

Dal punto di vista numerico, il rapporto di mescolanza e l'umidità specifica sono grandezze molto vicine e nelle applicazioni pratiche per il loro calcolo si usa la relazione semplificata (1.12b).

- La temperatura a cui l'aria deve essere raffreddata a pressione costante perché diventi satura è chiamata *temperatura di rugiada* (T_{dw}). Una relazione che può essere usata per il suo calcolo è la seguente (in cui la tensione di vapore è in hPa):

$$T_{dw} = 273.15 + \frac{237.3 \cdot \log_{10}[e/6.1078]}{7.5 - \log_{10}[e/6.1078]} \qquad [1.14]$$

Con l'espressione *dew-point depression* si intende la differenza tra la temperatura a bulbo secco dell'aria e la sua temperatura di rugiada. Tale parametro evidenzia quantitativamente quanto l'aria sia distante dallo stato di saturazione.

Il vapor d'acqua ha una temperatura critica abbastanza elevata e quindi può cambiare fase nelle condizioni che normalmente caratterizzano il *PBL*, tuttavia la condizione secondo cui la temperatura del vapor d'acqua è inferiore alla temperatura critica è solo una condizione necessaria ma non sufficiente perché avvengano queste trasformazioni di fase. *Molto spesso, nelle condizioni reali, la tensione di vapore del vapor d'acqua nell'aria umida risulta molto inferiore ai valori critici e l'aria umida stessa può considerarsi molto simile ad un gas perfetto*. In queste condizioni si può derivare *un'equazione di stato* molto simile a quella dei gas perfetti che lega tra loro la pressione, la temperatura e la densità dell'aria umida:

$$p = R_d \rho T \cdot (1 + 0.608 q) \qquad [1.15]$$

Si vede immediatamente che la presenza del vapor d'acqua comporta la presenza di un fattore addizionale nella legge dei gas perfetti in cui compare l'umidità specifica. Per semplicità è consuetudine dare una nuova definizione di temperatura dell'aria umida. Più precisamente, se si definisce come *temperatura virtuale* (T_v):

$$T_v = T(1 + 0.608 q) \qquad [1.16]$$

l'equazione di stato dell'aria umida diventa:

$$p = R_d \rho T_v \qquad [1.17]$$

formalmente identica all'equazione di stato dell'aria secca.

Nel caso dell'aria umida, la *densità* è ancora data dalla (1.5), a patto di sostituire alla temperatura normale la temperatura virtuale. Nel caso, invece, del *calore specifico a pressione costante*, detto C_p^{dry} il valore che si avrebbe in assenza di umidità, la relazione seguente determina la variazione di tale parametro con la concentrazione di vapor d'acqua:

$$C_p = C_p^{dry}(1 + 0.8 r) \qquad [1.18]$$

In pratica, l'influenza dell'umidità sul prodotto ρC_p è praticamente trascurabile.
Una caratteristica di primaria importanza dell'aria umida è il *calore latente di vaporizzazione* λ, espresso in ($J \cdot kg^{-1}$) e che dipende da T secondo la relazione seguente:

$$\lambda = 2.50 \cdot 10^6 - 2250(T - 273.15) \qquad [1.19]$$

Tale dipendenza non è molto accentuata, infatti a T = -30°C, λ vale $2.57 \cdot 10^6$, mentre a +50°C vale $2.39 \cdot 10^6$. Accanto al calore latente di vaporizzazione, conseguente al passaggio dell'acqua dallo stato liquido allo stato vapore, esistono, anche se meno usati in Micrometeorologia, *il calore latente di solidificazione* ($3.34 \cdot 10^5$ $J \cdot kg^{-1}$) ed il *calore latente di sublimazione* ($2.83 \cdot 10^6$ $J \cdot kg^{-1}$).

Di particolare interesse nelle applicazioni pratiche è il prodotto $\rho\lambda$. Dalle (1.19) e (1.5) si ottiene una relazione tra tale parametro e la temperatura e la pressione:

$$\rho\lambda = 0.34837 \frac{p}{T}\left[2.50 \cdot 10^6 - 2250(T - 273.15)\right] \qquad [1.20]$$

dove le unità di misura sono sempre *hPa* e *K*.

1.1.3 *L'EQUAZIONE IDROSTATICA*

Si consideri la situazione ideale di un *PBL* in quiete. Questa condizione potrebbe sembrare estremamente restrittiva, tuttavia le relazioni che da essa derivano sono in ottimo accordo con quanto riscontrato nella realtà, soprattutto perché nel *PBL* normalmente sono assenti sensibili moti verticali medi delle masse d'aria. *In assenza di moti dell'atmosfera*, *la forza di gravità deve bilanciare esattamente la componente verticale della forza causata dal gradiente verticale di pressione*.

Si considerino *due superfici isobariche*, una a quota z e con pressione p e l'altra a quota $z+dz$ con pressione $p+dp$. Fra le due superfici si isoli un *volume d'aria* con base unitaria. Se non esiste un gradiente orizzontale di pressione (che sarebbe presente solo con moti orizzontali delle masse d'aria), la forza di pressione che si origina sulla superficie laterale del volumetto risulterà nulla. Il bilancio delle forze verticali sarà:

$$(p + dp) + g\rho dz - p = 0 \qquad [1.21a]$$

cioè :

$$\frac{dp}{dz} = -g\rho \qquad [1.21b]$$

che è l'*equazione idrostatica dell'atmosfera*, secondo cui che *la pressione decresce con la quota*. Un'importante applicazione dell'equazione idrostatica è la seguente. Se si considera la equazione di stato dell'aria, dalla (1.21) si ha, che:

$$dp/p = -g/(R_d \cdot T_v) \cdot dz \qquad [1.22]$$

Questa relazione è molto usata per interpretare i risultati di un radiosondaggio, cioè di una misura di temperatura, umidità e pressione fatta da un pallone sonda in ascesa libera entro il *PBL*. Noti, infatti, il profilo verticale della temperatura virtuale e della pressione, se si considera un generico strato d'aria tra il livello a pressione p_i ed il livello p_{i+1} e se è nota la quota *i-esima* (z_i), ipotizzando che in questo strato la temperatura virtuale sia pari alla media delle temperature virtuali misurate ai due livelli ed integrando la (1.22), si ottiene:

$$z_{i+1} = z_i + \left(\frac{R_d}{g}\right) \cdot \left[\left(T_{v_i} + T_{v_{i+1}}\right)/2\right] \cdot \ln\left(\frac{p_i}{p_{i+1}}\right) \qquad [1.23a]$$

cioè:

$$z_{i+1} = z_i + 14.636\left(T_{v_i} + T_{v_{i+1}}\right) \cdot \ln\left(\frac{p_i}{p_{i+1}}\right) \qquad [1.23b]$$

L'impiego di questa relazione a partire dal suolo, consente di ricostruire molto fedelmente la corrispondenza tra quote e pressioni.

Per concludere, una precisazione. Nella relazione (1.21) viene utilizzata una derivata totale, dato che per semplicità si è ipotizzato che la pressione dipenda dalla quota, ma non da altre variabili (come per esempio le coordinate *x* e *y*), cosa non vera in generale. Più precisamente l'operatore *d/dz* dovrebbe essere sostituito da ∂/∂z.

1.1.4 LA DEFINIZIONE DI TEMPERATURA POTENZIALE

Se si considera una particella di aria secca, di massa unitaria, il *Primo Principio della Termodinamica* può essere espresso nella forma seguente:

$$dQ = dU + dW \qquad [1.24]$$

in cui dQ è l'energia termica da tutte le sorgenti di calore esterne, cui la particella *risponde* incrementando (o decrementando) la propria energia interna dU ed il lavoro subito (o realizzato) dW. Nel caso di una particella di aria, la variazione di energia interna dU corrisponde ad un incremento (o decremento) di temperatura a volume costante, secondo la relazione seguente:

$$dU = C_v dT \qquad [1.25]$$

dove C_v è il calore specifico a volume costante (pari a 718 J kg^{-1} K^{-1} alla temperatura di 298 K). Il lavoro realizzato dalla (o sulla) particella non potrà che essere un lavoro di espansione (o compressione), dato da:

$$dW = pdV = pd\alpha \qquad [1.26a]$$

in cui p è la pressione della particella e dV è la sua variazione di volume e $V = 1/\rho = \alpha$, dove α è il volume specifico dell'aria secca. Da quanto fin qui dedotto risulta che la (1.26a) può essere espressa come:

$$dQ = C_v dT + pd\alpha \qquad [1.26b]$$

Se consideriamo ora l'equazione di stato dei gas, è semplice verificare che:

$$pd\alpha = R_d dT - \alpha dp \qquad [1.27]$$

Inoltre è noto che :

$$C_p = C_v + R_d \qquad [1.28]$$

Inserendo la (1.27) e (1.28) nella (1.26), si ha che, per una particella di aria secca, il primo principio della termodinamica può essere espresso dalla relazione seguente:

$$dQ = C_p dT - 1/\rho \cdot dp \qquad [1.29]$$

Queste considerazioni si applicano ad una generica particella di aria secca in moto (o a riposo) nel *PBL*. Se, in particolare, consideriamo una particella che sale entro il *PBL*, nella sua ascesa essa incontrerà pressioni esterne progressivamente inferiori e di conseguenza si espanderà a spese dell'energia cinetica posseduta dalle molecole in essa contenute e ciò comporterà una diminuzione della temperatura della particella. *Pertanto, una particella di aria in salita entro il PBL si espande e si raffredda ed analogamente una particella in discesa si comprime e si riscalda*. La salita o la discesa della particella potrebbe essere realizzata in molti modi differenti; sicuramente il modo più interessante è costituito da un moto di tipo adiabatico, cioè tanto rapido da impedire che ci sia uno scambio di calore tra la particella in considerazione e l'ambiente ad essa circostante. In tal caso, dalla (1.29) si ha che:

$$C_p\left[\frac{dT}{dz}\right]_{ad} = \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dz} \qquad [1.30]$$

che, impiegando l'equazione idrodinamica dell'atmosfera (1.21), si riduce a:

$$\left[\frac{dT}{dz}\right]_{ad} = -\Gamma_d = -\frac{g}{C_p} = -0.0098\ K/m \qquad [1.31]$$

dove Γ_d (pari a 0.0098 K/m) è normalmente denominato *gradiente adiabatico dell'aria secca*. In pratica, una particella che sale nel *PBL* in moto adiabatico si raffredda di 0.98 K per ogni 100 metri di incremento di quota.

Un importante parametro termodinamico caratterizzante il *PBL* è la *temperatura potenziale* θ, definita come *quella temperatura che assumerà una particella di aria secca, originariamente alla temperatura T, dopo essere stata spostata adiabaticamente da una quota cui corrisponde una pressione p, ad una quota di riferimento (approssimativamente il livello del mare) cui corrisponde una pressione di 1000 hPa.* Per ottenere una relazione di pratico interesse che leghi θ a *T*, si procede ipotizzando che il processo subito dalla particella sia un processo *adiabatico*. Ricavando *1/*ρ dall'equazione di stato dei gas, dalla (1.30) si ottiene che:

$$dT/T = \left(R_d/C_p\right)\cdot dp/p \qquad [1.32]$$

pertanto la trasformazione adiabatica subita dalla particella di aria sarà descritta da:

$$\int_T^{\theta}\frac{dT}{T} = \left(\frac{R_d}{C_p}\right)\cdot\int_p^{1000}\left(\frac{dp}{p}\right) \qquad [1.33]$$

che porta alla definizione seguente di *temperatura potenziale:*

$$\vartheta = T\left[\frac{1000}{p}\right]^{R/C_p} \qquad [1.34]$$

dove R/C_p risulta pari a 0.286 e *p* è espresso in hPa. Al di là del suo significato termodinamico, la (1.34) può essere vista semplicemente come una *nuova definizione di temperatura* che, per la sua utilità (come si vedrà nel seguito), è ampiamente impiegata nella modellizzazione del *PBL*.

Oltre alla relazione che lega la temperatura *normale* T alla temperatura potenziale θ, si è interessati anche ad una relazione che leghi tra loro dT/dz con $d\theta/dz$. Differenziando la (1.34) ed utilizzando l'equazione di stato dei gas e la definizione di Γ_d (1.31) si ottiene:

$$\frac{T}{\vartheta}\frac{d\vartheta}{dz} = \frac{dT}{dz} + \frac{g}{C_p} = \frac{dT}{dz} + \Gamma_d \qquad [1.35a]$$

Dato che θ che T sono espresse in K, $T/\theta \approx 1$, quindi la relazione seguente è una buona approssimazione della (1.35a):

$$\frac{d\vartheta}{dz} = \frac{dT}{dz} + \frac{g}{C_p} = \frac{dT}{dz} + \Gamma_d \qquad [1.35b]$$

Da questa relazione è immediato verificare che:

- se $dT/dz < -0.0098$ (°K/m), $d\theta/dz < 0$
- se $dT/dz = -0.0098$ (°K/m), $d\theta/dz = 0$
- se $dT/dz > -0.0098$ (°K/m), $d\theta/dz > 0$

La (1.35b), integrata, consente di ottenere la relazione seguente

$$\vartheta \cong T + 0.0098 \cdot z \qquad [1.36]$$

che ben approssima la (1.34) entro il *PBL*.

Vanno fatte a questo punto due osservazioni. In primo luogo, nelle relazioni fin qui ottenute sono presenti delle *derivate totali*. A rigore, sia θ che T possono non dipendere *solo* dalla quota z e quindi più correttamente in queste relazioni si dovrebbe sostituire l'operatore d/dz con $\partial/\partial z$.

Per quanto riguarda, invece, la seconda osservazione, consideriamo nuovamente la *Fig.1.2* che rappresenta il profilo verticale della temperatura T entro il *PBL*. Se si applica la definizione (1.34) o la (1.36) e si trasforma T in θ, si ottiene il profilo di temperatura potenziale relativo, riportato in *Fig.1.5*. La trasformazione è sorprendente! Mentre nel profilo verticale della temperatura *normale* si notava solo una lieve, ma inequivocabile, irregolarità che metteva in luce la presenza di uno strato atmosferico distinto, la trasformazione in temperatura *potenziale* fa emergere una complessa stratificazione termica che suggerisce un'analisi ancora più accurata, questa volta basata sul gradiente di temperatura potenziale. In effetti, mentre nella *Fig.1.2* il *PBL* (mostrato in un'ora a forte soleggiamento) presentava un gradiente di T sempre positivo, tranne nella parte superiore dello strato dove era presente una spiccata inversione ($dT/dz>0$), nella *Fig.1.5* sono evidenti almeno 4 zone distinte:

- una zona, nelle immediate vicinanze del suolo, con $d\theta/dz$ fortemente negativo,
- una zona intermedia con $d\theta/dz$ circa nullo,
- un'altra zona con $d\theta/dz$ fortemente positiva
- la zona superiore con $d\theta/dz$ positiva, ma inferiore alla precedente, che continua con gradiente circa uguale fino alla sommità della troposfera.

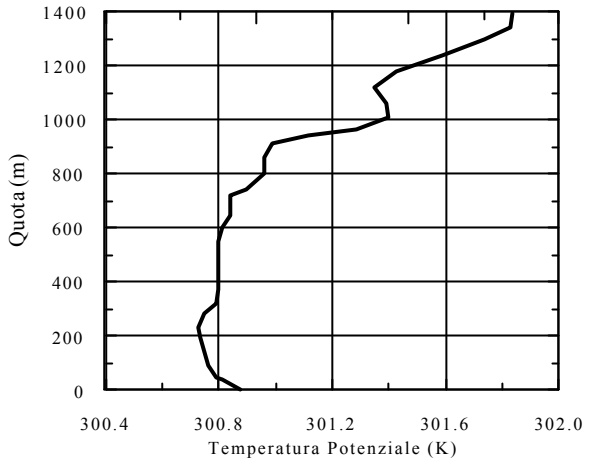

Fig. 1.5: profilo verticale della temperatura potenziale nella prima parte della Troposfera (30/9/2000, 12GMT, Milano Linate -Italia).

Ci si chiede a questo punto se questa stratificazione abbia evidenti implicazioni fisiche ed è ciò che inizieremo ad indagare nel prossimo Paragrafo.

1.1.5 LA STABILITÀ STATICA

Si consideri ancora una volta una generica particella di aria secca in movimento senza *scambio di calore e massa* con l'ambiente circostante e si ipotizzi che la pressione caratteristica della particella sia identica a quella dell'ambiente circostante. Tale particella si trovi ad una quota z_0 (entro il *PBL*) dove il gradiente di temperatura potenziale è pari a $(d\theta/dz)_0 = -\Gamma$. Il problema che ci si pone è il seguente: *come si comporterebbe una particella di aria in quel punto se subisse un piccolo spostamento verticale senza con ciò disturbare l'ambiente circostante*?

La forza che agisce sulla particella è calcolabile con la legge di Archimede (Dutton, 1995), cioè:

$$F = g\left(M - M_p\right) \qquad [1.37]$$

dove M_p è la massa della particella di aria ed M è la massa dell'aria spostata dalla particella stessa. Se V è il volume della particella, $\rho_p = M_p/V$ è la densità della particella e $\rho = M/V$ è la densità dell'aria circostante, pertanto la (1.37) diventa:

$$\frac{d^2z}{dt^2} = g\left(\frac{\rho - \rho_p}{\rho_p}\right) \qquad [1.38a]$$

quindi la particella avrà un'accelerazione diretta verso l'alto se risulterà meno densa dell'aria o verso il basso se più densa. Per la legge dei gas, ricordando che la pressione è uguale sia per la particella che per l'aria circostante, detta θ_p la temperatura potenziale della particella e θ quella dell'aria, si ha che:

$$\frac{d^2z}{dt^2} = g\left(\frac{\theta_p - \theta}{\theta}\right) \qquad [1.38b]$$

Per studiarne il movimento verticale, supponiamo che la particella si trovi all'istante iniziale t_0 alla quota z_0 e sia in equilibrio termico con l'aria circostante (cioè $\theta_p=\theta=\theta_0$). Inoltre immaginiamo che la particella sia dotata anche di una velocità iniziale verticale w_0 che ne determina lo spostamento lungo la verticale. Per descrivere il comportamento della particella, invocheremo ancora il principio di Archimede, che però richiederà la conoscenza della temperatura dell'aria a quote diverse da z_0. A tale scopo, se lo spostamento è *piccolo*, è possibile individuare la nuova temperatura potenziale dallo sviluppo in serie di Taylor di θ attorno a θ_0:

$$(\theta-\theta_0)=(z-z_0)\cdot\left(\frac{d\theta}{dz}\right)_0+\frac{(z-z_0)^2}{2}\left(\frac{d^2\theta}{dz^2}\right)_0+\cdots \qquad [1.39]$$

Se la particella, a causa della velocità iniziale w_0 , si sposta da z_0 a z in maniera che $(z-z_0)$ sia *piccolo*, essa, visto che il suo movimento adiabatico, manterrà la propria temperatura potenziale θ_0, mentre l'aria circostante si troverà alla temperatura θ. In tal caso la legge di Archimede si può scrivere come:

$$\frac{d^2(z-z_0)}{dt^2}=g\left(\frac{\theta_0-\theta}{\theta}\right)=-g\left(\frac{\theta-\theta_0}{\theta}\right) \qquad [1.40]$$

che, impiegando lo sviluppo (1.39) arrestato al primo termine e la definizione $\zeta=z-z_0$, porta all'equazione differenziale seguente che descrive il moto verticale della particella in esame:

$$\frac{d^2\zeta}{dt^2}+\left(\frac{g}{\theta}\cdot\frac{d\theta}{dz}\right)_0\zeta=0 \qquad [1.41]$$

La soluzione generale di questa equazione differenziale è la seguente:

$$\zeta=Ae^{jNt}+Be^{-jNt} \qquad [1.42]$$

dove $j=\sqrt{-1}$, A e B sono costanti il cui valore dipende dalle condizioni iniziali ed N vale:

$$N=\left[\frac{g}{\theta_0}\left(\frac{\partial\theta_0}{\partial z}\right)\right]^{1/2} \qquad [1.43]$$

che può avere valori reali o immaginari, a seconda del segno di $d\theta/dz$. Nel caso in cui il gradiente verticale della temperatura potenziale sia positivo, N è reale e viene indicato con il nome di *frequenza di Brunt-Vaisala*. Con la condizione iniziale $\zeta=0$ e $d\zeta/dz=w_0$, si ha che:

$$\zeta=w_0/(2jN)\cdot\left[e^{jNt}-e^{-jNt}\right] \qquad [1.44]$$

Si possono avere i casi seguenti:

- Se $(d\theta/dz)>0$ (<u>*situazione di inversione per la temperatura potenziale*</u>) la (1.44) diventa:

$$\zeta=z-z_0=w_0/N\sin(Nt) \qquad [1.45]$$

Pertanto, *se il gradiente di temperatura potenziale è positivo*, *nell'atmosfera immobile la particella oscilla con frequenza* ***N***. Se il modello matematico fosse stato formulato in maniera più completa, si sarebbe ottenuta una soluzione sempre oscillante, ma con smorzamento. Tutto ciò porta a dire che *una particella, immersa in un'atmosfera a gradiente di temperatura potenziale positivo, se allontanata dalla propria posizione iniziale, tende a ritornarci con un moto oscillante smorzato*. In pratica *la particella è in* <u>*equilibrio statico stabile*</u>**.** Un tipico valore di N è $1.2 \cdot 10^{-2} s^{-1}$, quindi il periodo di oscillazione è dell'ordine di 8 minuti.

- Se invece $(d\theta/dz)<0$, non è definibile la frequenza di Brunt-Vaisala e N è un numero immaginario. In questo caso la (1.44) si riduce a:

$$\zeta = z - z_0 = \frac{w_0}{2}\left[\exp\left(\left|\frac{g}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial z}\right|^{1/2} t\right) - \exp\left(-\left|\frac{g}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial z}\right|^{1/2} t\right)\right]\left(\left|\frac{g}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial z}\right|\right)^{-1/2} \qquad [1.46]$$

Questa soluzione, associata ad un *gradiente di temperatura potenziale negativo*, indica che *la particella, spostata dalla sua posizione di equilibrio, procederà in un moto di allontanamento inarrestabile. La particella si trova quindi in una situazione di* <u>*equilibrio statico instabile*</u>.

- E' facile vedere che *quando il gradiente della temperatura potenziale è nullo, la particella si trova in un* <u>*equilibrio statico indifferente*</u> *(*<u>*neutro o adiabatico*</u>***)****, cioè spostata dalla sua posizione di equilibrio procederà con moto uniforme*.

Si è quindi arrivati alla determinazione dei *criteri di stabilità statica*:

- $d\theta_0/dz > 0$ *PBL staticamente Stabile*
- $d\theta_0/dz = 0$ *PBL staticamente Neutro*
- $d\theta_0/dz < 0$ *PBL staticamente Instabile*

Questi concetti di stabilità, tipici della meteorologia generale, da soli non sono sufficienti per descrivere quanto avviene entro il *PBL*, a causa della turbolenza atmosferica che, nel *PBL*, rappresenta l'elemento più importante e caratterizzante. Essi comunque costituiscono un utile punto di riferimento per analizzare situazioni reali. Quello che è interessante sottolineare è che il gradiente verticale di temperatura potenziale influenza in maniera determinante il tipo di moto di una particella entro il *PBL*.

1.1.6 LA TEMPERATURA POTENZIALE VIRTUALE

Fin qui è stata studiata l'aria secca. Tuttavia l'aria del *PBL* contiene vapor d'acqua in quantità variabili. Il problema che ci si pone è se tale presenza possa essere trascurata o meno. Senza entrare troppo nei dettagli, si può affermare che, anche se in maniera un po' approssimata, *tutto quanto fin qui detto può essere ritenuto ancora valido* se si sostituisce alla temperatura potenziale la *temperatura potenziale virtuale* definita come

$$\vartheta_v = \vartheta(1 + 0.61r) \qquad [1.47]$$

dove r è il *rapporto di mescolanza del vapor d'acqua*.

1.2 LE PECULIARITÀ DEL PBL

Il *PBL* è un fluido e ci si aspetta quindi che sia descrivibile mediante la Meccanica dei Fluidi. Ciò è ovviamente vero, almeno in linea di principio, anche se, dal punto di vista pratico, l'enorme complessità del problema pare a prima vista scoraggiante. Nel Cap. 2 presenteremo il modello fluidodinamico descrittivo del *PBL*; qui, invece, si limiteremo all'introduzione di alcuni concetti di base.

1.2.1 INTRODUZIONE AL MOTO DEI FLUIDI VISCOSI

Dal punto di vista teorico, i fluidi possono essere classificati in due categorie principali: *fluidi viscosi* e *fluidi non viscosi*.

1.2.1.1 Moto di fluidi non viscosi

Il *moto di un* ***fluido non viscoso*** è estremamente regolare e ordinato, quindi il fluido può essere visto come un insieme di strati adiacenti di dimensione infinitesima che possono scorrere liberamente gli uni su gli altri senza attrito e lo stesso capita tra il fluido e una frontiera solida su cui il fluido scorre. Pertanto, nel moto di un fluido non viscoso non ci può essere rimescolamento di fluido e tantomeno trasferimento di quantità di moto, di calore o di massa tra gli strati mobili in cui si può schematizzare il fluido in movimento. L'unica possibilità di scambio la si ha lungo la direzione del moto del fluido (*streamline)* e solo per avvezione. La semplice osservazione delle manifestazioni che avvengono nel *PBL* evidenzia immediatamente quanto poco ci sia in comune tra questo tipo di moto e quello dell'atmosfera nei pressi del suolo. La constatazione che il *PBL* non possa essere considerato (nemmeno in prima approssimazione) un fluido non viscoso fa naufragare la speranza di poterlo descrivere con un modello matematico semplice!

1.2.1.2 Moto di fluidi viscosi

Al contrario, nello studio del *PBL* è indispensabile considerare l'aria come un ***fluido viscoso,*** un fluido cioè, il cui moto è condizionato da una resistenza interna alla deformazione, proprietà di tipo molecolare che prende il nome di *viscosità*. Un'importante manifestazione degli effetti della viscosità è il fatto che le particelle di fluido aderiscono alla superficie solida con cui si trovano in contatto e di conseguenza non si riscontra alcun moto relativo tra il fluido e quest'ultima. Questa è la ben nota *"no-slip condition"*, facilmente riscontrabile nel moto delle masse d'aria sopra la superficie terrestre, oltre che nel moto di tutti i fluidi di interesse geofisico.

La viscosità del fluido è quindi la causa dello *sforzo di taglio* (*shearing stress*) che si origina tra strati adiacenti di fluido, sforzo definito come quella *forza per unità di superficie* che determina una variazione di velocità tra strati adiacenti (*shear*). Una semplice dimostrazione di ciò è la situazione ideale del *Flusso di Couette*, cioè il moto di un fluido viscoso posto tra due superfici piane, distanti h, parallele ed infinite, una fissa e l'altra in *lento* movimento alla velocità U_h. In questo caso il fluido si muove con un moto ordinato e regolare (*laminare*) e, dovendo aderire ad entrambe le superfici, le particelle di fluido a contatto con la superficie in movimento avranno una velocità U_h, mentre quelle a contatto con la superficie fissa avranno velocità nulla. Pertanto entro il fluido si stabilisce una variazione lineare di velocità direttamente proporzionale alla distanza dalla superficie fissa, con gradiente $dU/dz = U_h/h$ costante in ogni parte del fluido. Dall'osservazione di questo tipo di moto Newton arguì la relazione di proporzionalità tra lo sforzo (*stress*) τ ed il gradiente della velocità del fluido:

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial z} \qquad [1.48]$$

ed i fluidi che presentano tale proprietà vengono detti ***fluidi Newtoniani***. In questa relazione il coefficiente di proporzionalità μ è chiamato ***viscosità dinamica*** del fluido, che per l'aria risulta pari a $1.789 \cdot 10^{-5}$ kg·m^{-1}s^{-1}. Nella pratica è più frequente l'impiego della ***viscosità cinematica*** ν definita come $\nu = \mu/\rho$ (per l'aria in condizioni standard vale $1.460 \cdot 10^{-5}$ m^{2}s^{-1}). La reazione del fluido allo *stress viscoso* è dunque una sua *deformazione* e quindi una sua variazione di velocità.

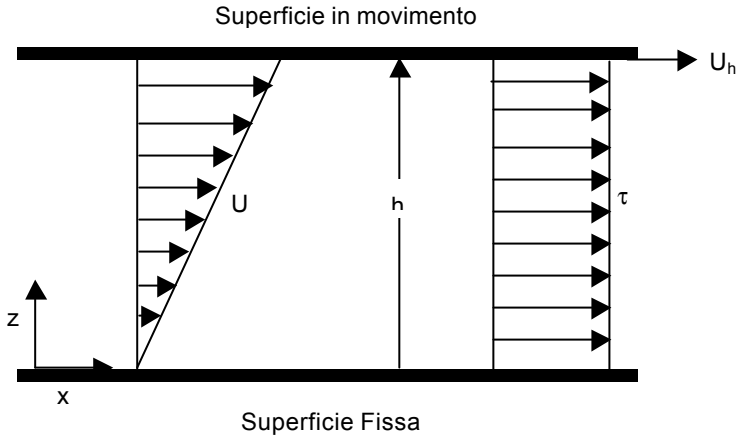

Fig. 1.6: moto unidirezionale di un fluido viscoso (Flusso di Couette).

L'equazione (1.48) a rigore è valida solo per un moto unidirezionale come quello illustrato in *Fig.1.6*. Il moto di un fluido reale è in generale molto più complesso e la variazione spaziale della velocità del fluido in differenti direzioni dà luogo a shear stress *in differenti direzioni.* Per chiarire ciò, è bene premettere alcune considerazioni del tutto generali sul concetto di *sforzo*.

Si consideri una particella di un fluido viscoso. Essa verrà influenzata dal moto del fluido che la circonda attraverso le forze che agiscono sulla sua superficie esterna, forze che tendono ad essere proporzionali alla superficie su cui agiscono (la superficie esterna della particella, per l'appunto). Viene quindi spontaneo far riferimento ad esse mediante il loro valore per unità di superficie e a queste *forze specifiche* attribuiamo la denominazione *sforzo*. Lo sforzo su una superficie, come la forza che rappresenta, è una quantità vettoriale e la sua orientazione è importante, come è importante anche l'orientazione della superficie su cui tale sforzo agisce.

Consideriamo ora per semplicità una particella di forma cubica, infinitesimamente piccola, con gli spigoli orientati secondi gli assi di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, come illustrato in *Fig.1.7*. Lo sforzo $\boldsymbol{\tau}$ che agisce, per esempio, sulla faccia superiore della particella cubica è, come detto, un vettore e come tale può essere definito mediante le tre componenti cartesiane, una per ciascuna direzione cardinale. Lo stesso si potrebbe dire per le altre facce del cubo. Se poi le dimensioni del cubo sono infinitesime, si può dimostrare che lo stato di sforzo presente nel fluido nel punto racchiuso dalla particella è completamente rappresentato da 9 componenti cartesiane di sforzo, 3 relative alle facce parallele al piano *xy*, 3 al piano *xz* e 3 relative al piano *yz*. Un'entità vettoriale come quella rappresentata dallo sforzo, descritta da 9 componenti cartesiane, è un'entità molto particolare a cui si attribuisce il nome di *tensore*.

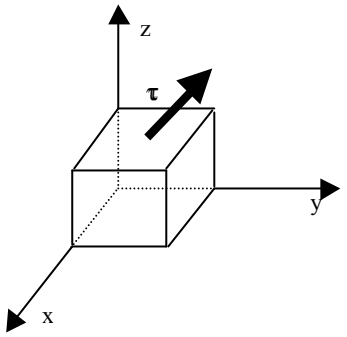

Fig. 1.7: sforzo agente su una faccia di una particella cubica di fluido viscoso.

Se consideriamo la solo faccia superiore del cubo, come in *Fig.1.8*, vediamo come lo sforzo che su essa agisce, possa essere decomposto in 3 componenti cartesiane indicate con la denominazione τ_{zx}, τ_{zy}, τ_{zz}, dove il primo pedice indica la direzione normale alla superficie (la sua orientazione, quindi) ed il secondo la direzione lungo cui agisce lo sforzo stesso. Lo stesso potremmo dire se considerassimo una faccia parallela ai piani *xz* e *yz*. Sarebbe scomodo indicare esplicitamente il tensore degli sforzi con le sue 9 componenti. Se, viceversa al posto del pedice *x* poniamo *1*, al posto del pedice *y* poniamo *2* e al posto del pedice *z* poniamo *3*, la componente τ_{xz} del tensore sforzo, per esempio, potrebbe essere indicata come τ_{13} ed, in generale, l'intero tensore potrebbe essere indicato come τ_{ik}, *i,k = 1,2,3*.

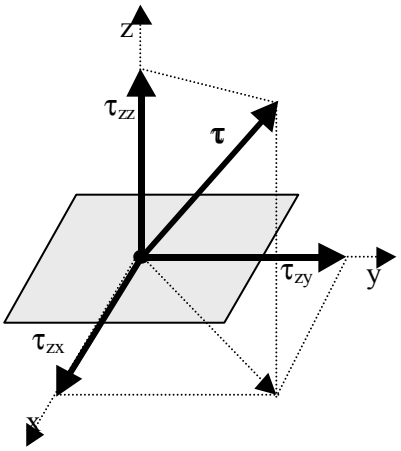

Fig. 1.8: decomposizione dello sforzo su una superficie nelle relative componenti cartesiane.

Analizziamo ora alcune proprietà del tensore degli sforzi. In primo luogo, tale tensore, che può essere visto come una matrice del tipo:

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{bmatrix} \qquad [1.49]$$

presenta la proprietà secondo cui la forza netta derivante dalla sua azione sulla superficie esterna di una particella di fluido (che è quindi una superficie chiusa) tende a zero al tendere a zero della superficie stessa. Un'altra proprietà dello sforzo è che la somma dei 3 elementi diagonali della matrice che lo rappresenta è una quantità scalare invariante rispetto ad ogni rotazione degli assi. Ovviamente ci aspettiamo che tale somma abbia un significato fisico; in effetti si può vedere che tale somma è legata alla pressione presente nel fluido in quel punto, dalla relazione seguente:

$$p = -(\tau_{11} + \tau_{22} + \tau_{33})/3 \qquad [1.50]$$

Un'altra interessante e utile proprietà del tensore degli sforzi è che è simmetrico, ($\tau_{ik} = \tau_{ki}$) per ogni valore di i e da k e ciò comporta che delle 9 componenti del tensore, solo 6 sono indipendenti. Quando il fluido è in equilibrio e a riposo, lo sforzo si riduce alla sola pressione, che ubbidisce solo alle leggi della termodinamica. Viceversa, quando il fluido è in moto, la distribuzione spaziale (cioè il *campo*) di sforzo non è più rappresentato dalla sola pressione, anche se normalmente essa risulta la componente preponderante. Da ciò deriva la consuetudine secondo cui lo sforzo totale in un fluido viscoso si decompone in due componenti, una costituita dalla pressione e l'altra da quello che viene indicato col termine di *sforzo viscoso* T_{ik}, cioè:

$$\tau_{ik} = -p \cdot \delta_{ik} + T_{ik} = 1/3\tau_{jj} \cdot \delta_{ik} + T_{ik} \qquad [1.51]$$

Vanno fatte alcune osservazioni riguardo alla simbologia usata nella (1.51). Il simbolo δ_{ik}, noto come Delta di Kronecker, vale 1 quando $i = k$ e 0 altrimenti. Interessante è il termine τ_{jj}; questo è il primo esempio fin qui incontrato di *notazione sintetica di Einstein e ha il seguente significato:*

$$\tau_{jj} = \sum_{j=1}^{3} \tau_{jj} \qquad [1.52]$$

Dalle osservazioni fatte risulta chiaro come nel seguito ci si limiterà alla sola trattazione dello *sforzo viscoso*.

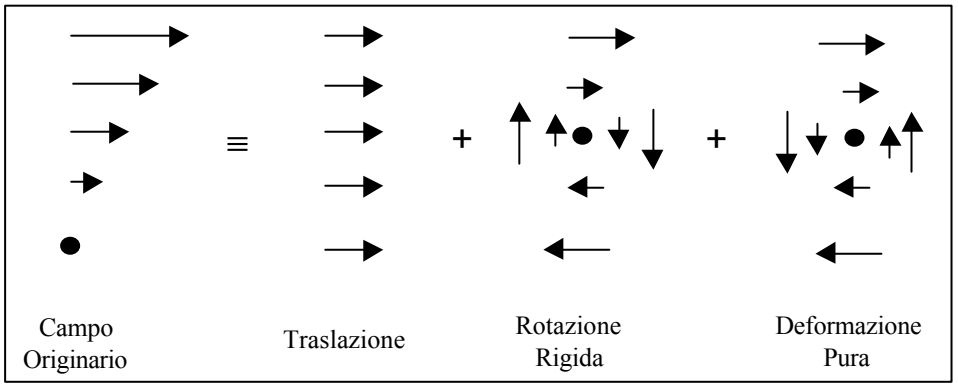

Fig. 1.9: decomposizione schematica di un semplice campo di velocità in campi elementari (Blackadar,1997).

Per una migliore comprensione, consideriamo un esempio bidimensionale di un moto orizzontale con una velocità nella direzione *x,* variabile linearmente con l'altezza (parte sinistra della *Fig 1.9)*. Come indicato in figura, ad ogni quota, il campo di velocità può essere *decomposto* in tre parti distinte (tre campi). La somma vettoriale dei tre campi ad ogni quota sarà evidentemente uguale al campo di velocità originale. La *prima componente* consiste in una velocità uniforme ed è normalmente chiamata *campo di traslazione.* Il suo effetto su una particella di aria è quello di traslarla rigidamente nella direzione del moto, senza produrre alcun cambiamento nella sua forma, orientazione e volume. Il secondo campo è una *rotazione rigida* del volumetto di fluido; in questo caso la particella mantiene il proprio volume e la forma originaria, tuttavia cambia la propria orientazione nello spazio. Il terzo campo

è una *pura deformazione* e consiste nello stiramento in una direzione (*stretching*) e nella compressione (*squeezing*) lungo la direzione mutuamente perpendicolare. Esiste normalmente anche un altro campo in cui si dovrebbe decomporre il campo originale di velocità (che però è assente nella *Fig.1.9*) ed è *un'espansione a tasso costante in tutte le direzioni*, normalmente nota come *divergenza*. Quindi il *moto di una particella di fluido* può sempre essere visto come la *sovrapposizione* di una traslazione rigida (che non ne cambia né la forma né il volume), di una rotazione attorno ad un asse definito (che non cambia né forma né volume), di una deformazione (che ne cambia la forma) e di una espansione (che ne cambia il volume).

Ovviamente tutto quanto detto può essere esteso facilmente al caso tridimensionale. In questo caso la variazione di velocità u_i derivante da uno spostamento δx_k sarà formalmente data da:

$$u_i(\delta x_k) = u_i(0) + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{\partial u_k}{\partial x_i}\right)\cdot \delta x_k + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i}\right)\cdot \delta x_k \qquad [1.53]$$

dove il primo termine della parte destra rappresenta la pura traslazione, il secondo la pura rotazione ed il terzo l'effetto combinato di divergenza e deformazione. Rimandando a Blackadar (1997) per ulteriori dettagli, il *tensore degli sforzi viscosi* agente sulla particella sarà dato (in notazione sintetica di Einstein) da:

$$T_{ik} = \mu\left[\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\cdot\frac{\partial u_j}{\partial x_j}\delta_{ik}\right] \qquad [1.54]$$

In queste ultime relazioni si è fatto uso del secondo esempio di notazione sintetica di Einstein:

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = \sum_{k=1}^{3}\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \qquad [1.55]$$

Il tensore degli sforzi viscosi rappresenta quindi la causa della deformazione subita dalla particella e, come è evidente, dipende direttamente dalla viscosità propria del fluido. Un altro effetto importante dovuto alla viscosità è la dissipazione di energia cinetica durante il moto del fluido, che viene costantemente convertita in calore. Perciò, per mantenere il moto, è necessario fornire continuamente energia al fluido oppure ci deve essere una conversione di energia potenziale, presente sotto forma di gradienti di pressione e densità.

Prima di proseguire è interessante notare che un valore tipico per il *PBL* di *shear* del vento è dell'ordine di 0.5 s^{-1}. Se, per semplificare la valutazione, si prende a riferimento la (1.48), risulta che τ/ρ (*sforzo in forma cinematica*) è circa $7.3\cdot10^{-6}$ m^2s^{-2}, valore molto piccolo e trascurabile rispetto agli altri tipi di sforzo presenti nel *PBL*. Pertanto la situazione reale del *PBL* sarà decisamente più complessa di quella tipica di un fluido viscoso Newtoniano.

1.2.2 IL MOTO TURBOLENTO

Il moto di un fluido viscoso può essere classificato in *moto laminare* e *moto turbolento*.

Un moto laminare è un moto ordinato in cui gli strati adiacenti di fluido scorrono gli uni sugli altri con un

piccolo rimescolamento e con un trasferimento reciproco di proprietà esclusivamente a scala molecolare. In un moto laminare i vari campi associati al fluido (velocità, temperatura e concentrazione) sono altamente regolari e variabili solo gradualmente nello spazio e nel tempo. E tutto questo non è tra le evidenze sperimentali del *PBL*, almeno nella sua parte più vicina al suolo. Un aspetto interessante nel moto laminare di un fluido viscoso è il suo comportamento in prossimità di un confine rigido, come si può vedere nel caso illustrato in *Fig.1.10***.**

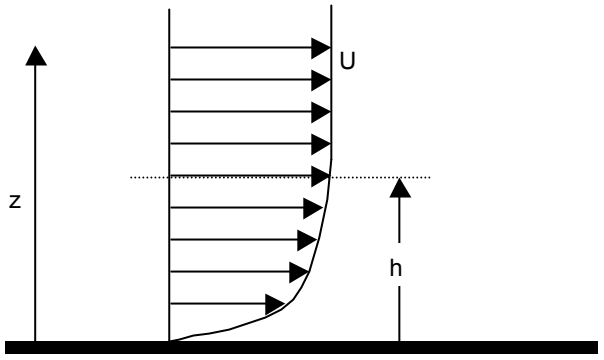

Fig. 1.10: moto di un fluido viscoso su una superficie e sviluppo di uno strato limite.

L'analisi del profilo di velocità del fluido evidenzia come la *no-slip condition* determini che il profilo di velocità sia nullo alla superficie ed aumenti fino a raggiungere un *valore di equilibrio* lontano dalla superficie stessa. Si può quindi individuare uno strato di spessore *h* in cui è presente un *disturbo* al moto del fluido, determinato dalla presenza della superficie rigida e dalla sua interazione col fluido viscoso, disturbo costituito dal gradiente verticale di velocità che diminuisce progressivamente con l'allontanarsi dalla superficie. Nell'esempio considerato, sia entro lo strato di spessore *h* che al di sopra, il moto del fluido continua ad essere di tipo laminare, cioè ordinato. Questa evidenza sperimentale in tutti i fluidi reali (in movimento a velocità estremamente basse) fu inizialmente ipotizzata da Prandtl nel 1905 e lo spessore *h* viene comunemente definito *Strato Limite* (*Boundary Layer*).

La situazione ideale di *Fig.1.10* è quasi sempre lontana dalla realtà dei fluidi reali e può essere riprodotta in laboratorio solo con fluidi ad elevatissima viscosità, in un moto estremamente lento e che transitano su superfici molto lisce. L'evidenza sperimentale è che quando le superfici sono rugose (come lo sono le superfici naturali su cui scorrono le masse d'aria), la velocità di traslazione del fluido considerevole e la viscosità bassa, il moto cambia drasticamente d'aspetto e si presenta altamente disordinato ed irregolare sia nello spazio che nel tempo. Per meglio comprendere ciò, è conveniente rifarsi agli studi di Osborne Reynolds, prendendo a riferimento la situazione sperimentale descritta nella *Fig.1.10*. Supponiamo di realizzare in laboratorio una situazione come quella descritta in figura (un fluido che scorre parallelamente ad una superficie piana rigida, in cui sia evidente la presenza di un *Boundary Layer* di spessore *h* e che sia caratterizzato da una velocità *U* lontano dalla frontiera rigida). Supponiamo, inoltre, di poter variare a volontà la velocità *U*. Prima di condurre l'esperimento è conveniente definire uno o più parametri che lo possano descrivere, anche se sinteticamente. Sicuramente un parametro è *U*, tuttavia per poter descrivere anche la natura fisica della frontiera rigida (per esempio la rugosità) e soprattutto il suo effetto sul moto del fluido risulta spontaneo considerare anche *h* come un parametro di interesse. Ovviamente avremo tanti comportamenti diversi del fluido (in particolare tanti profili di velocità diversi) a seconda del tipo di fluido considerato e quindi è necessario tenere in considerazione in qualche modo anche la natura fisico-chimica del fluido stesso. Tra le tante possibilità che abbiamo, la viscosità cinematica ν parrebbe essere un buon candidato. Effettivamente questi sono anche i parametri che Reynolds prese in considerazione nei suoi storici esperimenti. In particolare, invece di considerali separatamente, Reynolds costruì con essi un *indicatore sintetico*

adimensionale noto come *numero di Reynolds* e definito come:

$$\mathrm{Re} = Uh/\nu \qquad [1.56]$$

A questo punto iniziamo l'esperimento ed aumentiamo gradualmente U a partire da $U = 0$. Una volta realizzato un piccolo incremento di U, ne registriamo il valore, individuiamo h e calcoliamo il valore relativo di Re. L'esperimento evidenzierà la situazione seguente:

- a bassi valori di *Re* (inferiori a circa 10^3) il moto del fluido continua a mantenersi regolare (cioè laminare) ovunque;

- sopra tale valore critico, variabile a seconda di molti fattori, come la rugosità della frontiera rigida, la geometria della stessa, ecc., ma comunque dell'ordine di 10^3, si iniziano a vedere i primi sintomi di cambiamento nel moto del fluido. Infatti, (Tennekes e Lamley, 1972) il moto laminare del fluido, costituito originariamente da un lento scorrimento regolare di *lamine* piane di fluido le une sulle altre, progressivamente presenta instabilità *bidimensionali,* che si possono manifestare con ondeggiamenti verticali che evolvono con l'aumentare di *Re* fino a diventare *tridimensionali*. A questo punto, il moto del fluido, ancora sostanzialmente ordinato, comincia ad evidenziare *disturbi intensi e localizzati* di tipo tridimensionale che si presentano casualmente nello spazio e nel tempo.

- con l'aumentare di *Re*, questi disturbi tridimensionali *casuali* aumentano di numero, di frequenza e di intensità, si mischiano tra loro, si rompono, fino a coinvolgere tutto il fluido presente entro il *Boundary Layer*. A questo punto il moto del fluido è ben lontano dal suo stato originale: si individua ancora un moto di traslazione che ricorda un movimento laminare a cui però si vanno a sovrapporre perturbazioni più o meno intense a seconda del valore di *Re* e della distanza dalla frontiera rigida, perturbazioni apparentemente senza senso e quindi descrivibili come perturbazioni completamente casuali. Entro il *Boundary Layer* si viene ad instaurare quindi un tipo di moto sostanzialmente disordinato e caotico (*casuale*) a cui diamo il nome di *moto turbolento*.

Quanto evidenziato in questo esperimento ideale (che comunque può essere realizzato realmente con una certa facilità) ha riscontri oggettivi nel moto di tutti i fluidi di interesse ingegneristico (flusso di liquidi e gas in condotti) e di interesse geofisico (oceani e atmosfera). Come evidenziato da Tennekes e Lumley (1972) e da Monin e Yaglom (1971a) è difficile dare una definizione precisa della turbolenza. E' possibile però indicarne alcune proprietà generali:

- *l'irregolarità*: la caratteristica più evidente dalla presenza di turbolenza nel moto di un fluido è l'irregolarità che caratterizza il campo delle principali variabili che descrivono il moto del fluido stesso. Queste irregolarità hanno le caratteristiche proprie di un *fenomeno stocastico* e suggeriscono che un metodo di indagine possibile potrebbe essere proprio quello statistico.

- *la diffusività*: le irregolarità caratteristiche di un moto turbolento determinano un *rapido rimescolamento* di porzioni di fluido con caratteristiche differenti e quindi un incremento del tasso di trasferimento di massa, quantità di moto e calore.

- *l'alto numero di Reynolds*: la turbolenza nel moto di un fluido si instaura solo ad elevati valori di *Re*. Come qualitativamente spiegato in Monin e Yaglom (1971a), il numeratore della (1.60) rappresenta le *forzanti inerziali*, cioè quelle forzanti del moto che dipendono dal gradiente di velocità, mentre il denominatore risulta proporzionale alle forze viscose. Mentre le forzanti inerziali agiscono nel senso di destabilizzare il moto del fluido, la forzante viscosa agisce come un

regolarizzatore del moto stesso. Alti valori di *Re* stanno a significare che l'azione destabilizzante delle forzanti inerziali prevale sull'effetto regolarizzante dei termini viscosi.

- *la sua tridimensionalità*: in Tennekes e Lumley (1972) è evidenziato come nel moto dei principali fluidi geofisici sono spesso evidenti *perturbazioni bidimensionali* che non sono turbolenti (un esempio è costituito dai cicloni). L'impronta della turbolenza è data quindi dalla presenza di strutture irregolari *tridimensionali* che ne costituiscono l'elemento distintivo.

- *è un fenomeno dissipativo*: i flussi turbolenti sono sempre dissipativi. Gli sforzi viscosi compiono lavoro di deformazione che aumenta l'energia interna del fluido a spese dell'energia cinetica posseduta dal fluido stesso. Pertanto, perché permanga, la turbolenza richiede una continua fornitura di energia per compensare le perdite dovute all'azione degli sforzi viscosi. Se cessa questa fornitura di energia esterna, la turbolenza decade rapidamente.

- *è un fenomeno continuo*: la turbolenza non è un fenomeno di tipo microscopico, ma macroscopico ed è quindi governato dalle leggi della Meccanica dei Fluidi. Questa affermazione potrebbe sembrare una contraddizione con la prima delle caratteristiche elencate, tuttavia così non è. Come sarà più chiaro nel Cap.2, effettivamente è possibile presentare un apparato teorico che descrive il moto turbolento di un fluido impiegando le leggi della Meccanica dei Fluidi, tuttavia la presenza di non linearità in tali leggi da un lato spiega l'apparente caoticità del moto turbolento e dall'altro evidenzia come un tale costrutto teorico non sia in grado di produrre un *modello* praticamente utilizzabile. Pertanto il trattare la turbolenza come un fenomeno più o meno stocastico, più che essere dettata da una necessità teorica, è dettata dalla *disperazione* nel trattare nella pratica moti di questo genere.

Per quanto riguarda il *PBL*, se consideriamo la *Fig.1.5*, si può individuare in 10^3 m l'estensione tipica del *Boundary Layer*. Con valori tipici di velocità del vento di 5÷10 $m{\cdot}s^{-1}$ è immediato stimare un *Re* di circa $10^8 \div 10^9$, valore estremamente elevato che dovrebbe comportare un moto delle masse d'aria nel *PBL* di tipo turbolento, cosa confermata dalle osservazioni sperimentali. Un esempio significativo è presentato in *Fig.1.11* in cui è presentata l'evoluzione temporale delle tre componenti del vento rilevati a 10 m dal suolo con uno strumento a bassa inerzia.

Ciò che incuriosisce immediatamente è *l'estrema irregolarità delle misure*, non dovuta a disturbi derivanti dall'apparato di misura, ma propria dell'aria del *PBL.* Le irregolarità si riscontrano su tutte le componenti del vento e ciò è un'impronta inequivocabile della tridimensionalità di un fenomeno turbolento. In quanto turbolento, il *PBL* non presenta, in condizioni nominalmente stazionarie, un campo di velocità veramente costante nel tempo, ma piuttosto un andamento irregolare, anche se non completamente casuale. La varietà di fluttuazioni di differenti periodi e ampiezze osservate nei tre andamenti di *Fig.1.11* illustrano la complicata struttura della turbolenza che è la responsabile della elevata capacità da parte di un fluido turbolento di trasferire quantità di moto e calore, di rimescolare specie chimiche differenti e di propagare reazioni chimiche (in particolare la combustione).

Da un punto di vista puramente teorico, il moto turbolento di un fluido reale come l'atmosfera è un esempio di un sistema meccanico non lineare con un enorme numero di gradi di libertà, che non consentono di giungere ad una definizione consistente del fenomeno. Spesso viene naturale pensare che tale complesso comportamento del fluido, nella realtà, sia il risultato della sovrapposizione di moti disordinati e difficilmente prevedibili ad un moto sostanzialmente regolare e prevedibile. Questa è in pratica l'ipotesi di Reynolds che, come vedremo nel seguito, *separa il moto in due componenti profondamente differenti*: un andamento medio, regolare e prevedibile (*valore medio*),

sostanzialmente deterministico, e le fluttuazioni altamente irregolari e totalmente imprevedibili, praticamente di natura stocastica (*fluttuazioni turbolente*). A prima vista il termine fluttuante potrebbe sembrare completamente casuale, tuttavia ad un esame più attento, esso suggerisce la presenza di una qualche forma di regolarità. La ricerca micrometeorologica ha cercato spiegazioni di questo fatto ed ha tentato, con successo, di usare proprio questo apparente *rumore* per trarre informazioni preziose sullo stato e sulla estensione verticale del *PBL*.

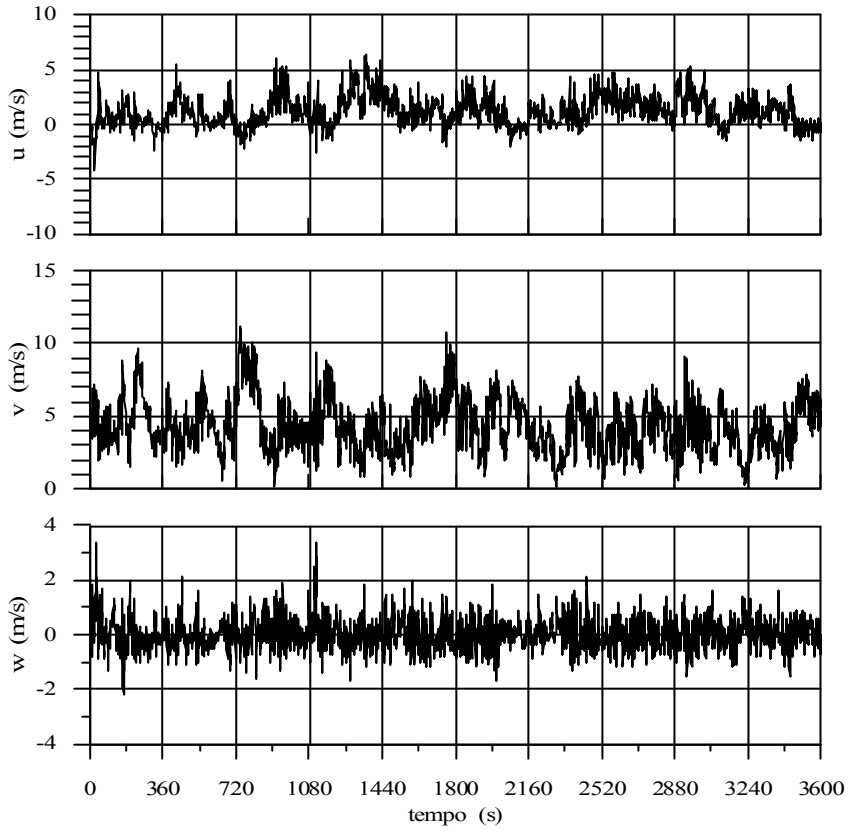

Fig. 1.11: andamento temporale delle tre componenti del vento(frequenza di campionamento di 1Hz, Città del Messico, 14 Settembre 1993)

1.2.3 LA FENOMENOLOGIA DELLA TURBOLENZA DEL PBL

L'aria del *PBL*, è un fluido viscoso che scorre sopra una frontiera rigida e rugosa (il suolo); ciò comporta che la velocità media del fluido decresca quanto più ci si avvicina al suolo, fino ad annullarsi in corrispondenza di questa barriera rigida, rispettando la *no-slip condition*. Si produrrà quindi un gradiente nella velocità dell'aria (*shear* del vento), tanto più marcato quanto minore è la distanza dal suolo. Oltre a ciò, il moto dell'aria è altamente turbolento, tranne che per un piccolo strato a contatto con il suolo ed estremamente sottile (dell'ordine di ν/U) in cui il moto del fluido è sostanzialmente laminare. Nella maggior parte del *PBL* quindi la turbolenza è presente in forma più o meno accentuata, con strutture più o meno irregolari e tridimensionali che vengono normalmente indicate col termine *vortici* (*eddy*) che sicuramente hanno origine dall'interazione tra il suolo ed l'atmosfera e si propagano verso l'alto. L'osservazione del *PBL* ha evidenziato che le situazioni diurne, caratterizzate da un forte soleggiamento, differiscono profondamente da quelle notturne, anche se in entrambe è presente la turbolenza. Nel presentare la fenomenologia tipica del *PBL* separeremo nettamente questi due casi che

rappresentano di fatto due regimi completamente differenti: ciò fa del *PBL* un esempio unico nel panorama del moto dei fluidi di interesse geofisico. Il primo caso (moto in situazioni con soleggiamento rilevante) prende normalmente il nome di *situazione convettiva*, mentre il secondo caso viene normalmente indicato come *situazione stabile*. Il *PBL*, nel primo caso viene frequentemente indicato come *CBL (Convective Boundary Layer)*, mentre nel secondo caso si usa frequentemente la denominazione *SBL (Stable Boundary Layer)*.

1.2.3.1 Il PBL Convettivo

Dal punto di vista geometrico, il *PBL* è in una situazione del tutto simile ad altri fluidi confinati da una frontiera rigida, come l'oceano per esempio. Quello che rende il *PBL* unico nelle situazioni convettive è che su di esso agisca una *fonte di calore ciclica*. Per comprendere ciò è necessario ricordare, (*Fig.1.12)* che per la superficie terrestre, alle medie e basse latitudini, il sole è una presenza diurna costante con un suo ciclo giornaliero e stagionale.

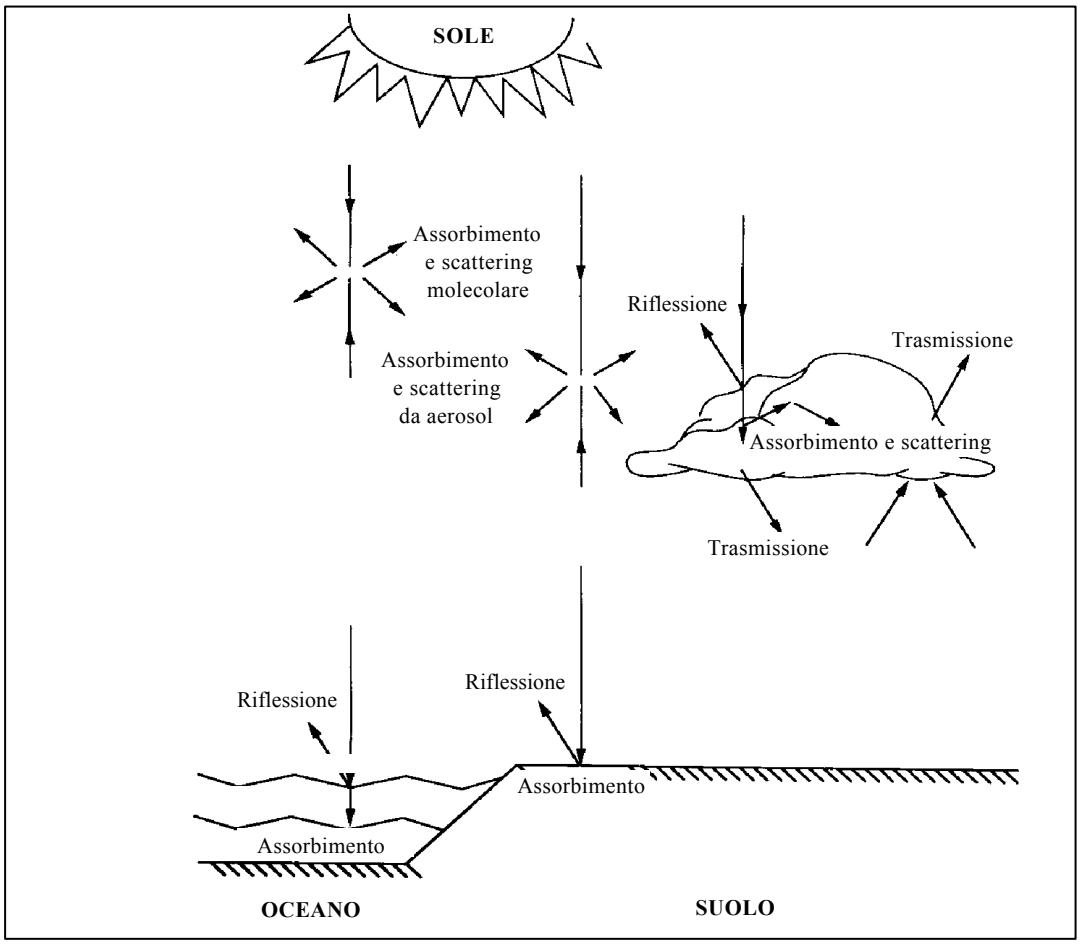

Fig. 1.12: il cammino e la destinazione della radiazione solare.

Senza entrare nel dettaglio (lo si farà in un Capitolo apposito), la radiazione elettromagnetica emessa dal sole attraversa tutta l'atmosfera, perdendo solo una parte della propria energia originaria, e raggiunge il suolo dove subisce una riflessione più o meno rilevante a seconda del tipo di suolo. La cosa importante, comunque è il fatto che circa il 44% della radiazione solare presente alla sommità dell'atmosfera raggiunga effettivamente la superficie terrestre. L'atmosfera è quindi praticamente

trasparente alla radiazione solare e non riceve, se non in misura ridotta, energia direttamente da essa, mentre è il suolo che ne riceve la maggior parte e la restituisce all'aria sovrastante, realizzando questo trasferimento energetico. Infatti il calore assorbito dal suolo viene reintrodotto con vari meccanismi all'interfaccia suolo - atmosfera. L'atmosfera si trova quindi nelle condizioni di una *enorme pentola* (generalmente animata da un moto di traslazione, circa parallelo alla superficie terrestre) piena di aria posta al di sopra di una intensa fonte di calore.

All'interfaccia suolo-atmosfera si stabiliscono due sorgenti di turbolenza completamente differenti. La prima è di *tipo meccanico*, comune a tutti i fluidi viscosi in moto sopra una superficie rigida e rugosa e che dà luogo a *vortici* di dimensione relativamente limitata. La seconda è di *tipo convettivo* e quindi *di origine termica*, che origina vortici (*thermals*) di dimensione decisamente maggiore sui quali agisce la forza di Archimede dovuta alla differenza di densità dell'aria contenuta nei vortici rispetto alla densità all'aria circostante. La loro forza motrice è quindi il *galleggiamento* (*buoyancy*) e le loro dimensioni sono ben maggiori di quelle di origine meccanica, raggiungendo anche molte centinaia di metri. Un possibile meccanismo di formazione e di evoluzione dei *thermals* è quello illustrato in *Fig.1.13* (Oke, 1987). L'aria al di sopra di superfici particolarmente calde si riscalda in maniera prevalente, dando origine ad una *bolla* molto più calda dell'aria circostante. Tale bolla si presenta appiattita al suolo (stadio 1 nella *Fig.1.13*) e possiede un'instabilità interna che non si manifesta immediatamente, ma solo dopo che la bolla ha catturato sufficiente calore. A questo punto (stadio 2 di *Fig.1.13*) la bolla inizia a contrarsi e ad assumere una forma sempre più sferica finché inizia a staccarsi dal suolo ed ad iniziarsi entro il *PBL*, mossa dalla forza di galleggiamento (stadio 3 di *Fig.1.13*). Inizialmente la velocità di ascesa è elevata, tuttavia, durante la sua ascesa, la bolla inizia il processo di *inglobamento* (*entrainment*) dell'aria fredda circostante (a temperatura inferiore) che, da un lato, produce un aumento delle dimensioni e dall'altro un abbassamento della sua temperatura media e quindi della spinta di galleggiamento. La diminuzione della spinta di galleggiamento e l'aumento della resistenza aerodinamica dovuta all'incremento dimensionale fanno si che la velocità di ascesa del *thermal* diminuisca progressivamente fino ad arrestarsi completamente

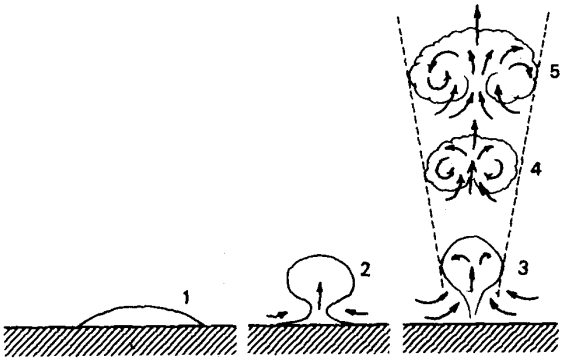

Fig. 1.13: modello semplificato dello sviluppo dei vortici convettivi (Oke,(1987).

Lo strato di atmosfera interessato da questo fenomeno, cioè il *PBL*, presenta caratteristiche di turbolenza ben differenti dalla porzione di troposfera sovrastante e per la prima volta nella nostra discussione il *PBL* riceve una definizione meno vaga.

La generazione di bolle calde o *thermals* ed il loro innalzamento entro il *PBL*, comporta che *il profilo verticale della temperatura potenziale media abbia una forma ben precisa*, come quella riportata in *Fig.1.14*, in cui è presentato un tipico profilo verticale della temperatura potenziale media in un'ora diurna con buon soleggiamento. Come si nota chiaramente, sono distinguibili alcuni *strati tipici.*

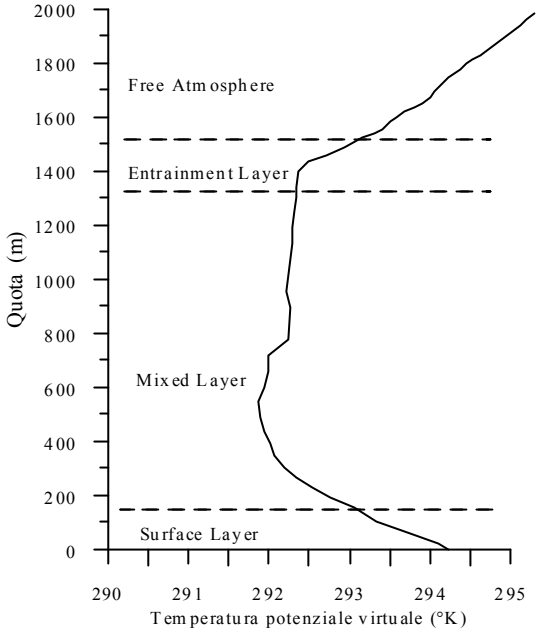

Fig. 1.14: tipico profilo verticale diurno della temperatura potenziale virtuale (Città del Messico 20/5/1992, 12LT)

Il primo strato, molto sottile, si estende dal suolo ad una quota di circa un centinaio di metri e prende il nome di *Strato Superficiale* (*Surface Layer, SL*). In esso la temperatura potenziale diminuisce con la quota, evidenziando uno stato di *instabilità statica*. È questo lo strato in cui si ha la formazione e la prima evoluzione delle strutture termiche coerenti ed in cui sono concentrati la maggior parte degli effetti di *shear*. Ricordando quanto detto al punto 1.1.5, in presenza di un gradiente negativo di temperatura potenziale, una particella d'aria (in questo caso un *thermal*) liberata nei pressi del suolo con una data velocità iniziale, abbandona la propria posizione iniziale acquisendo un moto ascensionale sempre più veloce. Questo strato rappresenta quindi una specie di *catapulta* per il flusso verso l'alto di particelle di aria e quindi di quantità di moto, di calore, di umidità e di inquinamento.

Sopra questo è presente un ulteriore strato caratterizzato da una temperatura potenziale praticamente costante, corrispondente ad una situazione di *adiabaticità statica*. Tale strato prende il nome di *Strato Rimescolato* (*Mixed Layer, ML*). È questo lo strato in cui le strutture coerenti hanno il loro massimo sviluppo. Una particella che raggiunge il *ML* dal *SL* non incontra ostacoli al proprio moto ascensionale, salvo la resistenza aerodinamica.

Al di sopra del *ML*, però, i vortici cominciano a perdere energia e contemporaneamente inizia un processo di infiltrazione dell'aria proveniente dagli strati superiori che partecipa alla rapida dissoluzione dei vortici convettivi. Questo strato, normalmente indicato come *Strato di Entrainment*, è caratterizzato da un forte gradiente positivo di temperatura potenziale. Una particella di aria che lo raggiunge, dopo essere partita dal *SL* ed aver attraversato il *ML,* si trova in uno stato di *stabilità statica* che ne frenerà il moto fino ad arrestarla. A questo punto, la particella verrà inglobata in un vortice discendente, raggiungerà con esso il suolo e verrà nuovamente catapultata verso l'alto in un ciclo che avrà fine solo quando verrà meno l'apporto di radiazione solare. A questo punto risulta più chiaro perché il *PBL* è il luogo in cui è praticamente confinato l'inquinamento atmosferico e quindi risulta evidente come per studiare l'inquinamento atmosferico sia necessario studiare le caratteristiche

del *PBL*. Infatti, un profilo di temperatura potenziale come quello di *Fig.1.14* evidenzia come il *PBL sia* una *trappola* per le particelle che, una volte emesse, non riescono più a sfuggire.

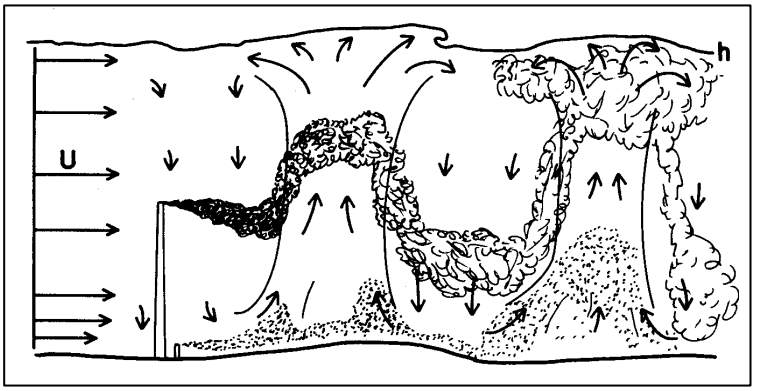

Fig. 1.15: comportamento dei pennacchi di fumo in un PBL convettivo (Briggs, (1988)

Al suo termine, la troposfera presenta i suoi tratti caratteristici con un incremento pressoché costante della temperatura potenziale (*Free Atmosphere*).

Per PBL si intende, quindi, l'insieme dello Strato Superficiale, dello Strato Rimescolato e di quello di Entrainment e spesso il profilo verticale della temperatura potenziale rilevato nelle ore a grande insolazione lo individua in maniera estremamente chiara. I pennacchi di inquinanti emessi a varie quote entro il *PBL* sono in balia dei moti ascendenti e discendenti che si instaurano entro il *PBL* e, prima di disperdersi, presentano i tipici *ondeggiamenti* (*looping*) rappresentati in *Fig.1.15*.

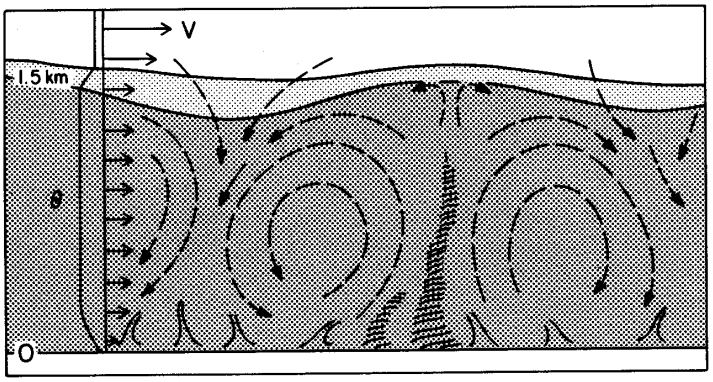

Fig.1.16: rappresentazione pittorica del PBL convettivo realizzata da Wyngaard (1990).

Nella *Fig.1.16* si ripropone una celebre rappresentazione grafica realizzata da Wyngaard (1990) per illustrare questi concetti fenomenologici. Da essa risulta che nel *PBL* si può individuare:

- un **flusso ascendente** (*updraft*) che consiste in vortici di grandi dimensioni che hanno origine nei pressi del suolo, salgono nel *SL* ed nel *ML* arrivando fino allo strato di *entrainment* dove si mescolano con una parte di aria dell'atmosfera libera;

- un **flusso discendente** (*downdraft*) che lentamente scende verso il suolo.

Gli *inquinanti tendono perciò ad accumularsi nel ML mentre sopra il PBL la loro concentrazione è molto bassa*. Essi sono trasportati dai *thermals*, perciò l'incapacità di questi ultimi a superare la sommità dello strato rimescolato porta come conseguenza l'intrappolamento degli inquinanti nel *ML* e questo spiega perché l'inquinamento atmosferico è prevalentemente localizzato entro il *PBL*. Tuttavia il meccanismo di *entrainment* non solo immette aria della *Free Atmosphere* nel *PBL*, ma immette nella *Free Atmosphere* anche aria del *PBL*. Se in questa aria è presente dell'inquinante, esso si propagherà ben poco disperso (la turbolenza e quindi la capacità disperdente della *Free Atmosphere* è estremamente limitato) per grandi distanze ed anche ad alta velocità se avrà la sventura di raggiungere quote dove è presente un vento a getto di forte intensità. Ciò spiega perché si riscontrino anche trasporti di inquinanti a grande distanza, non altrimenti spiegabili.

Il vapor d'acqua presente nel *PBL* ha come sorgente principale la superficie terrestre, sia a causa dell'evaporazione che si produce dagli specchi d'acqua (oceani, laghi e fiumi) che della traspirazione della vegetazione. La sua concentrazione tende a *diminuire con la quota* con un tasso relativamente elevato entro il *SL*, mantenendosi pressoché costante nel *ML*. In corrispondenza dello *Strato di Entrainment* si assiste ad una rapida diminuzione fino praticamente ad annullarsi nella *Free Atmosphere* (questo non è vero in generale, soprattutto quando si è in presenza di nubi *sinottiche*). Questo comportamento è molto netto e ciò è spesso utilizzato per identificare la sommità del *ML* dai radiosondaggi. La struttura fisica del *PBL* costituisce anche per l'umidità presente in aria una trappola da cui è ben difficile sottrarsi.

Per quanto riguarda il profilo verticale della velocità del vento, va rilevato che la condizione di *no-slip* determina una velocità nulla in prossimità del suolo (non esattamente al suolo, come si vedrà nel seguito, ma in corrispondenza ad una quota piccola, ma variabile a seconda delle dimensioni verticale tipiche degli elementi presenti al suolo che ne determinano la rugosità). Col crescere della quota, la velocità del vento aumenta in maniera circa logaritmica entro tutto lo strato superficiale. La presenza di *shear* nello strato superficiale è una chiara indicazione della presenza di turbolenza meccanica sempre presente in un fluido viscoso come l'atmosfera. Entro il *ML* la velocità del vento si mantiene circa costante e lo *shear* è ridotto, chiaro indice del fatto che nello strato rimescolato la produzione di turbolenza meccanica è ridotta. Viceversa nell'*entrainment* la velocità del vento presenta brusche variazione adeguandosi rapidamente, con l'aumentare della quota, alla situazione a mesoscala dettata dai gradienti di pressione a grande scala *(vento geostrofico*).

Durante il giorno l'estensione verticale del *PBL* non è costante, ma al contrario continua ad aumentare proporzionalmente all'immissione nel sistema di energia solare. In pratica è minima nelle prime ore della mattina, quando è prevalente l'influenza della pura turbolenza meccanica, ed aumenta proporzionalmente all'integrale di energia solare fino al tramonto quando decade molto rapidamente in corrispondenza dell'interruzione di apporto energetico solare. A questo punto il *PBL* convettivo inizia a distruggersi. Per prima cosa si dissolve entro il *SL* il profilo a gradiente di temperatura potenziale negativo e progressivamente anche una parte del profilo entro il *ML*, a cui si sostituisce un profilo di temperatura potenziale a gradiente positivo di tipo tipicamente notturno. La cosa interessante è che il profilo termico nella parte alte del *PBL* risulta *abbandonato ad un lento decadimento* e spesso risulta ancora visibile il giorno successivo. Questo strato di *vecchio PBL abbandonato* prende il nome di *Residual Layer (RL)*.

1.2.3.2 Il PBL Stabile

Se prendiamo in considerazione una tipica situazione notturna, notiamo che essa risulta molto meno definita e chiara della situazione diurna. L'aria continuare ad essere in una situazione turbolenta, tuttavia

tale turbolenza non ha origini convettive, essendo assente l'apporto energetico solare. L'unica sorgente di turbolenza è quindi la turbolenza meccanica indotta dallo *shear* del vento, come tipico di ogni fluido viscoso che scorra sopra una superficie solida e rugosa, turbolenza che in parte viene inibita e contrastata da un intenso fenomeno di raffreddamento dell'atmosfera, più intenso negli strati più vicini al suolo. Nella *Fig.1.17* viene illustrata in maniera *pittorica* questa situazione.

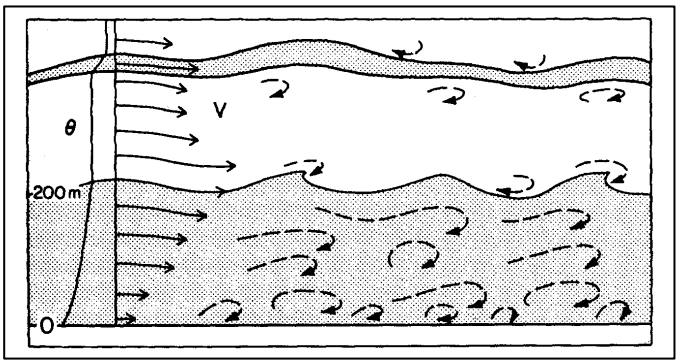

Fig.1.17: rappresentazione pittorica del PBL stabile (Wyngaard, 1990)

Da essa si nota come il *PBL* notturno (*Stabile*) sia sede di una turbolenza caratterizzata dalla presenza di vortici di piccola dimensione localizzati nelle immediate vicinanze del suolo. Più ci si allontana dalla superficie terrestre, più diminuisce il livello di turbolenza. Il moto è intrinsecamente instabile e favorevole all'instaurarsi di effetti ondosi, come per esempio le tipiche onde di gravità.

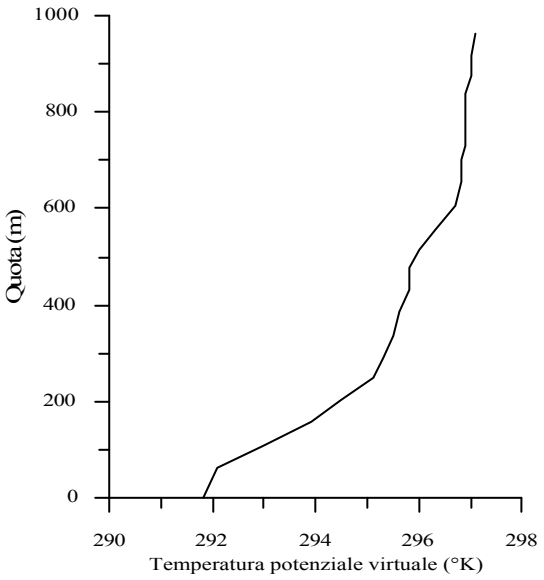

Fig.1.18: profilo notturno di temperatura potenziale (alba del 29/06/1999, Milano Linate-Italia).

Un tipico profilo della temperatura potenziale in una situazione *notturna* è riportato nella *Fig.1.18*, in cui il *PBL* può essere individuato, almeno in prima approssimazione, nello strato più vicino al suolo sede di un profilo termico a maggior gradiente termico. Durante la notte si forma vicino al suolo uno *Strato*

Stabile (*SBL*) caratterizzato da una debole e sporadica turbolenza. Sebbene il vento al livello del suolo diventi frequentemente molto debole, in quota i venti possono diventare addirittura *supergeostrofici*, presentando un *low level nocturnal jet.* In questo strato stabile la turbolenza tende a venire soppressa anche se il jet produce uno *shear* che, a sua volta, genera turbolenza. Il risultato di tutto ciò sono improvvisi *scoppi di turbolenza* che possono rimescolare lo *SBL*.

Al contrario del *ML* diurno, lo *SBL* non presenta un limite superiore ben definito e si allaccia al *RL* in maniera molto *smooth*. In pratica la sommità dello *SBL* viene definita come quella quota in cui l'intensità della turbolenza è inferiore ad una piccola frazione del valore assunto in superficie o come lo strato di atmosfera con il maggior gradiente termico.

Gli inquinanti emessi nello *SBL* si disperdono relativamente poco in senso verticale e più rapidamente in senso orizzontale, dando luogo in situazioni di vento debole a tipiche oscillazioni orizzontali chiamate *meandering*. La ridotta estensione verticale del *SBL* può produrre però interessanti (e spesso pericolose) situazioni nella dispersione degli inquinanti dalle ciminiere. Se la ciminiera da cui fuoriescono i fumi emette ad una quota superiore all'estensione verticale del *SBL* (o, che è lo stesso, i fumi per la spinta di galleggiamento superano tale quota) si ha una situazione per cui il pennacchio di fumo *galleggia* al di sopra del *SBL* senza essere in grado di raggiungere il suolo e quindi producendo livelli di concentrazione al suolo praticamente nulli. Al contrario, se la sorgente emittente è molto vicina al suolo, la ridotta capacità disperdente dello *SBL* determina l'instaurarsi di fenomeni di forte inquinamento atmosferico. A volte due ciminiere vicine, però con caratteristiche di emissione molto differenti (una con fumi poco galleggianti e l'altra con fumi molto galleggianti), possono avere ripercussioni profondamente differenti sul livello di inquinamento al suolo.

Ci può essere lo *SBL* anche di giorno ogni qualvolta il suolo è più freddo dell'aria sovrastante, situazione spesso presente durante avvezioni di aria calda sul suolo freddo (fronti caldi) o nei pressi delle coste.

1.2.3.3 Il ciclo giornaliero del PBL

Riassumendo quanto visto ai punti precedenti, si nota un evidente ciclo giornaliero nello stato del *PBL*.

Prima del sorgere del sole, il profilo verticale della temperatura potenziale è tipicamente notturno e quindi presenta una costante crescita con la quota, soprattutto nelle immediate vicinanze del suolo dove il gradiente è massimo. Questo gradiente positivo di temperatura potenziale indica che il *PBL* è ovunque staticamente stabile ed in questa situazione sono presenti solo piccoli vortici dovuti allo *shear*, originati nelle immediate vicinanze del suolo e poco estesi sulla verticale. Lo strato da essi occupato è indicato anche in questo caso come *Strato Superficiale (SL)*. Un modo grossolano per quantificarlo dal profilo verticale della temperatura potenziale è individuare l'estensione dello strato verticale a maggior gradiente termico: questa sicuramente è l'estensione massima dello strato superficiale notturno.

Dopo il sorgere del sole inizia l'apporto energetico esterno ed inizia ad instaurarsi la situazione convettiva diurna con un'estensione verticale del *PBL* costantemente in crescita in funzione dell'integrale dell'energia radiante giunta al suolo. Nelle prime ore convettive, però, si può assistere ad un fenomeno particolare. Pennacchi di fumo emessi nella notte al di sopra dello strato stabile e che gli *galleggiavano* (*lofting*) sopra poco dispersi per la ridotta turbolenza incontrata, vengono raggiunti dai *thermals* dovuti al riscaldamento diurno e vengono violentemente incorporati nei moti discendenti dei *downdraft,* raggiungendo quindi il suolo dove generano situazione di elevata concentrazione locale. Questo è il ben noto fenomeno della *fumigazione*.

Circa *mezz'ora prima del tramonto* i *thermals* cessano di formarsi, consentendo un decadimento della turbolenza nello strato precedentemente rimescolato. Lo strato d'aria che ne risulta è spesso detto *strato residuale* (*Residual Layer, RL*) dato che le sue variabili di stato sono inizialmente le stesse dello strato rimescolato. Il *RL* ha una stratificazione termica circa neutra e così la turbolenza è circa uguale in tutte le direzioni; è per questo che i pennacchi emessi nel *RL* tendono a disperdersi con una geometria conica (*coning*). Il contenuto di vapor d'acqua spesso si comporta come gli inquinanti non reattivi. Ogni giorno, del vapor d'acqua può evaporare dal suolo e restare entro i *RL*. Nei giorni successivi dalla sommità del *ML* può avvenire una reintroduzione di aria umida che porta alla formazione di nubi non giustificabili a livello di mesoscala. Variabili come la temperatura potenziale virtuale, normalmente diminuiscono leggermente durante la notte; tale diminuzione avviene in modo circa uniforme in tutto il *RL* che quindi presenta sempre un profilo termico circa adiabatico. Pertanto, *il RL non è a diretto contatto del suolo*. Durante la notte si assiste alla crescita, in prossimità del suolo, di uno strato stabile che costantemente modifica la base del *RL*. Così il *RL* non è realmente interessato dal trasporto di proprietà meteorologiche relazionate al suolo.

La *Fig.1.19* schematizza molto chiaramente l'evoluzione giornaliera del *PBL*. Da essa si nota chiaramente che dall'alba al tramonto si assiste ad un progressivo accrescimento della zona convettiva del *PBL* (costituita dal *SL*, dal *ML* e dallo strato di *entrainment*). Il limite superiore di tale strato è spesso chiamato *altezza di rimescolamento convettiva* (z_i). Nelle ore notturne, invece, la struttura del *PBL* è molto più complessa e ciò che risulta più evidente è la presenza di uno strato turbolento di origine meccanica presso la superficie terrestre. Tale strato, pur avendo un'individualità minore rispetto allo strato convettivo diurno, è comunque individuabile ed il suo limite superiore, normalmente indicato col simbolo h_m, viene comunque denominato *altezza di rimescolamento meccanica*.

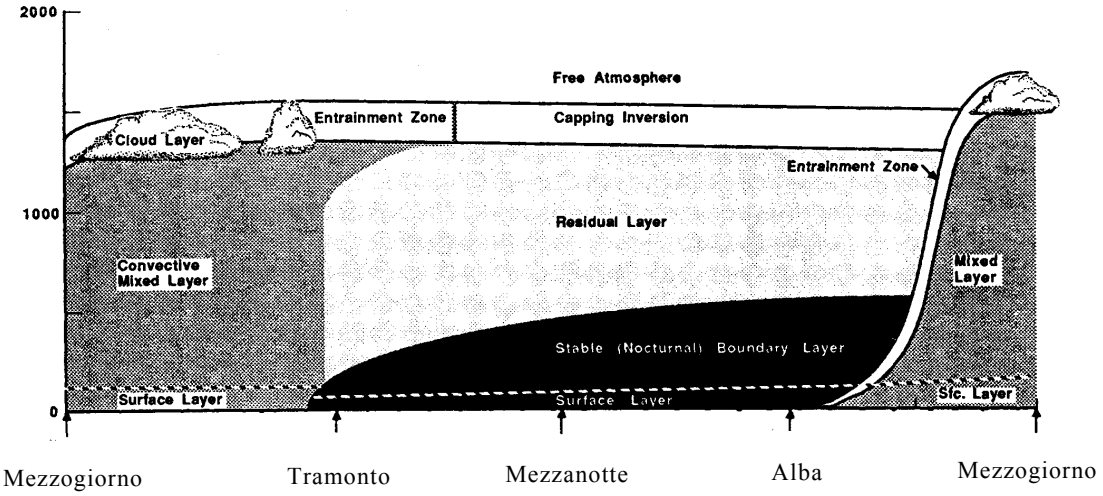

Fig.1.19: evoluzione giornaliera tipica del PBL (da Stull, 1989).

1.3 INTRODUZIONE ALLA TURBOLENZA DEL PBL

Per chiarire il concetto di turbolenza si consideri, come esempio, l'evoluzione temporale della velocità del vento riportata in *Fig.1.20*.

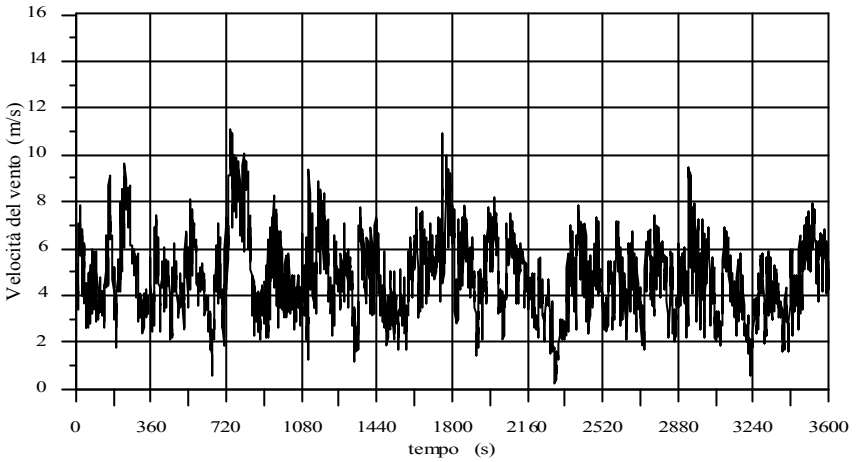

Fig. 1.20: andamento della velocità del vento (Città del Messico, 14/9/1993 12LT, misura con un anemometro triassiale meccanico).

Analizzando tale figura si possono fare le riflessioni seguenti:

- la velocità del vento varia in modo irregolare e questa è proprio una manifestazione tipica della turbolenza. E' infatti questa quasi casualità che la rende differente da altri tipi di moto.

- è possibile definirne un *valore tipico*, o meglio una media, (in questo caso una velocità media di 4.8 $m \cdot s^{-1}$).

- la velocità varia in un intervallo limitato. In altre parole c'è un'intensità della turbolenza definibile e misurabile, che nel grafico presentato è data dallo *spread* verticale. Sempre dal grafico si può notare come tale variabilità cambi col tempo. Queste caratteristiche portano alla consapevolezza che sia possibile usare il concetto di varianza o di deviazione standard per quantificare l'intensità della turbolenza (in questo caso la deviazione standard è pari a circa 1.7 $m \cdot s^{-1}$).

- è visibile una grande varietà di scale temporali sovrapposte le une alle altre. Guardando attentamente si nota come il periodo tra due picchi piccoli di velocità sia dell'ordine del minuto. Picchi più elevati si notano ogni 5 minuti circa. Altre variazioni indicano un periodo di 10 minuti. La più piccola variazione di velocità misurabile è di circa 10 secondi. Se ciascuna di queste variazioni temporali fosse associata a differenti dimensioni dei vortici turbolenti (come meglio sarà chiaro, una volta introdotta l'ipotesi di Taylor), allora si potrebbe concludere che sono visibili vortici di dimensione compresa tra 48 e 2880 metri.

Quanto riportato in *Fig.1.20* si riferisce alla misura realizzata in un intervallo di tempo limitato ed in un solo punto del *PBL* (molto vicino al suolo). Considerazioni analoghe si potrebbero ovviamente fare in punti dello spazio differenti da quello considerato ed anche a tempi differenti. Quello di cui abbiamo bisogno è un apparato matematico in grado di descrivere l'evoluzione spazio-temporale dei campi delle principali variabili meteorologiche. Nel Cap.2 verrà presentato il modello fluidodinamico del *PBL* che può essere inteso come quell'insieme di relazioni matematiche (prevalentemente differenziali) che legano tra loro le variabili descrittive del *PBL* in maniera che risultino soddisfatte le leggi di conservazione della massa, della quantità di moto, del calore e delle specie chimiche. In questo paragrafo, invece, ci dedicheremo all'analisi della natura matematica delle variabili meteorologiche. Ciò significa verificare se sia possibile descrivere la turbolenza atmosferica dal punto di vista deterministico o statistico e definire le caratteristiche matematiche che contraddistinguono le variabili meteorologiche.

1.3.1 L'ANALISI STATISTICA DELLA TURBOLENZA

1.3.1.1 Visione stocastica delle variabili meteorologiche

Tutte le osservazioni sperimentali delle variabili meteorologiche ci spingono ad adottare una visione statistica della turbolenza del *PBL*. Una tale visione ci porterebbe a ritenere che i campi delle variabili meteorologiche che descrivono il nostro sistema fisico (le tre componenti della velocità del vento, la temperatura potenziale, la pressione, ecc.) siano *variabili stocastiche*. Se si adotta una tale visione si ha che:

- se si considera un punto generico del *PBL* ed un istante temporale qualsiasi, *non è possibile definire esattamente il valore che assumeranno queste variabili*, ma sarà possibile *solo* individuare la probabilità con cui è possibile osservare un determinato valore;

- questa probabilità di osservazione di un dato valore per una delle variabili considerate non sarà a priori indipendente dalla analoga probabilità di osservazione delle altre variabili. Le variabili non sono statisticamente indipendenti, dato che tra loro devono comunque sempre valere le leggi di conservazione della fluidodinamica;

- quanto è visibile in un dato istante temporale non potrà essere a priori indipendente da quanto si è visto agli istanti precedenti e da quanto si vedrà negli istanti successivi, dato che le relazioni della fluidodinamica cui devono necessariamente ubbidire le variabili considerate sono, come si vedrà, relazioni differenziali sia rispetto allo spazio che al tempo.

Da tutto ciò è evidente che ci aspetta l'impresa titanica di dover individuare l'evoluzione spazio-temporale di variabili stocastiche tra loro dipendenti. Il problema così posto è enorme e non lo risolveremo in questo Capitolo. Qui ci limiteremo a presentare una serie di nozioni statistiche indispensabili per impostare questo tipo di analisi.

Per iniziare, consideriamo una generica variabile meteorologica (per esempio una delle tre componenti del vento). Ad un certo istante t e in un dato punto dello spazio immaginiamo di osservarne il valore U. Tale valore si riferisce ad un *PBL* in una condizione ben precisa, determinata dall'evoluzione fino al tempo attuale delle forzanti a livello locale e a mesoscala. Se fosse possibile riottenere le medesime condizioni per il *PBL* e fossimo ancora in grado di osservare questa variabile, noteremmo che il valore da essa assunto nel medesimo punto dello spazio nello stesso istante in generale sarebbe differente dal valore U, osservato in precedenza. Se la variabile che stiamo considerando è una variabile stocastica (e questa è la nostra ipotesi di lavoro), per essa sarà definibile una *funzione di densità di probabilità p(u)* che ha il seguente significato: *la probabilità P che per la variabile U si osservi un valore compreso tra u e u+du è pari a p(u)· du*, cioè:

$$\Pr[u < U < u + du] = p(u) \cdot du \qquad [1.57a]$$

Ovviamente, dato che in un dato istante e in un dato punto, la variabile U dovrà pure avere un valore, quale che sia, sarà necessario che:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(u) \cdot du = 1 \qquad [1.57b]$$

ed è pure altrettanto ovvio che, ripetendo l'osservazione un numero enorme di volte, emergerà un valore caratteristico che rappresenta il *comportamento medio di U*, cioè:

$$\overline{U} = \int_{-\infty}^{+\infty} u \cdot p(u) \cdot du \qquad [1.57c]$$

Quindi l'osservazione del valore u in un dato punto dello spazio-tempo è una *realizzazione della variabile stocastica U cui è associata una densità di probabilità p(u)*. La variabile stocastica U è inoltre caratterizzata da un valore medio (*media di insieme*) $\overline{U}$, completamente definita da *p(u)* e data dalla (1.57c).

La complessità della turbolenza e soprattutto la sua natura tridimensionale indicano che questa visione è estremamente parziale, dato che ci porterebbe a ritenere che ciò che capita in un dato punto dello spazio-tempo sia indipendente da ciò che sta capitando negli altri punti. La natura tridimensionale della turbolenza evidenzia, invece, che il valore della variabile U in un dato punto dello spazio-tempo *è correlato con ciò che accade negli altri punti dello spazio-tempo*. Quindi, se U_1 è il valore osservato nel punto $M_1 = (x_1,y_1,z_1;t_1)$ e U_2 è il valore nel punto $M_2 = (x_2,y_2,z_2;t_2)$, le osservazioni sperimentali ed il fatto che si debbano rispettare le relazioni di conservazione della fluidodinamica ci assicura che è necessario che esista una *densità di probabilità bidimensionale* p_{M1M2} *tale che la probabilità P che U sia compresa nell'intervallo* $u_1 \div u_1+du_1$ *a* M_1 *e* $u_2 \div u_2+du_2$ *a* M_2 *valga:*

$$\Pr[u_1 < U_1 < u_1 + du_1; u_2 < U_2 < u_2 + du_2] = p_{M_1M_2}(u_1,u_2)du_1 du_2 \qquad [1.58]$$

Questa relazione formalmente ci consente di tener conto, almeno parzialmente, della tridimensionalità della turbolenza, ma non della sua *continuità temporale*. A tale proposito, se consideriamo i generici punti dello spazio-tempo $M_1 = (x_1,y_1,z_1;t_1)$, $M_2 = (x_2,,y_2,,z_2;t_2)$, ….., $M_n = (x_N,,y_N,,z_N;t_N)$ dovrà esistere *una funzione di densità di probabilità tale da consentire di definire la probabilità di U nell'intero spazio tempo,* cioè:

$$\Pr[u_1 < U(M_1) < u_1 + du_1; u_2 < U(M_2) < u_2 + du_2;..; u_N < U(M_N) < u_N + du_N] = p_{M_1M_2....M_N}(u_1,u_2,..,u_N)du_1 du_2 ....du_N \qquad [1.59]$$

In sostanza, la (1.59) definisce una *funzione di densità di probabilità per l'intero campo U.*

Sempre per la natura tridimensionale della turbolenza del *PBL,* una generica variabile fisica che la descrive non può essere indipendente dalla altre variabili descrittrici e quindi devono essere definibili anche *densità di probabilità congiunte* che legano tra di loro le realizzazioni delle singole variabili. La loro formulazione matematica è ancora più complessa della (1.59) e la tralasciamo. L'importante è comprendere a quale conclusione siamo giunti. In pratica, una visione stocastica della turbolenza del *PBL* porta alla definizione di densità di probabilità congiunte che consentono di definire *la probabilità che in un dato punto dello spazio-tempo le variabili che descrivono la turbolenza (le tre componenti del vento, la temperatura potenziale, la pressione, ecc.) assumano dati valori.* Dato che il *PBL* è un fluido viscoso che, come tale, deve rispettare le leggi di conservazione della fluidodinamica, questa visione di fatto cerca di *riscrivere* (almeno concettualmente) le relazioni di conservazione in termini di funzioni di densità di probabilità congiunta.

Trattare direttamente tali funzioni di densità di probabilità non è comodo e cerchiamo quindi una via più

semplice per affrontare lo studio della turbolenza. Se ci limitiamo a considerare una sola variabile *U* nel punto M_1 dello spazio-tempo, si definisce *momento di ordine n la grandezza seguente:*

$$\overline{u^n} = \int_{-\infty}^{+\infty} u^n(M_1) \cdot p(u) \cdot du \qquad [1.60]$$

Si nota immediatamente che, se *n = 1*, la (1.60) si riduce alla (1.57c): *il momento del primo ordine*, quindi, rappresenta il *valore tipico assunto nel punto M_1 dalla variabile U, valore a cui diamo il nome di* <u>*media*</u>. Una volta definita la media, è possibile ora definire quelli che vengono chiamati i *momenti centrali*, definiti come:

$$\overline{M(u)^n} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[u(M_1) - \bar{u}\right]^n p(u) \cdot du \qquad [1.61]$$

Il momento centrale più importante dopo la media è il *momento centrale del secondo ordine*, detto *varianza* e definito come:

$$\sigma_u^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[u(M_1) - \bar{u}\right]^2 p(u) \cdot du \qquad [1.62]$$

la cui radice quadrata σ viene chiamata *deviazione standard* e rappresenta la dispersione media attorno al valor medio della variabile *U* nel punto M_1.

Anche il momento terzo e quarto rivestono una notevole importanza, anche se normalmente non vengono considerati direttamente, ma danno luogo a due indicatori statistici noti come *skewness (Sk)* e *kurtosis (Kr)*, definiti rispettivamente come:

$$Sk = \frac{1}{\sigma^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[u(M_1) - \bar{u}\right]^3 p(u) \cdot du \qquad [1.63a]$$

$$Kr = \frac{1}{\sigma^4} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[u(M_1) - \bar{u}\right]^4 p(u) \cdot du \qquad [1.63b]$$

La statistica ci assicura che la conoscenza di tutti i momenti (centrali o no) definiti fin qui è del tutto equivalente alla conoscenza della densità di probabilità monodimensionale *p(u)*. Ciò non esaurisce ovviamente il problema, vista la necessità di conoscere anche l'interdipendenza tra i valori di una stessa variabile misurati in punti diversi dello spazio-tempo. A tale scopo, dati due punti M_1 e M_2 dello spazio-tempo, è possibile definire anche in questo caso dei momenti, in particolare centrali, nel modo seguente:

$$\overline{M(u_1,u_2)^{n+m}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\left(U(M_1) - \overline{u_1}\right)^n \left(U(M_2) - \overline{u_2}\right)^m \right] \cdot p(u_1,u_2) \cdot du_1 du_2 \qquad [1.64]$$

Di tutti i possibili momenti centrali, sicuramente il più interessante è quello del secondo ordine, detto *autocovarianza*, definita come:

$$\overline{M(u_1,u_2)^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\left(U(M_1) - \overline{u_1}\right) \cdot \left(U(M_2) - \overline{u_2}\right) \right] \cdot p(u_1,u_2) \cdot du_1 du_2 \qquad [1.65a]$$

Spesso la (1.65) viene scritta nel modo seguente

$$\overline{M(u_1,u_2)^2} = \sigma^2 \rho(M_1,M_2) \qquad [1.65b]$$

dove $\rho(M_1,M_2)$ è detta *funzione di autocorrelazione*, che esprime la *memoria che la variabile U nel punto M_1 ha del valore assunto nel punto M_2*. Le proprietà più importanti associate alla funzione di autocorrelazione sono che quando M_1 coincide con M_2, ρ ha valore unitario (la memoria è ovviamente perfetta) e, in generale nel caso della turbolenza del *PBL* dove gli *eddies* sono di varie dimensioni ma localizzati, quando la distanza tra M_1 e M_2 diventa molto grande ρ tende a zero (più aumenta la distanza tra i punti di osservazione, più i valori assunti in queste posizioni dalla variabile *U* sono tra loro scorrelati). Anche in questo caso, la statistica ci assicura che la conoscenza di tutti questi momenti è equivalente alla conoscenza della densità di probabilità p_{M1M2}, tuttavia ancora non basta. Si potrebbero scrivere momenti che tengano conto di tutti i possibili punti dello spazio-tempo, ma anche in questo caso non avremmo concluso, dato che saremmo in grado di descrive un intero campo stocastico (il campo della variabile *U*), ma non la sua dipendenza dalle altre variabili che contribuiscono alla turbolenza del *PBL*.

A tal proposito è possibile scrivere per esempio per due generiche variabili *U* e *V* nei punti M_1 e M_2 i momenti centrali nel modo seguente:

$$\overline{M(u_1,v_2)^{n+m}} = \int_{-\infty}^{+\infty}\left[\left(U(M_1)-\overline{u_1}\right)^n\left(V(M_2)-\overline{v_2}\right)^m\right]\cdot p(u_1,v_2)\cdot du_1 dv_2 \qquad [1.66]$$

Tra tutti i possibili momenti di questo tipo, riveste una notevole importanza il momento secondo relativo a due variabili osservate nello stesso punto M_1 dello spazio-tempo, detta *covarianza* e data dalla relazione seguente:

$$Cov(U,V)_{M_1} = \int_{-\infty}^{+\infty}\left[\left(U(M_1)-\overline{u_1}\right)^n\left(V(M_1)-\overline{V_1}\right)^m\right]\cdot p(u_1,v_1)\cdot du_1 dv_1 \qquad [1.67a]$$

Come nel caso dell'autocovarianza, anche per la covarianza è possibile una definizione alternativa:

$$Cov(U,V)_{M_1} = \sigma_U \sigma_V \rho(U,V) \qquad [1.67b]$$

dove ρ è la funzione di correlazione tra le variabili *U* e *V* nel medesimo punto dello spazio-tempo.

La conoscenza di tutti i tipi di momenti di tutti gli ordini, per tutti i punti dello spazio-tempo e per tutte le variabili responsabili della turbolenza del *PBL* è del tutto equivalente alla descrizione statistica realizzata mediante le funzioni di densità di probabilità congiunte o meno. Ovviamente la difficoltà pratica di una tale descrizione non è cambiata, è solo cambiato il *formalismo impiegato*. In realtà, l'introduzione dei momenti centrali al posto delle funzioni di densità di probabilità ci può portare ad alcune interessanti e promettenti considerazioni di interesse pratico.

La prima considerazione è la seguente. Dovendo comunque tenere in considerazione le relazioni di conservazione della fluidodinamica che, come sarà più evidente nel Cap.2, si presentano sempre in *forma prognostica,* cioè in un dato istante *t* legano il *tasso di variazione temporale* di una generica variabile alla *variazione spaziale* di un sottoinsieme delle variabili rilevanti nell'istante considerato,

possiamo scegliere di lasciare alla fluidodinamica la descrizione delle variazioni nel tempo e nello spazio, prendendo però come variabili di riferimento non direttamente le variabili meteorologiche, ma i relativi indicatori statistici (cioè i momenti).

La seconda considerazione è che è pensabile (e sperabile) che i momenti realmente coinvolti nella descrizione della turbolenza siano un numero ridotto e quindi di tutta la infinità di momenti che a rigore sarebbero necessari, ci si possa limitare a considerarne un numero esiguo.

Queste due considerazioni rendono ora il panorama decisamente più ottimistico! Tuttavia dobbiamo ancora superare una difficoltà che deriva dal fatto che, nonostante l'espressività dei momenti centrali li rendono dei candidati ideali per la trattazione statistica delle variabili meteorologiche, tuttavia essi dipendono in maniera inscindibile dalla definizione di *media*, che a questo punto diventa il problema cruciale. La relazione (1.57c) è una definizione univoca e non ambigua di media, tuttavia è bene analizzare in dettaglio le implicazioni legate a tale definizione.

1.3.1.2 L'ipotesi di Reynolds e la definizione di media

Come si è visto, lo stato del *PBL* è quello tipico di un fluido viscoso turbolento in cui le variabili fisiche che lo caratterizzano presentano da un lato evoluzioni prevedibili e di chiaro aspetto deterministico a cui si sovrappone un *rumore* tipicamente stocastico e disordinato. Viene quindi logico supporre che questa possa essere una chiave interpretativa promettente e fu proprio questo il modo con cui si affrontò lo studio della turbolenza dei fluidi in generale e del *PBL* in particolare. Per primo Reynolds formulò questa *ipotesi di lavoro* in cui sostanzialmente si affermava che il valore di una generica variabile U in un dato punto dello spazio e del tempo poteva essere data dalla relazione seguente:

$$U(\underline{x};t)=\overline{U}(\underline{x};t)+u'(\underline{x};t) \qquad [1.68]$$

dove $\overline{U}$ è il *valore medio* (*media*), $\underline{x}$ è un generico punto dello spazio e *u'* è la *fluttuazione turbolenta*. L'ipotesi di Reynolds altro non è che la formalizzazione dell'adozione della metodologia statistica presentata al punto precedente, in cui $\overline{U}(\underline{x};t)$ è naturale che coincida con la definizione data alla (1.57c). In realtà Reynolds postulò che date due variabili U e V, la media introdotta nella (1.68) avesse le proprietà seguenti (note come *condizioni di Reynolds*) (Monin e Yaglom, 1971):

$$\overline{U+V}=\overline{U}+\overline{V} \qquad [1.69a]$$

$$\overline{aU}=a\overline{U}, \quad a = \text{costante} \qquad [1.69b]$$

$$\overline{a}=a \qquad [1.69c]$$

$$\overline{\frac{\partial U}{\partial x_i}}=\frac{\partial \overline{U}}{\partial x_i}, \quad x_i = x,\ y,\ z,\ t \qquad [1.69d]$$

$$\overline{\overline{U}V}=\overline{U}\cdot\overline{V} \qquad [1.69e]$$

Le prime quattro condizioni sono soddisfatte da molte definizioni differenti di media (per esempio la media spaziale e la media temporale). Più complessa è la condizione (1.69e); essa a rigore non è soddisfatta né dalla media spaziale né dalla media temporale, mentre è soddisfatta dalla definizione di media di insieme. Sembra quindi che le condizioni di Reynolds inducano ad adottare la (1.57c), *media di insieme*. Tuttavia è realistico impiegare tale definizione nella pratica? Se il *PBL* fosse un laboratorio, non ci sarebbero problemi: potremmo ripetere l'esperimento tutte le volte che lo volessimo e potremmo stimare agevolmente la media di insieme. Ma il *PBL* non è un laboratorio e la situazione che osserviamo

in un dato istante non si ripeterà mai più, quindi, anche se la scelta della media di insieme è teoricamente ottimale, in pratica tale scelta non è praticabile. Al contrario, le misure che è realistico fare nel *PBL* allo stato attuale della tecnologia sono costituite prevalentemente da misure realizzate in un dato punto dello spazio (prevalentemente nei pressi del suolo) protratte nel tempo e quindi risulta semplice definire una *media temporale* nel modo seguente:

$$< U >= \frac{1}{T}\int_0^T U(t)dt \qquad [1.70]$$

dove T è il tempo di mediazione. Questo tipo di media è realisticamente realizzabile nella pratica, ma non rispetta tutte le condizioni di Reynolds. L'obiettivo che abbiamo di fronte è stendere un ponte tra le due definizioni di media, la seconda operativamente semplice da realizzare, la prima fondamentale nella descrizione teorica del *PBL*. Per fare ciò è necessario fare alcune osservazioni:

- la *turbolenza è stazionaria* se le proprietà statistiche del sistema sono indipendenti dal tempo; la stazionarietà implica quindi l'invarianza statistica rispetto alla traslazione rispetto all'asse dei tempi. Le caratteristiche della turbolenza nel *PBL* sono generalmente *non stazionarie*, soprattutto perché la principale forzante del sistema è il sole, col suo caratteristico ciclo giornaliero. La sola eccezione è la componente verticale del vento che normalmente presenta un valore medio nullo. L'ipotesi di stazionarietà per funzioni casuali non stazionarie quali sono le variabili meteorologiche del *PBL* è talvolta accettabile se si considerano intervalli temporali di breve durata (inferiori all'ora) durante i quali i cambiamenti sembrano avvenire per stati quasi stazionari;

- la *turbolenza è omogenea* se il campo è statisticamente invariante rispetto alla traslazione degli assi coordinati nella spazio;

- la *turbolenza è isotropa* se il campo è indipendente dalla traslazione, rotazione e riflessione degli assi coordinati.

Nel caso in cui la turbolenza abbia tutte queste caratteristiche, allora si è in condizioni di *ergodicità* ed in questo caso la *media temporale* ***è*** *equivalente alla media di insieme*. Anche se la turbolenza del *PBL* è ben lontana dalla condizione di ergodicità, tuttavia operativamente non si può fare altro che usare la media temporale al posto della media di insieme ogni volta che vengono applicate nella pratica le equazioni base che descrivono l'evoluzione del *PBL*. Questo è evidentemente un'approssimazione molto forte, tuttavia inevitabile. Come mostrato da Monin e Yaglom (1971a), se si è in condizioni di ergodicità, vale anche il *Teorema dell'Ergodicità* da cui discende che deve essere verificata per una variabile U la relazione seguente:

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T b_{uu}(\tau)d\tau = 0 \qquad [1.71a]$$

dove:

$$b_{uu} = \overline{\left(U(t+\tau)-\overline{U}\right)\cdot\left(U(t)-\overline{U}\right)} \qquad [1.71b]$$

Inoltre, Monin e Yaglom (1971a) hanno mostrato che, se vale la relazione precedente, allora in prima approssimazione risulta che:

$$T = \frac{1}{b_{uu}(0)} \int_0^{\infty} b_{uu}(\tau) d\tau \qquad [1.72]$$

relazione che ci consente di scegliere in maniera decisamente oggettiva il tempo di mediazione T, che altrimenti sarebbe scelto con una notevole dose di arbitrarietà.

Riassumendo, possiamo affermare che nel seguito verrà adottata una descrizione di tipo statistico, lasciando alla relazioni di conservazione della meccanica dei fluidi il compito di descrivere la variazione temporale dei campi. Inoltre, la descrizione statistica prenderà come riferimento i momenti centrali, adottando quindi l'ipotesi di Reynolds. Inoltre, per ragioni prevalentemente di ordine pratico, si ipotizzerà verificata l'ipotesi di ergodicità e quindi si adotterà come definizione di media la media temporale, per la quale è necessario individuare un opportuno tempo di mediazione T. La (1.72) è un'ottima candidata per individuare T, tuttavia, come vedremo nel seguito di questo Capitolo, altre considerazioni ci consentiranno di individuare in maniera più semplice l'ordine di grandezza del tempo di mediazione.

1.3.1.3 Determinazione pratica dei momenti di interesse

Nella realtà, ciò che si misura non è l'evoluzione continua nel tempo di una variabile meteorologica U; dato che i sistemi di misura attuali consentono la conoscenza della variabile meteorologica in esame solo in una sequenza più o meno fitta di istanti temporali successivi. Pertanto quello che è realmente disponibile è una sequenza di misure U_i, ottenute a istanti t_i, normalmente regolari. Se l'intervallo tra una misura e l'altra è costante e pari a Δt, si dice che la *frequenza di campionamento* con cui si fa la misura è $f = 1/\Delta t$ (se la misura di Δt è in secondi, f è in Hz). La media temporale della variabile U (che da questo momento in poi indicheremo come $\overline{U}$) tra l'istante t_1 e l'istante $t_2 = N \cdot \Delta t$ è data da:

$$\overline{U} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} U_i \qquad [1.73]$$

e, se il numero di *campioni* N è sufficientemente elevato, sarà un *buon stimatore* della vera media temporale. Si definisce *periodo di mediazione* l'intervallo temporale $T = t_2 - t_1$. Ovviamente il periodo di mediazione potrebbe essere qualsiasi e la (1.72) ci fornisce una maniera per determinarlo; tuttavia le considerazioni sullo spettro della turbolenza (che verranno fatte nel seguito) possono aiutare a risolvere l'indeterminazione. In pratica, mediando le differenti variabili meteorologiche di interesse su un periodo variabile tra 30 minuti ed 1 ora, si evidenziano i moti a grande scala, ed in pratica il valor medio $\overline{U}$. Analizziamo ora gli altri momenti di interesse per una generica variabile U.

Il primo momento di interesse è il momento centrale secondo, cioè la *varianza*, che *misura* la *dispersione* dei dati sperimentali rispetto ad un valore medio. Il suo stimatore, nel caso in cui le misure siano discrete, è il seguente:

$$\sigma_U^2 = \frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^{N} \left(U_i - \overline{U}\right)^2 \qquad [1.74a]$$

che, per l'ipotesi di Reynolds, diventa:

$$\sigma_U^2 = \frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^{N} u'^2 = \overline{u'^2} \qquad [1.74b]$$

Nello studio del *PBL* e nella dispersione degli inquinanti si incontreranno spesso le varianze delle principali variabili meteorologiche come le tre componenti del vento (*u*,*v*,*w*), la temperatura potenziale *(*θ*)* e l'umidità. Direttamente derivata dalla definizione di varianza è la *deviazione standard*, definita per una generica variabile *U*, come:

$$\sigma_U = \left(\overline{u'^2}\right)^{1/2} \qquad [1.75]$$

che esprime lo scostamento medio dei dati sperimentali dal valore medio.

Un altro indicatore di turbolenza, a volte usato nella pratica e strettamente legato alla deviazione standard, è l'*intensità della turbolenza*, definita come:

$$I_A = \frac{\sigma_A}{U} \qquad [1.76]$$

dove la variabile *A* normalmente è una delle tre componenti del vento o la sua velocità e con *U* questa volta si è indicata la velocità media del vento.

La turbolenza di una variabile meteorologica misurata in un punto del *PBL* si evidenzia in un'evoluzione temporale o spaziale con un andamento irregolare ed è quindi immediato immaginarsi la *struttura della turbolenza* come la *sovrapposizione di* fluttuazioni oscillanti a varie lunghezze d'onda. Se il segnale meteorologico è visto come una funzione qualsiasi, l'Analisi ci assicura che tale funzione è scomponibile in serie di armoniche (*Teorema di Fourier*). Ciò porta da un lato all'analisi spettrale del segnale, che sarà sviluppata nel seguito, e dall'altro al concetto *di funzione di autocorrelazione*, che misura quanto il segnale resti correlato con sé stesso in un intervallo temporale prefissato. La capacità di determinare la persistenza delle onde entro il segnale è particolarmente importante perché ogni onda può essere associata a fenomeni fisici ben precisi, come l'esistenza di vortici, appunto. D'altro canto, quando l'autocorrelazione si annulla, c'è una chiara indicazione del fatto che il fenomeno si comporta in maniera veramente casuale. Per definire nella pratica la funzione di autocorrelazione, si ipotizzi di disporre di una serie di misure A_j, distanti temporalmente una dall'altra di un intervallo temporale Δt (se per esempio il campionamento è fatto a 2 Hz, Δt è pari a 0.5 s). Se il numero *N* di misure è sufficientemente elevato, l'autocorrelazione è definita come:

$$R_{AA}(j\Delta t) = \frac{\overline{A'_k \cdot A'_{k+j}}}{\sigma_A^2} \qquad [1.77]$$

dove A'_K è la fluttuazione all'istante t_K e σ^2_A è la variazione della variabile *A*. Dalla relazione precedente è evidente che si ha un valore del coefficiente di autocorrelazione a seconda del valore del *time lag* $j\Delta T$. Se si prendono in considerazione infiniti valori di *time lag*, si otterrà una stima della funzione di autocorrelazione. Per *time lag* nulli, tale funzione presenta il valore unitario. Più aumenta il *time lag*, più diminuisce la autocorrelazione del segnale e quindi più il segnale si *dimentica della storia passata*.

Considerazioni analoghe alle precedenti possono essere fatte per la stima dei momenti di ordine superiore. Comunque, fin da subito va sottolineato che la determinazione sperimentale dei momenti di ordine superiore al secondo è estremamente critica a causa degli inevitabili errori di misura che ne deteriorano la stima. Normalmente nello studio del *PBL* e della dispersione degli inquinanti in atmosfera sono usate la *skewness* (legata al momento centrale terzo) e la *kurtosis* (legata al momento centrale

quarto). La *skewness* caratterizza il grado di asimmetria della distribuzione di probabilità della variabile rispetto alla media. Una relazione utile per la sua stima a partire dalla conoscenza di N dati sperimentali è la seguente:

$$Sk = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{U_i - \overline{U}}{\sigma_U}\right]^3 \qquad [1.78]$$

Un valore *positivo* di skewness significa che la distribuzione è asimmetrica con una coda che si estende nella direzione delle U crescenti, mentre un valore negativo suggerisce la presenza di una coda nella distribuzione rivolta nella direzione delle U decrescenti.

La definizione di *kurtosis* è la seguente:

$$Kurt = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{U_i - \overline{U}}{\sigma_U}\right]^4 \qquad [1.79]$$

e rappresenta una misura della *piattezza* o meno della funzione di distribuzione della probabilità. Meno vale la *kurtosis*, più piatta è la distribuzione. Se la densità di probabilità della variabile U è gaussiana, la skewness è nulla e la *kurtosis* è pari a 3.

Molto spesso è interessante stabilire quanto due grandezze meteorologiche che evolvono nel tempo varino in maniera concorde. In particolare, se le due variabili crescono o diminuisco insieme o se al crescere dell'una si assiste al diminuire dell'altra. Per quantificare questo comportamento, vengono impiegati i momenti di ordine n tra variabili differenti nello stesso punto dello spazio. Il più celebre e più usato di tali momenti è sicuramente la *covarianza* tra due variabili A e B, definita, nel caso discreto, come:

$$Cov(A,B) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[(A_i - \underline{A})\cdot(B_i - \underline{B})\right] = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} a'b' = \overline{a'b'} \qquad [1.80]$$

La covarianza indica quindi il grado di "*parentela*" tra due variabili A e B. Se la covarianza è positiva, le due variabili variano nella stessa direzione, mentre è negativa se variano in direzioni diverse. Un esempio tipico è la covarianza tra la componente verticale del vento e la temperatura nei pressi del suolo. A differenza delle varianze, le covarianze hanno un significato fisico importante, quello di flusso, che verrà studiato nel seguito. A volte è di interesse la *covarianza normalizzata* o *coefficiente di correlazione lineare* definito come

$$r_{AB} = \frac{\overline{a'b'}}{\sigma_A \sigma_B} \qquad [1.81]$$

che varia tra -1 e +1. Per due variabili che sono perfettamente correlate $r=+1$. Due variabili che sono perfettamente negativamente correlate $r= -1$. Se le due variabili non sono correlate $r=0$.

1.3.1.4 L'ipotesi di Taylor o del congelamento della turbolenza

La descrizione della turbolenza del *PBL* richiede la conoscenza della distribuzione spaziale e temporale dei vortici, per determinare le densità di probabilità congiunte o, alternativamente, i momenti centrali corrispondenti. Sfortunatamente è praticamente impossibile *fotografare* la struttura turbolenta del

PBL. In pratica è più difficile misurare ad un certo istante le caratteristiche di una vasta porzione del *PBL* piuttosto che fare misure protratte nel tempo in un punto preciso dello spazio. Se, per esempio, si installa una torre meteorologica dotata a varie quote di un anemometro e di un termometro e si collegano tutti questi sensori ad un sistema di acquisizione e memorizzazione dati, si è in grado di fotografare in quella ristretta porzione di spazio l'evoluzione temporale delle variabili meteorologiche rilevate (in questo caso vento e temperatura). La tecnologia disponibile è tale che l'intervallo temporale tra una misura e la successiva può essere ridotto a frazioni di secondo con costi e sforzi organizzativi, nel complesso, accettabili. Il passo verso una descrizione spaziale risulta possibile solo nel senso di un incremento dei punti di misura, fino a ricondurci ad un reticolo tridimensionale di postazioni di misura sufficientemente fitto. Il limite a ciò è l'aumento esponenziale dei costi e l'esplosione combinatoriale dei problemi organizzativi e logistici. L'introduzione attuale di *sensori remote sensing* come il *RADAR* per la misura della pioggia e del vento radiale, il *SODAR* per la misura del vettore vento ed il *RASS* per la misura della temperatura, pur avendo indotto sensibili miglioramenti in questa problematica, non ha comunque risolto tutte le difficoltà. Infatti, se è vero, come è vero, che il *RADAR* è effettivamente un sensore in grado di studiare una ragguardevole porzione tridimensionale di atmosfera, è anche vero che il suo impiego attuale porta contributi limitati alla conoscenza della struttura turbolenta dell'atmosfera. Viceversa il *SODAR* ed il *RASS*, strumenti elettroacustici sofisticati per lo studio della turbolenza atmosferica, hanno una visuale lineare (la verticale al punto di misura). E' comunque un notevole passo avanti, ma non è la soluzione al problema.

Da sempre l'impossibilità di misurare ha prodotto, per reazione, un notevole sforzo intellettuale volto alla costruzione di modelli o allo sviluppo di teorie con cui aggirare le difficoltà sperimentali stesse. Proprio in tale direzione deve essere inquadrato il lavoro di *G.I. Taylor* che, nel 1938, formulò la celebre *ipotesi di congelamento della turbolenza*, secondo cui *la turbolenza dei vari vortici poteva essere considerata congelata durante il loro transito nelle vicinanze di un sensore*. Così era possibile impiegare la velocità media del vento per trasformare la variazione temporale della turbolenza in una corrispondente variazione spaziale. Tale ipotesi non è vera in generale, ma lo diventa in tutti quei casi in cui i vortici turbolenti evolvono con una scala temporale maggiore del tempo da loro impiegato nel transitare per il sensore. Indichiamo come sempre con V_x e con V_y rispettivamente la componente E-W e la componete N-S della proiezione orizzontale U del vettore vento medio.

Se un vortice di dimensione caratteristica λ è trasportato da un vento medio con componente orizzontale U, allora il tempo che intercorre tra l'istante in cui il sensore inizia a sentire il vortice e l'istante in cui ciò si esaurisce sarà P, legato al modulo della velocità del vento ed alla dimensione caratteristica del vortice dalla relazione:

$$P = \lambda / U \qquad [1.82]$$

In concreto, si consideri la temperatura come variabile caratteristica del vortice. Durante il transito del vortice nei pressi del termometro, si noterà una variazione della temperatura misurata dal termometro. Ipotizziamo che la dimensione caratteristica del vortice sia λ=100 m e che, nel momento in cui il vortice lambisce il termometro, la temperatura misurata sia 10°C, mentre nel momento in cui il vortice lascia il termometro la temperatura misurata sia di 5°C. Il sensore ha quindi misurato una variazione di temperatura di -5°C. Se la componente orizzontale del vento U è pari a 10 m/s, in 10 secondi tutto il vortice è passato per il termometro e, se non ha subito evoluzioni, la variazione di temperatura misurata dal termometro coincide col gradiente termico presente nel vortice. Localmente è stata misurata una variazione temporale della temperatura pari a $\partial T / \partial t = -0.5 \ \ (K/s)$ a causa del passaggio del vortice caratterizzato da un gradiente spaziale di temperatura pari a $\partial T/\partial x$ = 5K/100m = 0.05 K/m, in cui la

distanza *x* è misurata parallelamente alla direzione del vento medio. E' quindi immediato constatare che:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -U \frac{\partial T}{\partial x} \qquad [1.83]$$

Tale relazione esprime analiticamente l'ipotesi di Taylor per la temperatura, in termini monodimensionali però. In termini tridimensionali, per una generica variabile meteorologica ξ, la formulazione generale dell'ipotesi di Taylor è la seguente:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -V_x \frac{\partial \xi}{\partial x} - V_y \frac{\partial \xi}{\partial y} - V_z \frac{\partial \xi}{\partial z} \qquad [1.84]$$

Quando si può considerare realisticamente applicabile l'ipotesi di Taylor? Quando si è sicuri che il vortice non subisce cambiamenti significativi nel transito per il sensore. Willis e Deardorff suggerirono che si può ritenere valida l'ipotesi se $\sigma_U < 0.5\,\mathrm{U}$, dove σ_U è la deviazione standard della velocità del vento, che può essere vista come un possibile indicatore dell'intensità della turbolenza. L'ipotesi di Taylor è quindi valida quando l'intensità della turbolenza è piccola rispetto alla velocità del vento.

1.3.1.5 Le funzioni di struttura

Fino a qui si è cercato di individuare degli strumenti statistici con cui analizzare di fatto l'andamento temporale delle variabili meteorologiche rilevate in un punto dello spazio. Nella realtà è anche molto importante analizzare l'*evoluzione spaziale dei fenomeni* a vari istanti temporali. Rimandando al seguito il compito di individuare l'importanza di tutto ciò, va detto che sono definibili due grandezze statistiche di notevole importanza, la *funzione spaziale di struttura D* e la *funzione spaziale di correlazione R* così definite:

$$D(\underline{x}_1 - \underline{x}_2) = \overline{[f'(\underline{x}_1) - f'(\underline{x}_2)]^2} \qquad [1.85]$$

$$D_i(\underline{x}_1 - \underline{x}_2) = \overline{[u_i'(\underline{x}_1) - u_i'(\underline{x}_2)]^2} \qquad [1.86]$$

$$R(\underline{x}_1 - \underline{x}_2) = \overline{f'(\underline{x}_1) \cdot f'(\underline{x}_2)} \qquad [1.87]$$

$$R_{ij}(\underline{x}_1 - \underline{x}_2) = \overline{u_i'(\underline{x}_1) \cdot u_j'(\underline{x}_2)} \qquad [1.88]$$

dove *f* è uno *scalare* (temperatura, umidità, ecc.) con fluttuazione f', u'_i e u'_j sono le fluttuazioni di due componenti generiche della *velocità del vento*, $\underline{x}_1$ e $\underline{x}_2$ sono due posizioni dello spazio e la sovrasegnatura è l'operatore di media. I due punti di misura $\underline{x}_1$ e $\underline{x}_2$ possono essere del tutto generici, tuttavia è sempre possibile ricondursi a due casi particolari: un'analisi in una direzione perpendicolare alla direzione del vento presente in un punto dello spazio e ad una analisi in direzione parallela a tale direzione. Per la determinazione delle funzioni di struttura e di correlazione spaziale è evidentemente necessario disporre di misure realizzate in punti differenti dello spazio e ciò non è sempre possibile o semplice. E' però interessante rilevare come l'ipotesi di Taylor consenta di ottenere funzioni di struttura *streamline* anche disponendo di misure in un solo punto dello spazio. Infatti, se il vento medio in questo punto è pari a *U*, per l'ipotesi di Taylor due misure *separate nel tempo* di $j\ \Delta t$ (*time lag*), risulterebbero *separate nello spazio* (in direzione *streamline*) di $\Delta x = U \cdot j\Delta t$ e quindi, per esempio la (1.85) si può ricondurre a:

$$D_{AA}(j\Delta t)=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[A_k - A_{k+j}\right]^2 \qquad [1.89]$$

Analogamente si può procedere anche per le funzioni di correlazione spaziale.

1.3.1.6 L'Energia Cinetica turbolenta

Si consideri una particella d'aria del *PBL*. Essa è caratterizzata da una velocità e quindi per essa è definibile *l'energia cinetica* corrispondente. Se ci si riferisce alla sua energia cinetica totale riferita ad una massa unitaria, si ha che:

$$e=\frac{1}{2}\left[u^2+v^2+w^2\right] \qquad [1.90]$$

dove le componenti del vento considerate sono le *componenti istantanee*. Se si considera un intervallo di tempo di osservazione, è definibile *un'energia cinetica media* per la particella come:

$$\bar{e}=\frac{1}{2}\left[\overline{u^2+v^2+w^2}\right] \qquad [1.91]$$

Ricordando che le componenti istantanee del vento sono il risultato della somma di una componente media (nell'intervallo di mediazione considerato) e di un termine fluttuante (variabile nell'intervallo di mediazione considerato, ma a media nulla), si ha che:

$$\bar{e}=\frac{1}{2}\left\{\left[\bar{u}^2+\bar{v}^2+\bar{w}^2\right]+\left[\overline{u'^2}+\overline{v'^2}+\overline{w'^2}\right]\right\} \qquad [1.92]$$

Il primo dei due addendi è *l'energia cinetica media* della particella, proprietà derivante dal moto medio della particella stessa, mentre il secondo addendo:

$$TKE=E=\frac{1}{2}\left[\overline{u'^2}+\overline{v'^2}+\overline{w'^2}\right] \qquad [1.93]$$

prende il nome di *energia cinetica turbolenta* e rappresenta l'energia cinetica che la particella incorpora a causa della turbolenza caratteristica del *PBL*. Questa grandezza, come si vedrà nel seguito, riveste una notevole importanza nella modellizzazione matematica del *PBL*. I tre addendi nella (1.98) altro non sono che le varianze delle tre componenti del vento. Risulta quindi più chiara la corrispondenza fatta in precedenza tra varianze ed intensità della turbolenza.

In *Fig.1.21* è presentata una tipica variazione diurna della *TKE*. Da essa si nota come valori maggiori di *TKE* si hanno in corrispondenza delle ore a maggior soleggiamento e con maggior velocità del vento. Durante il giorno, il galleggiamento consente alle particelle di aria di accelerare nella parte centrale del *ML*, quindi la varianza della componente verticale del vento risulta un contributo importante per la *TKE*. In queste situazioni il profilo verticale di *TKE* decresce lentamente con la quota sino all'*entrainment*, dove si ha una brusca diminuzione di *TKE* che tende ad annullarsi tanto più quanto ci si innalza nell'atmosfera libera. Con cielo nuvoloso, invece, il riscaldamento del suolo è limitato e la turbolenza è generata prevalentemente dallo *shear* e dall'attrito superficiale dovuto agli ostacoli del terreno. In questo caso i termini più importanti per la *TKE* sono dovuti alle componenti orizzontali del vento. Anche

in questo caso la *TKE* decresce con la quota, ma più velocemente, sino a cadere bruscamente in corrispondenza della base delle nuvole. Durante la notte la stabilità sopprime la *TKE* causando una sua rapida diminuzione con la quota. Anche in questo caso la poca turbolenza è generata al suolo dallo *shear* del vento. La *TKE* è sempre in generale bassa e decresce velocemente con la quota.

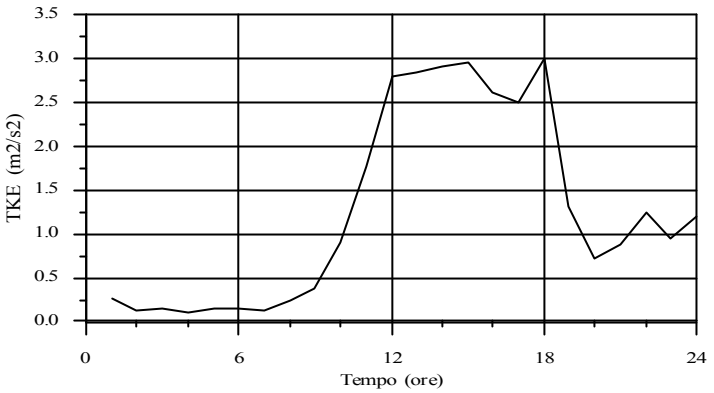

Fig. 1.21: evoluzione diurna dell'energia cinetica turbolenta (Città del Messico, 14/9/1993).

1.3.1.7 Flussi Cinematici e Flussi Turbolenti

Il moto delle masse d'aria entro il *PBL* (sia in senso orizzontale che in senso verticale) comporta che in un generico punto $P(x,y,z)$ e ad un istante t si stabiliscano dei flussi di quantità di moto, di calore, di vapor d'acqua e di specie chimiche. Come vedremo, questi flussi non saranno solo la conseguenza dei moti medi delle masse d'aria ma anche dei moti turbolenti.

Occupiamoci inizialmente del solo flusso di calore. Se nel punto $P(x,y,z)$ si considera una superficie infinitesima dS la cui normale è diretta lungo l'asse x, il calore che attraversa tale superficie nell'intervallo di tempo dt dipende dal valore di temperatura T posseduto dall'aria in P e dal valore della componente u del vento nel punto P e nell'istante considerato secondo la relazione seguente:

$$dQ = \rho C_p \cdot T \cdot u \cdot dS \cdot dt \qquad [1.94]$$

Quindi, il *flusso di istante di calore* lungo la direzione x nel punto P all'istante t risulta pari a:

$$Q_x(P,t) = \rho C_p \cdot u \cdot T \qquad [1.95a]$$

Analogamente, se fossimo interessati ai flussi istantanei nelle direzioni y e z, otterremmo le relazioni seguenti:

$$Q_y(P,t) = \rho C_p \cdot v \cdot T \qquad [1.95b]$$

$$Q_z(P,t) = \rho C_p \cdot w \cdot T \qquad [1.95c]$$

Il *flusso di calore istantaneo* è quindi una *quantità vettoriale* che, nel punto P ed al tempo t risulta pari a:

$$\underline{Q}(P,t) = (Q_{yx}, Q_y, Q_z) = (\rho C_p uT, \rho C_p vT, \rho C_p wT) \qquad [1.95d]$$

Nell'uso corrente il flusso di calore istantaneo è di ben poca utilità dato che varia in modo pressoché casuale col variare nel tempo delle tre componenti del vento e della temperatura. Di interesse molto

maggiore è invece il *flusso di calore medio* in un intervallo temporale τ. Anche tale flusso è un'entità vettoriale e per ottenere le tre componenti cartesiane si può ragionare nel modo seguente. Consideriamo ancora una volta la superficie infinitesima *dS* orientata lungo l'asse *x*: il flusso di calore istantaneo lungo tale direzione è dato dalla (1.95a). Se consideriamo due istanti successivi t_1 e $t_2 = t_1+\tau$, il valor medio di Q_x sarà pari a:

$$\overline{Q_x}(P) = \frac{\rho C_p}{\tau} \int_{t_1}^{t_1+\tau} u(t) \cdot T(t) \cdot dt \qquad [1.96a]$$

Se si adotta l'ipotesi di Reynolds secondo cui $u(t) = \overline{U} + u'(t)$ e $T(t) = \overline{T} + T'(t)$ e se si ricorda che il valor medio delle fluttuazioni è nullo, la (1.96a) si trasforma nella relazione seguente:

$$\overline{Q_x}(P) = \overline{Q_{x_cin}}(P) + \overline{Q_{x_turb}}(P) = \rho C_p \overline{U} \cdot \overline{T} + \rho C_p \overline{u'T'} \qquad [1.96b]$$

da cui si nota che la componente media del flusso di calore in *P* è la somma di due contributi distinti, il primo $\overline{Q_{x_cin}}$ è il *flusso cinematico di calore* dovuto al trasporto di calore nella direzione *x* operato dal moto medio delle masse d'aria ed il secondo $\overline{Q_{x_turb}}$ è il *flusso turbolento di calore* causato dai moti turbolenti. Sorprendentemente, si nota che, *in assenza* di un movimento medio delle masse d'aria lungo la direzione *x*, la sola turbolenza è comunque in grado di trasferire calore. Analogamente, considerando sia la direzione *y* che la *z*, si ha:

$$\overline{Q_y}(P) = \overline{Q_{y_cin}}(P) + \overline{Q_{y_turb}}(P) = \rho C_p \overline{V} \cdot \overline{T} + \rho C_p \overline{v'T'} \qquad [1.96c]$$

$$\overline{Q_z}(P) = \overline{Q_{z_cin}}(P) + \overline{Q_{z_turb}}(P) = \rho C_p \overline{W} \cdot \overline{T} + \rho C_p \overline{w'T'} \qquad [1.96d]$$

Nel caso particolare del flusso verticale di calore ($\overline{Q_z}$), se il terreno è piatto e se si considera un punto *P* molto vicino al suolo (entro il *SL*, in particolare) per la *no-slip condition* $\overline{W}$ è nullo e quindi il flusso medio verticale di calore coincide col flusso turbolento. Ciò sta a significare che il flusso verticale di calore sensibile responsabile della generazione e dell'evoluzione degli enormi vortici che spazzano l'intero *PBL* è esclusivamente di origine turbolenta! Dato che questa circolazione di vortici è l'elemento vitale di tutto il *PBL*, risulta evidente come la turbolenza sia il meccanismo principale presente nel *PBL* e quindi anche il meccanismo più efficace di rimescolamento degli inquinanti in esso emessi.

Considerazioni del tutto analoghe possono essere fatte per il vapor d'acqua. Se si utilizza il concetto di umidità assoluta *a* e se ricorda che la variazione nel tempo $a(t)$ presenta le medesime irregolarità proprie di ogni proprietà caratteristica del *PBL*, adottando ancora una volta l'ipotesi di Reynolds e seguendo la metodologia adottata prima per il calore, si giunge facilmente alla determinazione del flusso medio di vapor d'acqua in un punto *P*:

$$\overline{F_{H_2O}}(P) = \left(\overline{F_{H_2Ox}}, \overline{F_{H_2Oy}}, \overline{F_{H_2Oz}}\right) \qquad [1.97a]$$

dove

$$\overline{F_{H_2Ox}}(P) = \overline{F_{H_2Ox_cin}}(P) + \overline{F_{H_2Ox_turb}}(P) = \overline{a} \cdot \overline{U} + \overline{a'u'} \qquad [1.97b]$$

$$\overline{F_{H_2Oy}}(P) = \overline{F_{H_2Oy_cin}}(P) + \overline{F_{H_2Oy_turb}}(P) = \overline{a} \cdot \overline{V} + \overline{a'v'} \qquad [1.97c]$$

$$\overline{F_{H_2Oz}}(P) = \overline{F_{H_2Oz_cin}}(P) + \overline{F_{H_2Oz_turb}}(P) = \overline{a} \cdot \overline{W} + \overline{a'w'} \qquad [1.97d]$$

Anche in questo caso, se il punto di osservazione sta nel *SL* ed il terreno è piatto, il flusso cinematico verticale di vapor d'acqua è nullo e quindi l'intero flusso verticale di umidità (l'*evapotraspirazione* del suolo) è totalmente dovuto alla turbolenza. Naturalmente, perché sia presente del vapor d'acqua in aria è necessario che venga speso del calore di evaporazione. Se ci limitiamo a considerare il solo flusso verticale di vapor d'acqua, ad esso sarà associato un *flusso verticale di calore latente* che, indicando con λ il calore latente di vaporizzazione, sarà pari a:

$$\overline{Q_{Lz}}(P)=\overline{Q_{Lz_cin}}(P)+\overline{Q_{Lz_turb}}(P)=\lambda\cdot\overline{a}\cdot\overline{W}+\lambda\cdot\overline{a'w'} \qquad [1.98]$$

Nel *SL* e con terreno piatto, la componente cinematica del flusso latente verticale è nulla e tutto il flusso di calore latente verticale è dovuto al solo effetto della turbolenza.

Come si vedrà al Cap.2, nella definizione del modello fluidodinamico del *PBL* è consuetudine impiegare la temperatura potenziale θ al posto di *T*. Entro il *SL* θ e *T* sono praticamente coincidenti, pertanto il *flusso medio di calore sensibile* sarà dato ancora dalle relazioni (1.95) dove *T* sarà sostituita da θ. Considerando le (1.95) si nota come nella deduzione del flusso di calore si sia ipotizzato che ρC_p fosse una costante. In realtà ciò non è e nella determinazione del flusso di calore sarebbe necessario tener conto non solo della variabilità temporale di ρ, ma anche della presenza di vapor d'acqua. In Stull (1989) sono indicate le esatte relazioni da considerare, anche se in pratica si trascura il problema, sostituendo semplicemente nella (1.95) a *T*, θ_v.

Se si considera poi una generica quantità scalare *c*, per esempio la concentrazione in aria di una specie chimica, il flusso di tale quantità, analogamente al caso del vapor d'acqua, sarà dato da:

$$\overline{F_c}(P)=\left(\overline{F_{cx}},\overline{F_{cy}},\overline{F_{cz}}\right) \qquad [1.99a]$$

dove

$$\overline{F_{cx}}(P)=\overline{F_{cx_cin}}(P)+\overline{F_{cx_turb}}(P)=\overline{c}\cdot\overline{U}+\overline{c'u'} \qquad [1.99b]$$

$$\overline{F_{cy}}(P)=\overline{F_{cy_cin}}(P)+\overline{F_{cy_turb}}(P)=\overline{c}\cdot\overline{V}+\overline{c'v'} \qquad [1.99c]$$

$$\overline{F_{cz}}(P)=\overline{F_{cz_cin}}(P)+\overline{F_{cz_turb}}(P)=\overline{c}\cdot\overline{W}+\overline{c'w'} \qquad [1.99d]$$

Anche in questo caso entro il *SL* e con terreno piatto il flusso medio verticale della specie chimica risulta coincidente col flusso turbolento.

Dall'analisi fatta per i flussi medi di variabili si nota che la *parte turbolenta del flusso* medio in una delle direzioni cardinali è *proporzionale* alla *covarianza* della variabile considerata con la componente del vento lungo la direzione cardinale stessa. Ciò sta a significare che il vettore delle covarianze tra uno scalare e il vento $(\overline{c'u'},\overline{c'v'},\overline{c'w'})$ coincide, a meno di una costante di proporzionalità, col vettore dei flussi turbolenti medi. Se il punto *P* in cui si determina il flusso si trova entro il *SL* ed il terreno è piatto, risultano di estrema importanza nello studio del *PBL* i flussi seguenti:

- il flusso verticale di calore H_0, normalmente indicato col termine Flusso Turbolento di Calore Sensibile, definito come:
$$H_0=\rho C_p\overline{w'\theta'} \qquad [1.100a]$$

- il flusso di galleggiamento H_{0v}, definito come:

$$H_0 = \rho C_p \overline{w'\theta'}_v \qquad [1.100b]$$

- il flusso di calore latente H_E, dato da:
$$H_E = \lambda \overline{a'w'} \qquad [1.100c]$$

- l'evapotraspirazione E, data da:
$$E = \overline{a'w'} \qquad [1.100d]$$

- il flusso turbolento di un generico scalare c, F_c dato da:
$$E = \overline{c'w'} \qquad [1.100e]$$

Come indicazione interessante, per terreni coperti da vegetazione e in ore soleggiate H_0 e H_E possono essere dell'ordine di 200 Wm^{-2}.

Un'altra proprietà importante è la *quantità di moto* di cui è dotata una generica particella di aria in movimento entro il *PBL*. La quantità di moto è un'entità vettoriale che, nel caso in cui la particella di aria abbia volume unitario, è pari a:

$$\underline{p} = (p_x, p_y, p_z) = (\rho u, \rho v, \rho w) \qquad [1.101a]$$

in cui ρ è la densità dell'aria e quindi della particella considerata. Dato che le componenti u, v e w del vento sono valori istantanei, il vettore $\underline{p}$ nel punto P dello spazio dovrà essere considerato istantaneo e varierà irregolarmente nel tempo a causa della turbolenza presente nel *PBL*. Non è immediato definire il flusso istantaneo di quantità di moto che presente in un punto P dello spazio ad un istante t. Consideriamo inizialmente una superficie infinitesima dS con normale parallela all'asse delle x. Attraverso tale superficie sono definibili tre *flussi istantanei*: il flusso di p_x, p_y e p_z, cioè:

$$F^x_{p_x} = \rho \cdot u \cdot u \qquad [1.101b]$$
$$F^y_{p_x} = \rho \cdot v \cdot u \qquad [1.101c]$$
$$F^z_{p_x} = \rho \cdot w \cdot u \qquad [1.101d]$$

Mentre nel caso del flusso di una variabile scalare in P lungo la direzione x, il flusso era uno scalare, nel caso della quantità di moto il *flusso è un vettore*. Tuttavia analoghe considerazioni possono essere fatte sia per il flusso di quantità di moto nella direzione y che per quello nella direzione z ed in entrambi i casi si giunge alla conclusione che questi flussi direzionali sono entità vettoriali. Pertanto, il *flusso* (*non direzionale*) in P all'istante t sarà un tensore così definito:

$$F_p = \left(\underline{F^x_p}, \underline{F^y_p}, \underline{F^z_p}\right) = \rho \cdot \begin{vmatrix} uu & vu & wu \\ uv & vv & wv \\ uw & vw & ww \end{vmatrix} \qquad [1.102]$$

Finora abbiamo considerato il *flusso istantaneo di quantità di moto*. Viceversa, in generale siamo interessati al *Flusso Medio di Quantità di Moto*. Se consideriamo solo F^x_{py} dato dalla (1.101c) e ne facciamo la media tra l'istante t_1 e l'istante $t_2 = t_1 + \tau$, utilizzando l'ipotesi di Reynolds si ottiene:

$$\overline{F_{py}^{x}} = \frac{\rho}{\tau} \cdot \int_{t_1}^{t_1+\tau} \left[\overline{U} + u'(t)\right] \cdot \left[\overline{V} + v'(t)\right] \cdot dt = \rho \cdot \left[\overline{U} \cdot \overline{V} + \overline{u'v'}\right] \qquad [1.103a]$$

La stessa metodologia può essere applicata a tutte le 9 componenti del *tensore* che rappresenta il flusso di quantità di moto, giungendo alla definizione seguente di *Flusso Medio di Quantità di Moto* in un punto P del *PBL* :

$$\overline{F_p} = = \rho \cdot \begin{vmatrix} \overline{U} \cdot \overline{U} & \overline{V} \cdot \overline{U} & \overline{W} \cdot \overline{U} \\ \overline{U} \cdot \overline{V} & \overline{V} \cdot \overline{V} & \overline{W} \cdot \overline{V} \\ \overline{U} \cdot \overline{W} & \overline{V} \cdot \overline{W} & \overline{W} \cdot \overline{W} \end{vmatrix} + \rho \cdot \begin{vmatrix} \overline{u'u'} & \overline{v'u'} & \overline{w'u'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'v'} & \overline{w'v'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \overline{w'w'} \end{vmatrix} \qquad [1.103b]$$

Il primo termine del membro di destra della relazione precedente rappresenta *il Flusso Cinematico della Quantità di Moto* mentre il secondo termine rappresenta il *Flusso Turbolento.* A questo punto è possibile fare alcune considerazioni:

- il *Flusso Turbolento di Quantità di Moto Medio*, a meno di una costante di proporzionalità pari alla densità dell'aria, coincide con la *matrice di varianza-covarianza* delle 3 componenti del vento;

- è possibile dimostrare che esiste una corrispondenza tra il *tensore degli sforzi viscosi* introdotto al punto 1.2.1.2 (normalmente indicati come Sforzi di Reynolds) ed *il Flusso Turbolento di Quantità di Moto*. In particolare, detto $\boldsymbol{\tau}$ il tensore degli sforzi di Reynolds, si ha che $F_p = -\boldsymbol{\tau}$;

- se si considera un punto *P* entro il *SL* ed un terreno piatto, lo *Sforzo Verticale di Taglio* si riduce a due sole componenti ($\tau_{xz} = -\rho\overline{u'w'}$) , ($\tau_{yz} = -\rho\overline{v'w'}$) ed il modulo di tale vettore sarà pari a:

$$\left|\tau_{\mathrm{Re}\,ynolds}\right| = \sqrt{\tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2} \qquad [1.104]$$

  Basandosi su questa relazione, storicamente è stata definita una *velocità di scala* u_*, nota come *friction velocity* e definita come:

$$u_* = \left[\tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2\right]^{1/4} \qquad [1.105a]$$

  da cui si ha ovviamente che:

$$\left|\tau_{\mathrm{Re}\,ynolds}\right| = \rho \cdot u_*^2 \qquad [1.105b]$$

Per concludere, riprendiamo in considerazione il Flusso Turbolento di Calore Sensibile H_0 (o il Flusso di Galleggiamento H_{0v}, che nella pratica differiscono normalmente molto poco). Durante una *giornata non perturbata* (temporali, pioggia, ecc.) tale variabile presenta delle situazioni tipiche:

- durante le situazioni convettive , cioè nelle ore diurne soleggiate, quando l'apporto di energia solare garantisce il trasferimenti al *PBL* dell'energia necessaria per la generazione di vortici convettivi di grandi dimensioni, è necessario che $H_0>0$ (ed anche H_{0v}). Quindi $\overline{w'\theta'} > 0$ e $\overline{w'\theta_v'} > 0$.

- durante le situazioni stabili, presenti nelle ore notturne poco ventose, si ha che H_0 e H_{0v} sono negativi e ciò implica che $\overline{w'\theta'} < 0$ e $\overline{w'\theta_v'} < 0$ .La turbolenza è completamente di origine meccanica e la dimensione dei vortici è estremamente limitata;

- nelle situazioni adiabatiche , corrispondenti alla transizione da situazioni convettive a situazioni stabili (e viceversa) o a ore con velocità del vento elevate, $H_0 = H_{0v} = 0$ e quindi $\overline{w'\theta'} = 0$ e $\overline{w'\theta_v'} = 0$.

La convettività è quindi presente solo in presenza di un adeguato apporto energetico solare, mentre la turbolenza meccanica è sempre presente e costituisce l'unico contributo nelle situazioni adiabatiche e stabili. Per questo ed anche per come è stata definita, la *friction velocity* u_* risulta sempre positiva.

Per concludere è non si può dimenticare un aspetto fondamentale che soggiace alla definizione di Flusso Medio: il periodo di mediazione. La sua scelta deve essere fatta in modo che i Flussi Medi abbiano significato micrometeorologico e la relazione (1.72) può essere impiegata per questo, anche se le condizioni che si faranno a punto 1.3.2.1 possono rendere più semplice questa scelta importante.

1.3.2 PRIMI ELEMENTI DI ANALISI SPETTRALE

1.3.2.1 Le evidenze sperimentali

Invece di ritenere un generico segnale meteorologico, come quello di *Fig.1.20,* una insieme caotico di valori, è possibile anche pensare che tale segnale sia il risultato *della sovrapposizione di una moltitudine di segnali armonici (seni e coseni) con periodi differenti.* In questo caso l'analisi non prenderà le mosse da una visione statistica, ma al contrario da una visione ondulatoria. Se immaginiamo che passino attraverso il nostro sensore schiere di vortici equispaziati e che ogni schiera regolare di vortici possieda una ben precisa dimensione (per fissare le idee, immaginiamo vortici sferici con diametro costante) e che le diverse schiere di vortici passino contemporaneamente, il sensore vedrà un segnale risultante dalla somma di tante sinusoidi di ampiezza proporzionale alla dimensione tipica di ciascuna schiera. Questa visione è congruente con l'adozione del *Teorema di Fourier* secondo cui un generico segnale x_i, campionato a istanti successivi equispaziati $t_i = t_0, t_1, t_2, \ldots, t_{N-1}$, può essere visto come la somma di tante funzioni armoniche cioè come:

$$x_n = a_0 + \sum_{k=1}^{N-1} a_k \cos\left(\frac{2\pi k n}{N}\right) + \sum_{k=1}^{N-1} b_k \sin\left(\frac{2\pi k n}{N}\right) \qquad [1.106]$$

dove $k=1,2,\ldots,N-1$ determina la frequenza di ciascuna armonica ($f_k = k/N\Delta t$). I coefficienti presenti in questa relazione sono dati da:

$$a_0 = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x_n \qquad [1.107a]$$

$$a_k = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos\left(\frac{2\pi k n}{N}\right) \qquad [1.107b]$$

$$b_k = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x_n \sin\left(\frac{2\pi k n}{N}\right) \qquad [1.107c]$$

Interessante è notare come la (1.107a) sia la media del segnale nel periodo di mediazione considerato e

quindi questa nuova visione della turbolenza *comunque* separa il segnale in un valor medio e in fluttuazioni: secondo l'ipotesi di Reynolds le fluttuazioni erano stocastiche, secondo la visione spettrale, invece, tali fluttuazioni sono armoniche. La (1.106) viene normalmente indicata come *la Trasformata Discreta di Fourier*.

L'analisi spettrale del segnale x_n risponde molto semplicemente alla domanda: *quanto pesano le differenti armoniche nel perturbare il segnale rispetto al suo valor medio?* Ovviamente per rispondere a questa domanda la (1.106) è estremamente scomoda. Senza entrare per ora nei dettagli (lo faremo in un apposito capitolo), un buon indicatore di questo *peso* è la *densità spettrale* che, in prima approssimazione, può essere definita come:

$$P_k = \left(a_k^2 + b_k^2\right)^{1/2} \qquad [1.108]$$

e l'insieme di tutti i coefficienti P_k rappresenta quello che viene indicato come *spettro* del segnale x_n. Ovviamente, più alto è il valore di P_k, più il segnale assomiglierà ad un segnale periodico di frequenza f_k. L'analisi spettrale da sola, non è in grado tuttavia di dire *perché* una frequenza pesa più di un'altra. La (1.106) è espressa in termini di frequenze, ma ovviamente l'ipotesi di Taylor ci consente di trasformare le frequenze (dimensionalmente l'inverso di un tempo) in distanze e quindi, dal nostro punto di vista un po' semplicistico, in dimensioni di vortici.

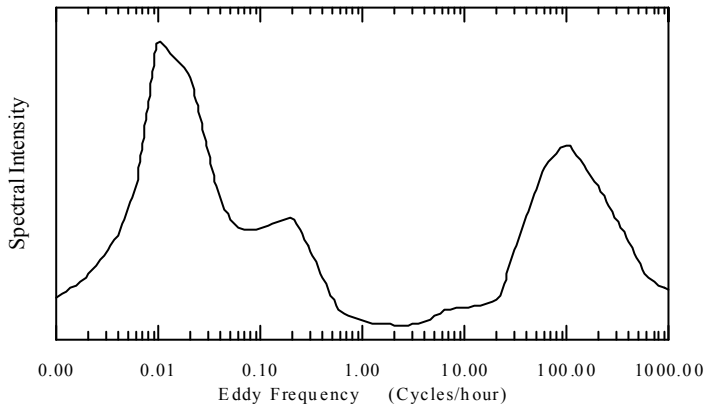

Fig.1.22: spettro della velocità del vento al suolo (da Stull, 1989).

Quest'analisi può essere applicata ai vari segnali meteorologici misurati vicino al suolo (le tre componenti del vento, la temperatura potenziale ecc.). Se la variabile considerata è la velocità orizzontale del vento e se si considera un tempo di osservazione abbastanza lungo, lo spettro che si ottiene è simile a quanto raffigurato in *Fig.1.22* . Riferendosi a questa figura, senza entrare nei dettagli, si può dire in modo molto semplificato che l'ordinata rappresenta la porzione di energia associata ad un vortice di una particolare dimensione, mentre in ascissa è riportata la dimensione del vortice stesso in termini di frequenza. I vortici più piccoli hanno periodi più corti. I picchi nello spettro mostrano quali vortici contribuiscono di più all'energia complessiva *vista* in un punto *P*. Il picco più a sinistra, con periodo di circa 100 ore, si riferisce a variazioni di velocità del vento associate al passaggio di fronti, mentre l'altro picco, attorno alle 24 ore, mostra l'aumento giornaliero della velocità del vento e la sua diminuzione notturna. Il picco più a destra è dunque quello più interessante; esso è dovuto ai vortici a microscala della durata variabile tra 10 secondi e 10 minuti, quelli in effetti già visti esaminando la *Fig.1.20*. Sempre analizzando il picco più a destra, si nota come i vortici più grandi siano anche i più intensi. Dalle *Figg.1.20* e *1.23* emerge una circostanza singolare. Sono visibili variazioni nella velocità

del vento o dell'ordine di alcune ore (derivanti dai moti a mesoscala) o dell'ordine dei minuti e dei secondi (dovuti alla turbolenza). Non si notano variazioni con periodi intermedi. Tale fenomeno è del tutto generale ed è noto col termine *spectral gap*. In pratica, dalla *Fig.1.23* lo *spectral gap* è molto evidente ed è la valle tra i due picchi. Non era quindi arbitrario definire il *PBL* come *quella porzione di troposfera che risponde alle forzanti su una scala temporale dell'ordine dell'ora* (Stull, 1989)**;** implicito era il fatto che la turbolenza fosse la principale forza motrice agente nel PBL. Lo *spectral gap* è quindi un mezzo per separare le influenze turbolente sul *PBL* da quelle influenze che turbolente non sono, molto più immediato e comprensibile della (1.72). E' interessante notare che, se si analizzasse lo spettro del vento sopra il *PBL*, non si troverebbe lo *spectral gap*.

1.3.2.2 Le scale della turbolenza

L'evidenza sperimentale ha ormai mostrato che il *PBL*, specialmente convettivo, è sede di vortici di varie dimensioni, da vortici dell'ordine del chilometro a vortici dell'ordine del millimetro. Nel 1926 Richardson notò che i moti a scala più piccola hanno sempre origine dall'instabilità dei moti a scala maggiore. Ha quindi origine un processo di *energy cascade* in cui i vortici di dimensioni maggiori si frammentano in vortici sempre più piccoli fino ad arrivare a dimensioni talmente limitate da dissipare tutta l'energia cinetica turbolenta disponibile in calore. Per quantificare un poco questi concetti, si immagini di poter disporre di una fotografia spaziale della meteorologia in un dato istante (le misure fatte con gli aerei sono un esempio più o meno vicino a ciò). Se immaginiamo un'atmosfera omogenea, il coefficiente di correlazione spaziale più che dipendere da due punti distinti dello spazio, dipende dalla loro distanza r. Una misura della distanza entro cui il segnale resta correlato con sé stesso è *la lunghezza integrale di scala L,* definita come:

$$L = \int_0^\infty R(r)/R(0)\,dr \qquad [1.109]$$

Questa lunghezza di scala è interpretabile come la *lunghezza caratteristica dei vortici dominanti*. Essa caratterizza i vortici che trasportano la maggior parte dell'energia cinetica turbolenta e determinano la maggior parte della turbolenza atmosferica. In linea di principio, tale lunghezza integrale di scala è tipica di ogni tipo di proprietà del flusso e, in generale, dipende dalla distanza dal suolo, dalla stabilità, e dalla direzione adottata per il suo calcolo.

Se E è l'energia cinetica turbolenta, ε la sua dissipazione turbolenta (pari alla variazione temporale di E dovuta agli effetti derivanti dalla viscosità; di essa si tratterà più estesamente nel seguito) e ν la viscosità cinematica, è possibile ottenere un'importante lunghezza di scala η, detta *miscoscala di Taylor,* così definita:

$$\eta = (\nu E/\varepsilon)^{1/2} \qquad [1.111]$$

che indica *la dimensione in corrispondenza della quale gli effetti viscosi diventano significativi.* In un *PBL* convettivo con E pari a circa 2 $m^2 \cdot s^{-2}$, ν pari a $1.5 \cdot 10^{-5}$ ed ε dell'ordine di circa $3 \cdot 10^{-3}$, η vale circa 0.1 m.

Il *PBL* non è mai né omogeneo né isotropo, per la presenza del suolo su cui scorrono le masse d'aria. Tuttavia il *PBL* può essere considerato *localmente omogeneo ed isotropo* in piccole sottoregioni dell'atmosfera abbastanza distanti dal suolo. Misure fatte hanno mostrato come tale supposizione sia soddisfatta dai vortici di piccole dimensioni che, a causa della loro ridotta dimensione, non riescono ad

essere influenzati dalla superficie terrestre e presentano le medesime proprietà in ogni direzione. La omogeneità ed isotropia locale era stata predetta nel 1941 da *Kolmogorov*, che introdusse *due ipotesi*.

La prima ipotesi di Kolmogorov è:

> *le proprietà medie dei vortici di piccola scala di ogni flusso ad elevato numero di Reynolds sono dissipate unicamente dalla viscosità cinematica del fluido* ν *e dalla dissipazione di energia cinetica turbolenta* ε.

Questa ipotesi si applica in un intervallo determinato dalla disuguaglianza $L >> l >> \mu$ dove l è la dimensione tipica del vortice, chiamato *equilibrium range,* e con μ si è indicata la *microscala di Kolmogorov*, definita come:

$$\mu = \left(\nu^3/\varepsilon\right)^{1/4} \qquad [1.112a]$$

Tale parametro definisce la *dimensione dei vortici che dissipano energia a causa della viscosità del fluido*. Nel caso di un *PBL* convettivo, μ vale circa 0.001 m. Accanto alla microscala di Kolmogorov, è stata definita un'equivalente velocità di scala e tempo di scala definiti rispettivamente come (Monin e Yaglom, 1971a):

$$u_\mu = (\nu\varepsilon)^{1/4} \qquad [1.112b]$$

$$t_\mu = \mu/u_\mu = (\nu/\varepsilon)^{1/2} \qquad [1.112c]$$

Tipicamente, nel *PBL* si ha che $u_\mu = 0.015$ m·s^{-1} e $t_\mu = 0.07$ s.

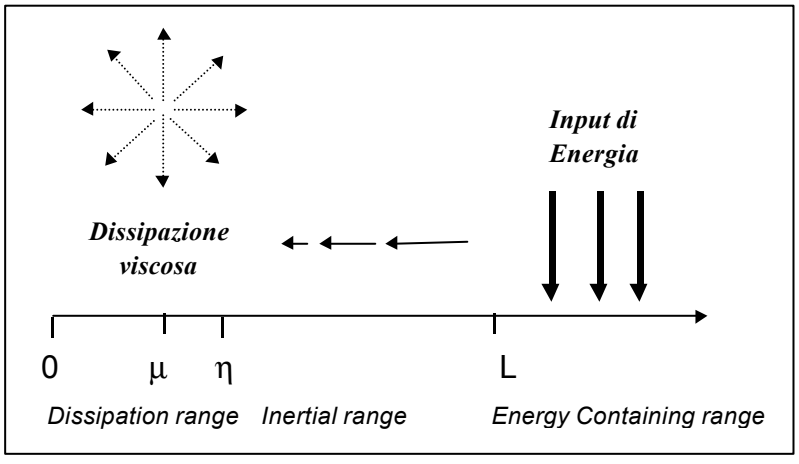

Fig. 1.23: distribuzione schematica dell'energia nel (da Sorbjan,1989).

La seconda ipotesi di Kolmogorov dice che:

> *per numeri di Reynolds sufficientemente grandi, c'è un sottointervallo del range di equilibrio in cui le proprietà medie del flusso sono determinate solo dalla dissipazione di energia turbolenta* ε.

Tale intervallo, definito dalla disequazione $L >> l >> \eta$, è chiamato *inertial subrange*, poiché è dominato

dalle forze inerziali la cui azione porta alla ridistribuzione dell'energia tra i vortici di dimensioni differenti. In questo subrange non c'è dissipazione, ma solo *energy cascade*. Per questa ragione il regime fluidodinamico nell'*inertial subrange* deve essere stazionario ed avere un carattere universale.

Riassumendo graficamente tutto ciò, si ottiene quanto illustrato in *Fig.1.23* dove si nota come i vortici convettivi vengano generati con dimensioni ragguardevoli ed evolvano fino a raggiungere una dimensione pari ad *L* (100 metri, per esempio, è un valore tipico). A questo punto la loro dimensione diviene compatibile con *l'inertial subrange* e la loro riduzione dimensionale dipende solo dall'azione della dissipazione di energia cinetica turbolenta. Prima erano asimmetrici ed anisotropi, ora sempre più tendono alla simmetria ed all'isotropia finché, raggiunta la dimensione η (nel caso esempio 0.1 m), sono preda delle forze viscose. Diminuiscono ancora di dimensione e quando raggiungono una scala dimensionale dell'ordine di μ (0.001 m), si dissipano in calore. Lo spettro dimensionale dei vortici di un *PBL* turbolento copre quindi almeno cinque decadi!

1.3.2.3 Parametri caratteristici della turbolenza atmosferica

Dal punto di vista operativo, la quantificazione della turbolenza atmosferica può essere condensata in un numero ridotto di parametri, come già visto. Per scopi puramente operativi, è conveniente ripresentarli in maniera sistematica.

Il *parametro che descrive la forzante convettiva* del *PBL* è sicuramente il *flusso turbolento di calore sensibile* definito come:

$$H_0 = \rho C_p \overline{w'\theta'} \qquad [1.113a]$$

Nella pratica, al posto di H_0 si usa più frequentemente il flusso di galleggiamento H_{0v} , definito come:

$$H_0 = \rho C_p \overline{w'\theta'}_v \qquad [1.113b]$$

Spesso nella Letteratura non si fa distinzione tra H_0 *e* H_{0v} e li si indica con lo stesso simbolo (H_0) e con lo stesso nome (Flusso Turbolento di Calore Sensibile). Ciò ovviamente può generare non poca confusione! Nel seguito del libro, quando parleremo di Flusso Turbolento di Calore Sensibile H_0, ci riferiremo sempre alla definizione (1.113b), salvo rare eccezioni che chiariremo di volta in volta.

Il parametro che descrive lo scambio di vapor d'acqua tra il suolo ed il *PBL* è il Flusso Turbolento di Calore Latente H_E , dato da

$$H_E = \lambda \cdot \overline{a'w'} \qquad [1.113c]$$

La *turbolenza meccanica,* derivante dallo *shear* del vento, è parametrizzata dalla *friction velocity* u_* (*velocità di scala dello Strato Superficiale*), definita come:

$$u_* = \left[\overline{u'w'}^2 + \overline{v'w'}^2 \right]^{0.25} \qquad [1.114]$$

Questi parametri sono sufficienti per descrivere completamente le forzanti convettiva e meccanica nel *SL*, tuttavia è consuetudine definire altri parametri caratteristici:

- la *temperatura di scala* T_*: tale parametro nasce dall'osservazione che H_0 diviso per ρC_p ha le dimensioni di una velocità per una temperatura. Da questa considerazione deriva la definizione di una temperatura di scala definita come:

$$T_* = -\overline{w'\theta'}/u_* \qquad [1.115]$$

- l'*umidità di scala* q_**:* tale parametro viene definito nel modo seguente:

$$q_* = -\overline{a'\theta'}/u_* \qquad [1.116]$$

- la *lunghezza di Monin–Obukhov L.* Essa è stata introdotta dai due ricercatori russi per definire una *lunghezza di scala* per il *SL*. Essa è definita come:

$$L = -\frac{\overline{T}}{kg}\frac{u_*^3}{\overline{w'\theta_v'}} \qquad [1.117]$$

dove T è la temperatura media del *SL*, g è l'accelerazione di gravità e k è la costante di von Karman (pari a 0.4). Il significato fisico di L, in valore assoluto, è la quota dove si ha il bilancio tra la turbolenza meccanica e la turbolenza termica. Il valore di L è in pratica dello stesso ordine dell'estensione verticale della *SL*. E' interessante osservare come le situazioni convettive siano caratterizzate da valori di L negativi, mentre le situazioni stabili da un valore positivo. E' poi immediato verificare che in modulo L aumenta all'avvicinarsi dell'adiabaticità, tendendo a $+\infty$ se l'avvicinamento avviene da situazioni stabili e a $-\infty$ se da situazioni convettive. Questo bizzarro comportamento di L ne fa un parametro scomodo nella pratica; come si vedrà nel seguito, verrà estesamente utilizzato il parametro $1/L$ o meglio ancora z/L dove z è la quota di misura.

Riassumendo:

- la velocità di frizione u_* è sempre positiva,
- nelle situazioni convettive, $H_0 > 0$ e $L < 0$,
- nelle situazioni stabili, $H_0 < 0$ e $L > 0$,
- nelle situazioni adiabatiche $H_0 = 0$ e $|L| = \infty$.

Quelli sopra elencati sono i parametri caratteristici della turbolenza nel *SL*. Ad essi si devono affiancare altri parametri che completano il quadro della turbolenza dell'intero *PBL*.

Nelle situazioni convettive, la *lunghezza di scala dell'intero PBL* è la sua estensione verticale z_i. Oltre a ciò si definisce anche una *velocità di scala convettiva* w_**,* definita come:

$$w_* = \left(\frac{g}{T}\cdot\overline{w'\theta'}\cdot z_i\right)^{1/3} \qquad [1.117]$$

Il valore di questo parametro (nullo in situazioni stabili) può essere approssimativamente associato alla velocità ascensionale tipica dei vortici turbolenti. Se $T = 300$K, $H_0 = 150$ W·m^{-2} e $z_i = 1000$, w_* risulta pari a 1.6 m·s^{-1}. Ciò significa che un vortice turbolento richiede un tempo pari a circa 10 minuti per salire dal suola alla sommità del *PBL*.

Per quanto riguarda invece il *PBL* stabile, è definibile solo la sua estensione verticale h_m come lunghezza caratteristica di scala.

2. MODELLO MATEMATICO DEL PBL

Per definire il modello matematico del *PBL* è necessario individuare quelle relazioni matematiche (probabilmente differenziali) in grado di rappresentare l'evoluzione spazio-temporale delle principali variabili che ne descrivono lo stato, cioè la dipendenza della componente longitudinale della velocità del vento u, della componente trasversale del vento v, della componente verticale w, della densità ρ, della temperatura T dell'aria, della pressione p e dell'umidità specifica dalla coordinate spaziali x, y e z e dalla coordinata temporale t. Per conseguire tale obiettivo, utilizziamo l'apparato teorico della Fluidodinamica che è basato sull'impiego:

- della legge di *conservazione della quantità di moto,*
- della legge di *conservazione della massa*,
- della legge di *conservazione dell'energia,*
- dell'*equazione di stato dei gas,*
- della legge di *conservazione del vapor d'acqua*
- della legge di *conservazione di altre variabili scalari,* come le varie specie chimiche di interesse presenti in aria.

L'impiego di tali leggi fisiche e la loro applicazione allo specifico caso del *PBL* è finalizzato all'individuazione di relazioni di tipo *prognostico* per ogni variabile fisica descrittrice dello stato di questo sistema fisico. Va ricordato che una relazione di tipo prognostico è una relazione differenziale che lega la variazione temporale di una variabile (per esempio una delle componenti del vento) con la variazione spaziale della stessa variabile e di altre variabili rilevanti e con eventuali termini di sorgente.

Una metodologia d'indagine consolidata in Fluidodinamica consiste nell'isolare una particella di fluido e nell'applicare ad essa le leggi di conservazione. Se consideriamo, per esempio, uno generico scalare f (per esempio la temperatura dell'aria), è fisicamente corretto asserire che in un intervallo di tempo infinitesimo dt la variazione di f è pari a df. In generale, f sarà funzione, tra l'altro, della posizione (x,y,z) della particella considerata, pertanto il differenziale totale di f sarà pari a:

$$df = \frac{\partial f}{\partial t}dt + \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz \qquad [2.1a]$$

quindi

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial f}{\partial z}\frac{dz}{dt} \qquad [2.1b]$$

Il significato di df/dt (*derivata totale)* è ben diverso da $\partial f/\partial t$ (*derivata locale*)! La df/dt è la variazione temporale di *f entro* la particella (in generale in movimento entro il fluido), mentre $\partial f/\partial t$ è la variazione di f riscontrata da un osservatore in un punto fisso dello spazio, che, col variare del tempo, apparterrà a particelle differenti. Se consideriamo il fatto che la posizione della particella $(x(t),y(t),z(t))$ varia nel tempo, si ha che la sua velocità rispetto al sistema di riferimento fisso sarà data da:

$$u = \frac{dx}{dt}, \quad v = \frac{dy}{dt}, \quad w = \frac{dz}{dt} \qquad [2.2]$$

quindi la (2.1b) si trasformerà nel modo seguente:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + u\frac{\partial f}{\partial x} + v\frac{\partial f}{\partial y} + w\frac{\partial f}{\partial z} \qquad [2.3a]$$

che, nella notazione sintetica di Einstein, si riduce a:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + u_i\frac{\partial f}{\partial x_i} \qquad [2.3b]$$

dove $i = 1,2,3$ e $u_1 = u$, $u_2 = v$, $u_3 = w$ e $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$. Dalle (2.3) risulta che la *derivata totale* (rispetto al tempo) di uno scalare *f* è la somma della *derivata locale di f* rispetto al tempo ($\partial f/\partial t$ che descrive le variazioni temporali locali) e dei *cambi spaziali* (*avvezione)* subiti dalla variabile in esame.

Nei paragrafi che seguono viene presentato in modo sintetico il modello fluidodinamico del *PBL*, tralasciando la deduzione delle varie relazioni che lo costituiscono. Per una discussione dettagliata di ciò si rimanda a a Mateev (1965), Holton (1992), Dutton (1995), Wallace e Hobbs (1977). Riferimenti più specifici alle problematiche del *PBL* sono Arya (1987), Blackadar (1997), Nieuwstadt e van Dop (1982), Stull (1988), Garratt (1992) e Sorbjan (1989).

2.1 LE EQUAZIONI PER LE VARIABILI ISTANTANEE

Dal punto di vista teorico risulta ragionevole iniziare l'individuazione del modello matematico del *PBL* prendendo come *riferimento* il *valore istantaneo* che le variabili che lo descrivono assumono nello spazio. Ciò quindi equivale ad ignorare la natura stocastica di tali variabili e a focalizzare completamente l'attenzione sulle relazioni fisiche che comunque debbono legarle insieme, nello spazio e nel tempo. E' evidente il desiderio ed il tentativo di cercare un modello matematico che sia in grado di descrivere ogni possibile situazione in cui si possa incontrare il *PBL*. Anche se è intuitivo pensare che tutto ciò non porterà molto lontano, dal punto di vista pratico, tuttavia, questo percorso analitico è necessario per ogni sviluppo che abbia una qualche rilevanza applicativa.

2.1.1 L'EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

La prima legge fisica che consideriamo è la *conservazione della massa*. Si consideri una particella di aria di volume ***V,*** circondata da superficie laterale (chiusa) Σ. Sia ρ è la sua densità, $\mathbf{v}$ il vettore vento di componenti *u, v, w* e con $\mathbf{d\Sigma}$ si indichi un vettore normale alla superficie Σ, la cui lunghezza sia pari all'elemento di superficie $d\Sigma$ (*Fig. 2.1*). La variazione della massa della particella, che in generale sarà in moto entro il fluido, dipende soltanto dal flusso uscente dalla superficie chiusa Σ e quindi l'equazione che esprime la conservazione della massa è la seguente:

$$\underbrace{-\frac{\partial}{\partial t}\iiint_V \rho\, dV}_{\text{diminuzione della massa nel volume } V} = \underbrace{\iint_\Sigma (\rho\,\mathbf{v})\bullet\mathbf{d\Sigma}}_{\text{flusso uscente dalla superficie } \Sigma} \qquad [2.4]$$

in cui il simbolo $\bullet$ indica il prodotto scalare. Ipotizzando che il volume ***V*** non vari nel tempo, utilizzando il

teorema di Gauss e considerando che la relazione di continuità deve essere soddisfatta qualunque sia il volume, la relazione (2.4) si trasforma in:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 \qquad [2.5a]$$

Si ricordi che la *divergenza* di un vettore **v** è definita come:

$$\mathrm{div}\ \mathbf{v} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \qquad [2.5b]$$

La (2.5a) si può quindi esprimere sinteticamente come:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (u_j \rho)}{\partial x_j} = 0 \qquad [2.6]$$

oppure, servendosi della definizione della derivata totale, come:

$$\frac{d\rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \qquad [2.7]$$

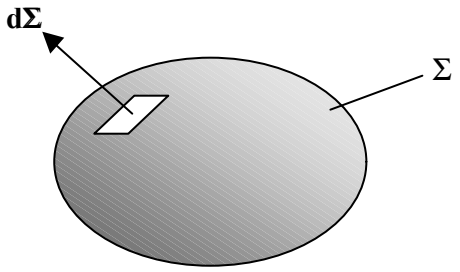

Fig.2.1: la particella di aria circondata da una superficie esterna chiusa Σ

Dato che molto spesso nel *PBL* si ha che $(d\rho/dt)/\rho << \partial u_j/\partial x_j$, è quindi ragionevole paragonare l'aria del *PBL* ad un *fluido incomprimibile* in cui le variazioni di densità possono essere considerate trascurabili, di modo che l'equazione di continuità si può semplificare come:

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \qquad [2.8]$$

E' interessante notare che, quando si assume valida questa semplificazione (***approssimazione di incomprimibilità***), la legge di conservazione della massa non porta ad un'equazione di tipo prognostico, bensì ad un'*equazione diagnostica* per le componenti del vento, condizione che tali componenti dovranno *sempre* rispettare durante la loro evoluzione temporale.

2.1.2 LE EQUAZIONI DI NAVIER-STOKES

Le *equazioni di Navier-Stokes* (dal nome di coloro che le hanno derivate) esprimono matematicamente *la seconda legge di Newton per la conservazione della quantità di moto*. Se consideriamo ancora una volta una particella di aria di volume V circondata da una superficie chiusa Σ (*Fig.2.1*), la variazione temporale della quantità di moto totale dipenderà dall'azione combinata esercitata dalle forze di volume sull'intero volume della particella e da eventuali forze agenti sulla sua superficie esterna, che rappresentano l'interazione dell'aria circostante con particella stessa. Ciò può essere formalizzato nella relazione seguente, scritta per una generica direzione i (x o y o z):

$$\underbrace{\iiint_V \left\{ \rho \frac{du_i}{dt} \right\} dV}_{\substack{\text{Variazione della quantità} \\ \text{di moto nel volume V}}} = \underbrace{\iint_\Sigma T_i \bullet d\Sigma}_{\text{Forze di Superficie}} + \underbrace{\iiint_V \rho G_i \, dV}_{\text{Forze di Volume}} \qquad [2.9a]$$

in cui G_i è una componente della forza esterna **G** (forza per unità di massa) che agisce sull'intero volume della particella e $\mathbf{T}_i$ è una forza di superficie nella direzione i (dipendente dalla velocità del fluido). Applicando il teorema di Gauss è possibile riformulare la (2.9a) nei termini seguenti:

$$\rho \frac{du_i}{dt} = \text{div } \mathbf{T}_i + \rho G_i \qquad [2.9b]$$

dove l'insieme dei vettori $\mathbf{T}_i$ è il *tensore degli sforzi,* già descritto in precedenza, che descrive lo stato di *sforzo* della particella causato dall'interazione col fluido circostante e che è dato da:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{T}_1 \\ \mathbf{T}_2 \\ \mathbf{T}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{pmatrix} \qquad [2.10a]$$

e la generica componente τ_{ij} può essere interpretata come una forza per unità di area nella direzione x_j agente sulla faccia del volume che risulta normale alla direzione x_i (*Fig.2.2*).

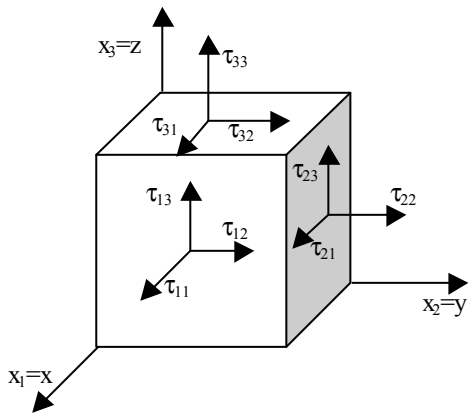

Fig. 2.2: orientazione delle componenti del tensore degli sforzi

Le componenti diagonali τ_{ij} della matrice sono le componenti normali e τ_{ij} sono le componenti parallele (*stress di taglio*) e si può mostrare che il *tensore degli stress è simmetrico*, cioè che $\tau_{ij} = \tau_{ji}$. Se il

fluido è a riposo, tutti gli stress di taglio si annullano e restano nell'equazione solo le componenti normali che sono in relazione con la *pressione* attraverso la relazione:

$$(\tau_{ii} + \tau_{22} + \tau_{33})/3 = -p \qquad [2.10b]$$

da cui risulta che la *pressione è invariante rispetto alla trasformazione del sistema di coordinate.* Si può mostrare (Sorbjan, 1989; Blackadar, 1997) che τ_{ij} è dato da:

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu\left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial U_k}{\partial x_k}\right] \qquad [2.10c]$$

dove μ è il coefficiente di viscosità molecolare dell'aria e δ_{ij} è la delta di Kronecker (1 se i = j, 0 altrimenti). Utilizzando la definizione di sforzo e tenendo in considerazione l'ipotesi di incomprimibilità del fluido, la (2.9) si trasforma in:

$$\frac{du_i}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + G_i \qquad [2.11]$$

dove $\nu = \mu/\rho$ è la viscosità molecolare cinematica. La (2.11) è valida in un sistema di riferimento inerziale. Dal momento però che il moto dell'atmosfera è relativo alla terra (sistema non inerziale), è più conveniente riscrivere le equazioni di Navier-Stokes in un sistema di coordinate fisso rispetto alla terra, quindi non inerziale ed in rotazione insieme alla terra, giungendo alle seguenti equazioni del moto:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\delta_{i3}g - 2\varepsilon_{ijk}\Omega_j u_k - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \qquad [2.12]$$

dove $\mathbf{\Omega}=(0,\omega\cos\phi,\omega\,\mathrm{sen}\phi)$ è la velocità angolare della Terra il vettore della velocità angolare della rotazione terrestre (ϕ è la latitudine e ω è la velocità angolare della terra pari a $7.27\cdot10^{-5}$ rad·s^{-1}), g è *l'accelerazione di gravità* e il simbolo ε_{ijk} è il tensore definito come:

$$\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} +1 & \text{per } ijk = 1,2,3;\ 2,3,1;\ 3,1,2 \\ -1 & \text{per } ijk = 3,2,1;\ 2,1,3;\ 1,3,2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Spesso il quarto termine della (2.12) si esprime come $f_c = \varepsilon_{ijk}\, u_j$ dove f_c è il *parametro di Coriolis* definito come $f_c=2\omega\,\mathrm{sen}\phi=1.45\cdot10^{-4}\mathrm{sen}\phi$ (s^{-1}). Dopo tali trasformazioni e semplificazioni, le equazioni di Navier-Stokes assumono il seguente aspetto:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\delta_{i3}g + f_c\varepsilon_{ij3}u_j - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \qquad [2.13]$$

dove ogni termine dell'equazione riveste un significato specifico. Il membro di sinistra della (2.13) è la derivata totale (*lagrangiana*) della componente u_i della velocità del fluido (del vento quindi). Tale variazione temporale è dovuta ai fenomeni descritti dai membri di destra dell'equazione, che hanno il significato seguente:

- il primo termine permette alla *gravità* di agire verticalmente;
- il secondo termine descrive *l'influenza della rotazione terrestre* (effetto di Coriolis) e, come si vede, tale influenza è limitata alle sole componenti orizzontali;
- il terzo termine descrive le forze legate al *gradiente di pressione*;
- il quarto termine rappresenta l'influenza dello *sforzo viscoso*.

2.1.3 L'EQUAZIONE DI STATO DEI GAS

Il sistema di quattro equazioni differenziali costituito dall'equazione di continuità e dalle equazioni di Navier-Stokes contiene 5 incognite *(*ρ*, p, u, v, w*), quindi tale sistema non è chiuso. D'altro canto, finora abbiamo considerato solo relazioni fisiche di tipo meccanico, senza considerare in alcun modo le leggi della termodinamica. La prima legge termodinamica presa in considerazione *è l'equazione di stato di un gas perfetto* che abbiamo visto valere anche per il *PBL*. La sua espressione è la seguente:

$$p = \rho RT \qquad [2.14]$$

p è la pressione, R la costante dei gas perfetti (R=287 $J{\cdot}K^{-1}$ kg^{-1}) e T la temperatura assoluta. Tale relazione varrebbe rigorosamente solo nel caso in cui nel *PBL* fosse assente l'umidità. In sua presenza, come si è visto, l'equazione di stato assume una forma leggermente diversa. Il contenuto di vapore acqueo può essere descritto dall'*umidità specifica q* e dalla *tensione di vapore e*. Sotto l'ipotesi che l'aria ed il vapore acqueo siano gas ideali, si ha che:

$$p = p_d + e = \rho_d \quad RT + \rho_v \quad R_v T = \rho \quad RT(1 + 0.61q) \qquad [2.15]$$

dove p_d *è la pressione parziale dell'aria secca e* R_v =1.61R. Definendo come *temperatura virtuale* $T_v = T(1 + 0.61q)$ quella temperatura che deve avere una quantità di aria secca ad una certa pressione p perché la sua densità sia la stessa di un pacchetto d'aria con umidità specifica q alla stessa pressione, la forma dell'equazione di stato diventa la seguente:

$$p = \rho RT_v \qquad [2.16] .$$

2.1.4 LA PRIMA LEGGE DELLA TERMODINAMICA

Lo stato di un sistema (e quindi di una generica particella d'aria) è completamente definito una volta noti due dei tre parametri seguenti: la pressione p, il volume V e la temperatura T_v. Se il sistema subisce una trasformazione, se la quantità di calore scambiata attraverso le pareti è dQ e se la variazione di volume dovuta ad una pressione p *è* dV, allora la *prima legge della termodinamica* afferma che la variazione di energia interna dU è data da:

$$dU = dQ - pdV \qquad [2.17]$$

In altre parole, il sistema scambia energia con l'esterno o acquistando una quantità di calore dQ oppure compiendo del lavoro dV. Senza entrare in dettaglio, la prima legge della termodinamica consente la scrittura di una equazione differenziale che esprime la variazione temporale della temperatura potenziale virtuale θ_v (seguito indicata semplicemente come θ) in funzione della avvezione, della diffusività molecolare, dei flussi di radiazione e dei cambiamenti di fase dell'acqua presente in aria. In

pratica si ottiene (Stull, 1989) la relazione seguente:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_j \frac{\partial \theta}{\partial x_j} = \nu_\Theta \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j^2} - \frac{1}{\rho C_p} \frac{\partial Q_j^*}{\partial x_j} - \frac{L_p E}{\rho C_p} \qquad [2.18]$$

in cui ν_Θ è la diffusività termica, L_p il calore latente associato alla massa E di vapor d'acqua per unità di volume e di tempo creata dal cambiamento di fase (si veda il paragrafo successivo) e Q^*_j la componente della radiazione netta nella direzione j. Il primo termine della (2.18) rappresenta il tasso di variazione di temperatura potenziale, il secondo l'avvezione e questi due termini insieme rappresentano la derivata totale della temperatura potenziale virtuale rispetto al tempo. Il terzo termine è la diffusione molecolare, il quarto termine è associato alla divergenza di radiazione, mentre l'ultimo è associato al calore latente liberato durante i cambiamenti di fase.

2.1.5 LA CONSERVAZIONE DELL'UMIDITÀ

Dato che nella conservazione del calore è presente anche un termine che tiene conto della trasformazione di fase dell'acqua presente nell'aria umida, per chiudere il sistema di equazioni non basta solo la definizione di temperatura potenziale, ma occorre anche la relazione di bilancio dell'acqua in atmosfera. Pertanto, sia q_T l'umidità specifica dell'aria, cioè la massa di acqua (in qualsiasi stato fisico) per unità di massa dell'aria umida. La sua conservazione, assumendo valida l'ipotesi di incomprimibilità, può essere scritta nel modo seguente:

$$\frac{\partial q_T}{\partial t} + u_j \frac{\partial q_T}{\partial x_j} = \nu_q \frac{\partial^2 q_T}{\partial x_j^2} + \frac{S_{q_T}}{\rho_{aria}} \qquad [2.19a]$$

dove ν_q è la diffusività molecolare del vapore d'acqua in aria ed S_{qT} è il termine netto di sorgente (sorgenti - pozzi). Tenendo conto separatamente dell'umidità totale sotto forma di vapore (q) e non vapore (q_L), la [2.19a] dà luogo a due distinte equazioni:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u_j \frac{\partial q}{\partial x_j} = \nu_q \frac{\partial^2 q}{\partial x_j^2} + \frac{S_q}{\rho_{aria}} + \frac{E}{\rho_{aria}} \qquad [2.19b]$$

$$\frac{\partial q_L}{\partial t} + u_j \frac{\partial q_L}{\partial x_j} = \frac{S_{q_L}}{\rho_{aria}} - \frac{E}{\rho_{aria}} \qquad [2.19c]$$

dove E rappresenta la massa di vapor d'acqua per unità di volume creata per il cambiamento di fase. I vari termini della relazione hanno un significato analogo a quanto assunto nella relazione della quantità di moto. Il penultimo termine rappresenta il termine netto di sorgente e l'ultimo la conversione di acqua solida o liquida in vapore.

2.1.6 LA CONSERVAZIONE DI UNA QUANTITÀ SCALARE

La conservazione di una quantità scalare, come per esempio la concentrazione in aria di una specie chimica) si ottiene allo stesso modo in cui si è ricavata l'equazione di continuità. Definendo c la concentrazione di una quantità scalare, l'equazione che ne esprime la conservazione è la seguente:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_j \frac{\partial c}{\partial x_j} = \nu_c \frac{\partial^2 c}{\partial x_j^2} + S \qquad [2.20]$$

dove ν_c è la diffusività molecolare di c e S è la somma dei processi non rappresentati esplicitamente nell'equazione, come ad esempio le reazioni chimiche. In S, a rigore, sarebbero contenuti anche gli effetti dell'interazione tra la presenza della specie chimica considerata ed i parametri meteorologici. Tali effetti esistono effettivamente ed un esempio è rappresentato dai processi fotochimici che, riducendo la trasparenza dell'atmosferica, alterano i flussi energetici al suolo. Ciò ovviamente altera le forzanti del *PBL* e da tale alterazione nasce un accoppiamento molto stretto tra parametri chimici e parametri meteorologici. Tuttavia questi fenomeni estremi non sono la normalità e quindi spesso è possibile trascurare l'effetto della presenza di inquinanti sulla meteorologia del *PBL*.

2.1.7 OSSERVAZIONI

Il sistema di equazioni differenziali individuato costituisce un sistema chiuso, dato che consiste in sei equazioni differenziali nelle sei variabili (ρ, *u, v, w, p,* θ, *q*). Stiamo considerando, però, le variabili istantanee e le equazioni individuate ci dicono semplicemente che per esse valgono le leggi della Fluidodinamica. In teoria, un sistema di equazioni differenziali chiuso, una volta definite opportune condizioni iniziali ed al contorno, dovrebbe essere risolubile, ma finora non è nota alcuna soluzione analitica di questo sistema in situazioni reali. Se si abbandonasse l'idea di una risoluzione analitica e si propendesse per una soluzione numerica, la difficoltà non diminuirebbe, come si vedrà al prossimo paragrafo. In effetti vale subito la pena di sottolineare una circostanza importante. Immaginiamo pure di possedere le tecniche di risoluzione numerica per questo sistema di equazioni: esiste un uomo (o più uomini) in grado di dire con certezza quali siano le condizioni iniziali ed al contorno di un sistema così complesso, che si presenta all'osservazione con marcati tratti stocastici? Si tratterebbe di dare, per esempio, ad un dato istante iniziale i campi *istantanei certi* delle diverse variabili di interesse in un dominio spaziale reale. La non linearità di tanti termini presenti nelle equazioni di bilancio fa sospettare che piccoli errori nella determinazione delle condizioni iniziali ed al contorno possano avere effetti drammatici sui risultati ottenibili dall'integrazione del sistema. In effetti il comportamento *caotico* delle equazioni di bilancio è stato ampiamente evidenziato nelle sperimentazioni numeriche (Sorbjan, 1989).

Pur supponendo di poter superare queste difficoltà, la risoluzione di tale sistema è proibitiva anche dal punto di vista numerico. Infatti, la difficoltà sta nel fatto che risolvere in maniera corretta tale sistema di equazioni differenziali significa *risolvere* tutte le scale spazio-temporali caratteristiche della turbolenza del *PBL*. Ricordando che lo spettro tipico della turbolenza si estende per oltre cinque decadi, è immediato constatare quanto questo problema sia ben al di la delle attuali capacità degli strumenti di calcolo disponibili. Pertanto il modello istantaneo, pur avendo il pregio teorico di descrivere in modo naturale, esauriente e corretto l'evoluzione spazio-temporale del *PBL*, risulta totalmente inapplicabile allo stato attuale della tecnologia. Ciò ci spinge a ricercare un modello matematico alternativo che sia compatibile con gli strumenti di calcoli di cui disponiamo e con la strumentazione di misura disponibile.

2.2 LE EQUAZIONI PER LE VARIABILI MEDIE

Invece di considerare le variabili istantanee, adottiamo ora la visione stocastica illustrata in precedenza, secondo cui le variabili che definiscono l'evoluzione spazio-temporale del *PBL* sono *variabili stocastiche* definibili o attraverso la pletora di funzioni di densità di probabilità o, forse più

semplicemente, mediante gli infiniti momenti centrali. A questo punto il ruolo della Fluidodinamica è quello di definire dei *vincoli* che devono rispettare le variazioni spazio-temporali delle differenti variabili. Per esempio, la pressione, la densità e la temperatura dell'aria avranno sicuramente andamenti casuali, ma la legge di stato dei gas sempre porrà un vincolo alla loro variazione e ad ogni istante i tre numeri casuali (pressione, temperatura e densità) dovranno rispettare questa legge fisica.

Come si è visto, la piramide dei momenti ha come vertice la media su cui si fonda qualsiasi definizione di momento centrale e quindi risulta naturale l'adozione dell'ipotesi di Reynolds secondo cui ogni variabile meteorologica caratteristica del *PBL* può essere decomposta nella somma di un valore medio e di una fluttuazione a media nulla. Ma il termine media non è un termine univoco e già si è visto come la scelta naturale (dal punto di vista teorico) della *media di insieme* non sia in pratica applicabile. Da qui la necessità pratica di adottare una definizione di media più vicina alle possibilità sperimentali e la *media temporale* sembra attualmente la scelta più adeguata.

La scelta di adottare una visione stocastica del fenomeno non è senza inconvenienti. Infatti alla difficoltà di dover dare condizioni iniziali e al contorno per le variabili istantanee e a risolvere vortici le cui dimensioni si estendono su cinque decadi (difficoltà della *visione istantanea*), si contrappone l'impresa ancor più ardua di dover scrivere infinite equazioni di bilancio per gli infiniti momenti che descrivono il *PBL*. L'intuizione ci dice che le varie distribuzioni di probabilità probabilmente potranno essere descritte in maniera soddisfacente con un numero di momenti ridotto.

Ciò premesso, in questo paragrafo rivisitiamo le relazione di bilancio alla luce di queste considerazioni con l'obiettivo di costruire un *nuovo* modello matematico del *PBL* riferito non tanto alle variabili istantanee, quanto piuttosto alla previsione dell'evoluzione media delle stesse e dei principali momenti di interesse. Per prima cosa è opportuno formulare dettagliatamente l'ipotesi proposta nel 1895 da Reynolds secondo cui ogni variabile istantanea viene decomposta in una quantità *media* ed in una fluttuazione *turbolenta*:

$$\begin{aligned}
\rho &= \overline{\rho} + \rho' \\
u &= \overline{u} + u' \\
v &= \overline{v} + v' \\
w &= \overline{w} + w' \\
p &= \overline{p} + p' \\
\theta &= \overline{\theta} + \theta' \\
q &= \overline{q} + q'
\end{aligned} \qquad [2.21]$$

Nei paragrafi che seguono la media presa in considerazione sarà la *media di insieme*, anche se nella pratica, quando le equazioni che deriveremo verranno impiegate, si sostituirà a questo tipo di media la media temporale, che è quella più utilizzata nelle misure realizzate entro il *PBL*.

2.2.1 PROPRIETÀ DELLA MEDIA

Seguendo Reynolds, se A e B sono due variabili dipendenti dal tempo e dalle variabili spaziali x_j e c una costante, è possibile dimostrare le seguenti proprietà della media, soddisfatte esattamente dalla media di insieme ed in maniera approssimata dagli altri tipi di media:

$$\begin{aligned}
&\overline{c} = c \\
&\overline{(cA)} = c \cdot \overline{A} \\
&\overline{\overline{(A)}} = \overline{A} \\
&\overline{(\overline{A}B)} = \overline{A} \cdot \overline{B} \\
&\overline{(A+B)} = \overline{A} + \overline{B} \\
&\overline{\left(\frac{dA}{dt}\right)} = \frac{d\overline{A}}{dt} \qquad \overline{\left(\frac{dA}{dx_j}\right)} = \frac{d\overline{A}}{dx_j}
\end{aligned} \qquad [2.24]$$

Prima di procedere, è interessante calcolare il valor medio del prodotto di due variabili istantanee A e B. In pratica si ha che:

$$\begin{aligned}
\overline{(A \cdot B)} &= \overline{(\overline{A} + a') \cdot (\overline{B} + b')} \\
&= \overline{(\overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A}b' + a'\overline{B} + a'b')} \\
&= \overline{(\overline{A} \cdot \overline{B})} + \overline{(\overline{A}b')} + \overline{(a'\overline{B})} + \overline{(a'b')} \\
&= \overline{A} \cdot \overline{B} + 0 + 0 + \overline{a'b'} \\
&= \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{a'b'}
\end{aligned} \qquad [2.23]$$

La quantità $\overline{a'b'}$, cioè la covarianza tra le due variabili, non è necessariamente nulla. Come si dimostrerà in seguito, la principale differenza tra le equazioni con variabili istantanee e quelle con variabili medie sarà proprio la presenza in queste ultime dei momenti di secondo ordine del tipo $\overline{u_i'u_j'}$ (*Reynolds stress*) o $\overline{u_i'\theta'}$ (*flusso di calore turbolento*), che *non possono essere trascurati*.

2.2.2 L'EQUAZIONE DI STATO

Sostituendo le definizioni (2.22) nell'equazione di stato (2.16) e ricordando che $T_v = \overline{T_v} + T_v'$, si ottiene:

$$\overline{p}/R + p'/R = (\overline{\rho} + \rho') \cdot (\overline{T_v} + T_v') \qquad [2.24a]$$

che, una volta utilizzati i risultati visti al paragrafo precedente, può essere riscritta come:

$$\overline{p}/R = \overline{\rho T_v} + \overline{\rho' T_v'} \qquad [2.24b]$$

L'ultimo termine di questa relazione è generalmente molto più piccolo degli altri e può essere trascurato, pertanto l'equazione di stato dei gas, scritta per le variabili medie, diventa:

$$\overline{p}/R = \overline{\rho} \cdot \overline{T_v} \qquad [2.24c]$$

2.2.3 L'EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

Per semplicità, se prendiamo come riferimento l'equazione di continuità (2.8) ottenuta supponendo valida l'ipotesi di incomprimibilità, l'impiego dell'ipotesi di Reynolds e delle proprietà della media

comporta che:

$$\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_j} = 0 \qquad [2.25]$$

Mediando questa relazione, l'ultimo termine risulta nullo e quindi si ha che:

$$\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_j} = 0 \qquad [2.26a]$$

Sottraendo la (2.26a) dalla (2.25), si ottiene l'equazione di continuità per variabili turbolente:

$$\frac{\partial u'_j}{\partial x_j} = 0 \qquad [2.26b]$$

Quanto ottenuto sta a significare che la forma matematica con cui si presenta l'equazione di continuità scritta per le variabili medie è del tutto identica all'analoga equazione scritta per le variabili istantanee; ciò è ovviamente vero *solo* se si assume valida l'ipotesi di incomprimibilità. In questo caso, inoltre, è interessante notare come l'equazione di continuità rappresenti una *relazione diagnostica* sia per le componenti medie del vento che per le rispettive fluttuazioni.

2.2.4 LA CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

Dall'ipotesi di Reynolds, la componente u_i del vento (u, v, w) risulta pari a $u_i=\overline{u}+u_i$'. Anche la pressione p potrà essere decomposta in modo analogo ($p=\overline{p}+p$') ed anche la densità ($\rho=\overline{\rho}+\rho$'). Se consideriamo ora la (2.13), l'applicazione dell'operatore media (di insieme) porta a:

$$\overline{\frac{\partial\left(\overline{u_i}+u'_i\right)}{\partial t}} + \overline{\left(\overline{u_j}+u'_j\right)\cdot\frac{\partial\left(\overline{u_i}+u'_i\right)}{\partial x_j}} = -\delta_{i3}g + \overline{f_c\varepsilon_{ij3}\left(\overline{u_j}+u'_j\right)} - \overline{\frac{1}{\overline{\rho}+\rho'}\cdot\frac{\partial\left(\overline{p}+p'\right)}{\partial x_i}} + \nu\cdot\overline{\frac{\partial^2\left(\overline{u_i}+u'_i\right)}{\partial x_j^2}} \qquad [2.27]$$

Il problema sta ora nel realizzare effettivamente le mediazioni indicate. Prima di ciò, va sottolineato che, se si trascura uno strato molto sottile di *PBL* a stretto contatto col suolo e di spessore dell'ordine del millimetro, l'ultimo termine della (2.27), che rappresenta lo stress dovuto alla viscosità, è molto inferiore a tutti gli altri termini dell'equazione e quindi lo possiamo trascurare nelle considerazioni successive. Consideriamo ora i vari termini:

- *primo termine*: applicando le proprietà della media, si vede immediatamente che:

$$\overline{\frac{\partial\left(\overline{u_i}+u'_i\right)}{\partial t}} = \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} \qquad [2.28]$$

- *secondo termine*: questo termine non lineare è estremamente interessante: infatti, sviluppando i prodotti , si ha che:

$$\overline{\left(\overline{u_j}+u'_j\right)\frac{\partial\left(\overline{u_i}+u'_i\right)}{\partial x_j}}=\overline{\overline{u_j}\cdot\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial x_j}}+\overline{u'_i\cdot\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial x_j}}+\overline{\overline{u_j}\cdot\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}}+\overline{u'_j\cdot\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \qquad [2.29a]$$

E' immediato verificare che il secondo ed il terzo termine del membro di destra della (2.29a) sono nulli e quindi ci si riduce alla relazione:

$$\overline{\left(\overline{u_j}+u'_j\right)\frac{\partial\left(\overline{u_i}+u'_i\right)}{\partial x_j}}=\overline{\overline{u_j}\cdot\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial x_j}}+\overline{u'_j\cdot\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \qquad [2.29b]$$

L'ultimo termine dell'equazione ha un che di misterioso che induce ad indagare maggiormente. Dato che:

$$\overline{\frac{\partial\left(u'_j\,u'_i\right)}{\partial x_j}}=\overline{u'_j\cdot\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}}+\overline{u'_i\cdot\frac{\partial u'_j}{\partial x_j}} \qquad [2.29c]$$

e ricordando le (2.26b), si ha che quando è valida l'ipotesi di incomprimibilità:

$$\overline{\frac{\partial\left(u'_j\,u'_i\right)}{\partial x_j}}=\overline{u'_j\cdot\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \qquad [2.29d]$$

Il risultato ottenuto ci consente finalmente di affermare che:

$$\overline{\left(\overline{u_j}+u'_j\right)\frac{\partial\left(\overline{u_i}+u'_i\right)}{\partial x_j}}=\overline{\overline{u_j}\cdot\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial x_j}}+\frac{\partial\overline{u'_j\,u'_i}}{\partial x_j} \qquad [2.29e]$$

E' accaduto un evento importante: nell'equazione prognostica del momento del primo ordine $\overline{u_i}$, sono apparsi i momenti centrali del secondo ordine, le 3 covarianze $\overline{u'_i\,u'_j}$ e le 3 varianze $\overline{u'_k\,u'_k}$.

- *terzo termine*: per come è scritta la (2.27) non c'è molto da aggiungere.

- *quarto termine*: non ci sono dubbi di sorta nell'affermare che:

$$\overline{f_c\varepsilon_{ij3}\left(\overline{u_j}+u'_j\right)}=f_c\varepsilon_{ij3}\overline{u}_j \qquad [2.30]$$

- *quinto termine*: la trattazione semplificata di questo termine si basa sulla constatazione che $1/\left(\overline{\rho}+\rho'\right)=1/\overline{\rho}$ e che la media di $\partial p'/\partial x_j$ è nulla; da queste considerazioni si ha che:

$$\overline{-\frac{1}{\overline{\rho}+\rho'}\cdot\frac{\partial\left(\overline{p}+p'\right)}{\partial x_i}}=-\frac{1}{\overline{\rho}}\cdot\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_i} \qquad [2.31]$$

- <u>*sesto termine*</u>: è il termine in cui sono condensati tutti gli effetti viscosi, irrilevanti nella maggior parte del *PBL*. Ciò significa che tale termine verrà sistematicamente e definitivamente trascurato nel seguito.

In base alla discussione fatta, la (2.27), che rappresenta sinteticamente le tre equazioni prognostiche per le componenti medie del vento, può essere riscritta nella forma seguente:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -\delta_{i3} g + f_c \varepsilon_{ij3} \overline{u_j} - \frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \left(\overline{u_i' u_j'}\right)}{\partial x_j} \qquad [2.32]$$

In questa relazione:

- il primo termine rappresenta il guadagno di quantità di moto media;
- il secondo termine descrive l'avvezione della quantità di moto media a causa del vento medio;
- il terzo termine permette alla gravità di agire verticalmente;
- il quarto termine descrive l'influenza della rotazione terrestre (effetto di Coriolis);
- il quinto termine descrive l'effetto delle forze legate al gradiente di pressione medio;
- il sesto termine rappresenta l'influenza del Reynolds stress sul movimento medio. Può anche essere visto come la divergenza del flusso turbolento di quantità di moto.

La presenza di quest'ultimo termine implica che la *turbolenza deve sempre essere considerata*, anche quando si sia interessati soltanto alle variabili medie. Spesso questo termine è dello stesso ordine di grandezza (a volte anche maggiore) di molti altri termini presenti nell'equazione. La cosa non è imprevista e ci sottolinea il fatto che il valore medio di una componente del vento non dipende solo dal valore medio delle altre, ma anche dalla loro covarianza.

La (2.32) rappresenta in modo sintetico e generale tutte le componenti del vento. Possiamo però a questo punto fare ulteriori considerazioni.

La componente $\overline{w}$, normalmente indicata col termine *subsidenza*, in un *PBL* non interessato da fenomeni meteorologici particolarmente violenti è molto piccola, soprattutto se confrontata con le fluttuazioni *w'*. E' consuetudine trascurare tale componente media, ragion per cui sparirà dal modello del *PBL* l'intera equazione prognostica ad essa relativa.

Per quanto riguarda poi le equazioni relative alle componenti orizzontali, è consueto introdurre le componenti del *vento geostrofico* $\overline{u}_g$ e $\overline{v}_g$ definite come:

$$f_c \overline{u}_g = -\frac{1}{\overline{\rho}} \cdot \frac{\partial \overline{p}}{\partial y} \qquad f_c \overline{v}_g = +\frac{1}{\overline{\rho}} \cdot \frac{\partial \overline{p}}{\partial x} \qquad [2.33]$$

In conclusione, dall'applicazione dell'operatore media alle relazioni che esprimono la conservazione della quantità di moto, dopo l'adozione di alcune semplificazioni compatibili con le caratteristiche tipiche del *PBL*, quello che si ottiene sono le relazioni seguenti:

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial t} + \overline{u_j} \cdot \frac{\partial \overline{u}}{\partial x_j} = -f_c \cdot \left(\overline{v}_g - \overline{v}\right) - \frac{\partial \overline{u'_j u'}}{\partial x_j} \qquad [2.34a]$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \overline{u_j} \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_j} = + f_c \cdot \left(\bar{u}_g - \bar{u}\right) - \frac{\partial \overline{u'_j v'}}{\partial x_j} \qquad [2.34b]$$

E' importante sottolineare ancora una volta che l'applicazione dell'operatore media alle equazioni del bilancio della quantità di moto ha generato equazioni prognostiche per i valori medi delle componenti orizzontali del vento in cui sono presenti anche i momenti secondi centrali (varianze e covarianze).

2.2.5 LA CONSERVAZIONE DEL CALORE

Consideriamo ora la (2.18), che rappresenta la legge di conservazione del calore. L'impiego dell'ipotesi di Reynolds porta immediatamente alla relazione seguente:

$$\frac{\partial\left(\bar{\theta} + \theta'\right)}{\partial t} + \left(\bar{u}_j + u'_j\right) \cdot \frac{\partial\left(\bar{\theta} + \theta'\right)}{\partial x_j} = \nu_\Theta \frac{\partial^2\left(\bar{\theta} + \theta'\right)}{\partial x_j^2} - \frac{1}{\bar{\rho}\ C_p} \frac{\partial\left(\overline{Q_j^*} + Q_j^{*\prime}\right)}{\partial x_j} - \frac{L_v E}{\bar{\rho}\ C_p} \qquad [2.35]$$

dove L_v è il calore latente associato al cambiamento di fase da gas a liquido. A questo punto si può applicare l'operatore media alla (2.35). Con tecniche del tutto analoghe a quelle impiegate per la quantità di moto è facile arrivare alla relazione seguente, che è la relazione prognostica per la temperatura potenziale virtuale media:

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\bar{\rho} C_p} \frac{\partial \overline{Q_j^*}}{\partial x_j} - \frac{L_v E}{\bar{\rho} C_p} - \frac{\partial\left(\overline{u'_j \theta'}\right)}{\partial x_j} \qquad [2.36]$$

dove, anche in questo caso, si è trascurato il termine viscoso, del tutto irrilevante. Si può notare che:

- il primo termine rappresenta il guadagno di calore medio;
- il secondo termine descrive l'avvezione del calore medio a causa del vento medio;
- il terzo termine è la sorgente di radiazione netta associata alla divergenza di radiazione;
- il quarto termine è la sorgente di radiazione associata al rilascio di calore latente;
- il quinto termine rappresenta la divergenza del flusso turbolento di calore.

Anche il bilancio di calore ripropone la situazione vista nella conservazione della quantità di moto, solo che in questo caso la (2.36) ci sottolinea il fatto che vento e temperatura non sono affatto disaccoppiati, anzi sono strettamente legati dalle covarianze componente del vento–temperatura, cioè dai flussi di calore sensibile, presenti nell'ultimo termine.

2.2.6 LA CONSERVAZIONE DELL'UMIDITÀ

Se si opera in modo analogo sulla (2.19a) che rappresenta il bilancio di umidità specifica totale, trascurando ancora una volta il termine viscoso, si giunge alla relazione prognostica per l'umidità specifica media:

$$\frac{\partial \overline{q_T}}{\partial t} + \overline{u_j} \cdot \frac{\partial \overline{q_T}}{\partial x_j} = \frac{S_{q_T}}{\overline{\rho}_{aria}} - \frac{\partial \overline{u_j' q'}}{\partial x_j} \qquad [2.37]$$

dove :

- il primo termine rappresenta la variazione temporale di umidità totale media;
- il secondo termine descrive l'avvezione di umidità totale media a causa del vento medio;
- il terzo termine è il termine netto di sorgente per l'umidità totale media;
- il quarto termine rappresenta la divergenza della umidità totale media.

L'equazione (2.37) afferma un concetto estremamente interessante: la presenza di vapor d'acqua in atmosfera è influenzata ed influenza a sua volta le altre variabili meteorologiche con un effetto di controreazione non facilmente immaginabile. La mutua interazione è rappresentata nella (2.37) dalle covarianze tra l'umidità specifica e le componenti del vento, cioè dai flussi di umidità. Un'equazione analoga si ottiene anche quando consideriamo le equazioni (2.19b) e (2.19c) scritte per la parte vapore e non vapore dell'umidità specifica.

2.2.7 LA CONSERVAZIONE DI UNO SCALARE

Per la conservazione di ogni specie chimica presente in aria vale la relativa legge di conservazione rappresentata, in termini istantanei, dalla (2.20). L'introduzione dell'ipotesi di Reynolds e l'applicazione dell'operatore media conducono ad un'equazione prognostica per la concentrazione media $\bar{c}$ che, una volta trascurato il termine viscoso, diventa:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \overline{u_j} \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} = S_c - \frac{\partial \overline{u_j' c'}}{\partial x_j} \qquad [2.38]$$

in cui S_c rappresenta collettivamente i termini di sorgente (emissioni, processi chimici e chimico-fisici). Questa relazione evidenzia due aspetti di primario interesse:

- l'evoluzione spazio-temporale della concentrazione media in aria di una specie chimica dipende dal trasporto (avvezione) della sostanza stessa, causata dal campo medio del vento;

- l'avvezione, però, non è l'unico meccanismo di dispersione dell'inquinante; in effetti l'ultimo termine dell'equazione, che rappresenta la divergenza del flusso turbolento di inquinante, indica chiaramente come la turbolenza del *PBL* giochi un ruolo decisivo nella sua dispersione.

2.2.8 RIEPILOGO DELLE RELAZIONI OTTENUTE.

L'impiego della legge dei gas e delle leggi di conservazione (massa, quantità di moto, calore, umidità e specie chimiche), l'adozione delle ipotesi di Reynolds e l'applicazione dell'operatore media, hanno condotto, dopo alcuni ragionevoli semplificazioni, al modello prognostico seguente:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x_j} = -f_c \left(\overline{v_g} - \bar{v} \right) - \frac{\partial \overline{u' u'_j}}{\partial x_j} \qquad [2.39a]$$

$$\frac{\partial \overline{v}}{\partial t} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{v}}{\partial x_j} = +f_c\left(\overline{u_g} - \overline{u}\right) - \frac{\partial \overline{v'u'_j}}{\partial x_j} \qquad [2.39b]$$

$$\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial t} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\overline{\rho} C_p} \cdot \left(L_v E + \frac{\partial \overline{Q_3^*}}{\partial z} \right) - \frac{\partial \overline{u'_j \theta'}}{\partial x_j} \qquad [2.39c]$$

$$\frac{\partial \overline{q_T}}{\partial t} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{q_T}}{\partial x_j} = \frac{S_{q_T}}{\overline{\rho}} - \frac{\partial \overline{u'_j q'_T}}{\partial x_j} \qquad [2.39d]$$

$$\frac{\partial \overline{c}}{\partial t} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{c}}{\partial x_j} = S_c - \frac{\partial \overline{u'_j c'}}{\partial x_j} \qquad [2.39e]$$

$$\frac{\overline{p}}{R} = \overline{\rho \cdot T_v} \qquad [2.39f]$$

$$\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_j} = 0 \qquad [2.39g]$$

Non è difficile accorgersi che questo sistema di equazioni *non è un sistema chiuso*, dato che il numero di equazioni è inferiore al numero di variabili presenti. In pratica, l'adozione dell'ipotesi di Reynolds e l'applicazione dell'operatore media ha generato un modello prognostico per le variabili medie, misurabili in pratica, che però ha bisogno dei momenti centrali del secondo ordine (varianze e covarianze).

Da ultimo esaminiamo il caso in cui si stia trattando una situazione caratterizzata da una spiccata omogeneità orizzontale. In questo caso ogni $\partial/\partial x$ e $\partial/\partial y$ sarà nulla e nell'ipotesi ancora più semplice in cui venga ignorata la subsidenza, le relazioni precedenti si semplificano nel modo seguente:

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial t} = -f_c\left(\overline{v_g} - \overline{v}\right) - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \qquad [2.40a]$$

$$\frac{\partial \overline{v}}{\partial t} = +f_c\left(\overline{u_g} - \overline{u}\right) - \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} \qquad [2.40b]$$

$$\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial t} = -\frac{1}{\overline{\rho} C_p} \cdot \left(L_v E + \frac{\partial \overline{Q_3^*}}{\partial z} \right) - \frac{\partial \overline{w'\theta'}}{\partial z} \qquad [2.40c]$$

$$\frac{\partial \overline{q_T}}{\partial t} = \frac{S_{q_T}}{\overline{\rho}} - \frac{\partial \overline{w' q'_T}}{\partial z} \qquad [2.40d]$$

$$\frac{\partial \overline{c}}{\partial t} = S_c - \frac{\partial \overline{w'c'}}{\partial z} \qquad [2.40e]$$

2.3 LE EQUAZIONI PER I MOMENTI DEL SECONDO ORDINE

Nelle equazioni prognostiche delle variabili medie derivate precedentemente compaiono i momenti del secondo ordine che non sono noti a priori e, in generale, non sono nemmeno trascurabili. Anche per essi è possibile ricavare delle equazioni prognostiche che si derivano (operazione algebrica semplice, ma estremamente laboriosa) dalle equazioni di conservazione per le variabili istantanee e dall'introduzione dell'ipotesi di Reynolds. Se queste nuove equazioni non contenessero ulteriori incognite, il sistema risulterebbe chiuso. Sfortunatamente, si dimostrerà che queste equazioni introducono momenti del terzo

ordine, innestando quindi un processo degenerativo secondo cui più elevato è il grado del momento per cui si è derivata l'equazione, maggiore è il numero di nuove incognite coinvolte, tutte costituite da momenti di ordine superiore al momento desiderato. Questo è il ben noto *problema della chiusura* delle equazioni fluidodinamiche che per primi misero in evidenza Keller e Friedmann nel 1924 e che porta alla conclusione che *il sistema di equazioni fluidodinamiche descrittive del PBL non può essere mai chiuso* congruentemente con la visione stocastica del *PBL*. Questo non significa che tale apparato matematico non possa portare ad un modello operativo per la previsione dell'evoluzione spazio-temporale del *PBL*.

Come sarà più chiaro nel seguito, riveste comunque notevole importanza poter disporre di equazioni prognostiche per i momenti del secondo ordine. Per arrivare a ciò la procedura operativa consiste prima di tutto nel ricavare delle equazioni per le fluttuazioni delle variabili e successivamente, con l'introduzione dell'operatore media, generare le equazioni dei momenti desiderati. Non dedurremo queste equazioni prognostiche (operazione algebrica noiosissima). Chi fosse interessato alla loro deduzione (soprattutto alla deduzione delle equazioni per i momenti del secondo ordine) può trovare i dettagli in Stull (1989) e Sorbjan (1989). Per l'importanza applicativa rivestita, qui presentiamo sinteticamente l'equazione prognostica per la varianza della temperatura potenziale virtuale e per l'energia cinetica turbolenta che è la semisomma delle varianze delle tre componenti del vento.

2.3.1 LA VARIANZA DELLA TEMPERATURA

Senza entrare nei dettagli della sua derivazione (Stull, 1989; Sorbjan, 1989), l'equazione prognostica per la varianza della temperatura è la seguente:

$$\frac{\partial \overline{\theta'^2}}{\partial t} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{\theta'^2}}{\partial x_j} = -2\overline{\theta' u'_j}\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{u'_j \theta'^2}}{\partial x_j} - 2\varepsilon_\Theta - \left(\frac{2}{\overline{\rho} C_p}\right)\overline{\theta' \frac{\partial Q_j^{*'}}{\partial x_j}} \qquad [2.41]$$

Ogni termine della relazione precedente rappresenta un processo specifico che interviene nel determinare la varianza della temperatura. In particolare:

- *primo termine*: è il termine prognostico, cioè la variazione temporale locale;
- *secondo termine*: è il termine *avvettivo*;
- *terzo termine*: è il termine di *produzione*, associato ai moti turbolenti, dovuti al gradiente di temperatura;
- *quarto termine*: rappresenta il trasporto turbolento di varianza di temperatura. Si noti che questo è un momento terzo;
- *quinto termine*: è il termine di *dissipazione molecolare* che vale:

$$\varepsilon_\Theta = \nu_\Theta \overline{\left(\frac{\partial \theta'}{\partial x_j}\right)^2} \qquad [2.42]$$

dove ν_Θ è la diffusività molecolare termica;

- <u>*sesto termine*</u>: è il termine di *distruzione radiativa* (Stull, 1989).

E' importante notare il fatto che l'equazione prognostica per la varianza di temperatura (momento secondo) contenga momenti centrali del terzo ordine!

2.3.2 IL BILANCIO DELLA ENERGIA CINETICA TURBOLENTA

Si definisce *energia cinetica turbolenta media E* (o meglio l'energia cinetica turbolenta per unità di massa) la metà della somma delle varianze delle componenti del vento. In Stull (1989) e Sorbjan(1989) sono riportati i dettagli che consentono di giungere ad un'equazione prognostica per tale variabile Se, poi si assumono condizioni di omogeneità orizzontale, si ottiene la relazione semplificata seguente:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \underbrace{-\left(\overline{u'w'}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{v'w'}\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}\right)}_{\text{Produzione Meccanica}} \underbrace{-\frac{1}{2}\frac{\partial \overline{u'^2 w'}}{\partial z}}_{\text{Trasporto Turbolento}} \underbrace{-\frac{1}{\rho}\overline{u_i'\frac{\partial p'}{\partial x_i}}}_{\text{Effetti di Pressione}} + \underbrace{\frac{g}{\bar{\theta}}\overline{w'\theta'}}_{\text{Produzione di Buoyancy}} - \underbrace{\varepsilon}_{\text{Dissipazione Viscosa}} \qquad [2.44]$$

Il significato dei vari termini che compaiono nella relazione prognostica sono stati indicati direttamente nell'equazione sopra riportata. Ci sono da fare comunque alcune considerazioni. Innanzitutto non c'è traccia del termine di Coriolis e ciò è la diretta conseguenza del fatto che questa forza apparente non produce lavoro. In secondo luogo, la presenza del termine di *produzione di buoyancy* indica il fatto che il flusso turbolento di calore sensibile $\overline{w'\theta'}$ produce, se positivo, o consuma, se negativo, energia cinetica turbolenta media. Questa è la sorgente *convettiva* di E. In terzo luogo si nota come sia presente il termine dissipativo ε, definito con buona approssimazione da:

$$\varepsilon = \nu\overline{\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}\right)^2} \qquad [2.45a]$$

E' immediato rendersi conto che ε è sempre positivo, quindi sempre presente. La sua presenza sta a significare che la turbolenza è dissipativa, cioè che si ha una continua perdita di energia cinetica turbolenta media che il termine di produzione meccanica e convettiva (quando positivo) si incaricano di bilanciare. La notazione tensoriale sintetica in cui è scritta la (2.45) indica che ε è la somma di 9 termini. In condizioni di turbolenza isotropa, si ha che (Sorbjan, 1989):

$$\varepsilon = 15\nu\overline{(\partial u_1/\partial x_1)^2} = 7.5\nu\overline{(\partial u_1/\partial x_2)^2} \qquad [2.45b]$$

Il termine di pressione presente nella (2.44) può essere espresso nella forma:

$$-\frac{1}{\rho}\overline{u_i'\frac{\partial p'}{\partial x_i}} = -\frac{1}{\bar{\rho}}\overline{\frac{\partial p' u_i'}{\partial x_i}} + \frac{1}{\bar{\rho}}\overline{p'\frac{\partial u_i'}{\partial x_i}} \qquad [2.46]$$

Il secondo termine a destra si annulla quando il campo è incomprimibile, cosa che sta ad indicare che tale termine non contribuisce alla generazione di energia turbolenta; tuttavia esistendo nell'equazione di ciascuna delle componenti dell'energia cinetica turbolenta, il suo ruolo è quello di ridistribuire l'energia cinetica turbolenta tra le varie componenti. Per questo è chiamato "*ritorno all'isotropia*". Quando i termini di trasporto e di pressione sono orizzontalmente omogenei, la (2.44) si semplifica nel modo seguente:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\left(\overline{u'w'}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{v'w'}\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) - \frac{\partial \overline{E'w'}}{\partial z} - \frac{1}{\bar{\rho}} \cdot \frac{\partial \overline{w'p'}}{\partial z} + \frac{g}{\bar{\theta}} \overline{w'\theta'} - \varepsilon \qquad [2.47]$$

Dall'analisi dei dati sperimentali ottenuti nel *PBL* si possono fare le osservazioni seguenti:

- nelle *situazioni convettive* la produzione di *shear* ha luogo vicino alla superficie terrestre e anche sopra l'altezza di rimescolamento. Nel *SL* si ha una produzione di *shear*, mentre entro il *ML*, dove il gradiente verticale della temperatura potenziale è circa nullo, la produzione di *shear* tende ad annullarsi. La produzione di *buoyancy* è sempre bilanciata dal termine dissipativo. Dato che le forze di galleggiamento agiscono lungo la verticale, il termine di produzione di *buoyancy* contribuisce sulla componente *z* dell'energia cinetica turbolenta. Nel *SL* il termine di trasporto turbolento è negativo, ma cambia di segno nella parte alta del PBL; ciò implica una perdita di energia nella metà bassa del *PBL* ed un guadagno nella metà alta. Pertanto l'energia cinetica turbolenta è esportata verso l'alto.

- *Di notte* le cose cambiano. Ogni produzione meccanica è distrutta dalla dissipazione e dal flusso di calore negativo. In questo caso il trasporto turbolento è piccolo.

E' conveniente esprimere la (2.47) in una maniera leggermente differente, per evidenziare il *numero di Richardson Flusso* R_f*:*

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\left(\overline{u'w'}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{v'w'}\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) \cdot \left(1 - R_f\right) - \frac{\partial \overline{E'w'}}{\partial z} - \frac{1}{\rho}\frac{\overline{\partial p'w'}}{\partial z} - \varepsilon \qquad [2.48]$$

Si ricordi che R_f è il rapporto tra la produzione di *buoyancy* e la produzione di *shear*:

$$R_f = \frac{(g/\theta)\overline{w'\theta'}}{\overline{u'w'}\left(\partial \bar{u}/\partial z\right) + \overline{v'w'}\left(\partial \bar{v}/\partial z\right)} \qquad [2.49]$$

Nel *SL* il termine a denominatore della (2.49) è negativo. Nei casi convettivi, il flusso turbolento di calore è positivo, pertanto $R_f < 0$. In questo caso il primo termine della parte destra della (2.48) è positivo e questo termine rappresenta la sorgente di energia turbolenta. Si hanno grandi valori negativi di R_f quando è presente un elevato flusso turbolento di calore e una produzione di *shear* piccola. Queste situazioni sono indicate col termine di *free convection*. R_f si annulla quando il flusso turbolento è nullo; in questo caso l'energia cinetica turbolenta è generata solo dalla produzione di *shear* (*forced convection*). Di contro, nei casi stabili (normalmente notturni) il flusso di calore è negativo, cosa che implica sempre un $R_f > 0$. Inoltre, se $R_f > 1$, il primo termine a destra della (2.48) è negativo e contribuisce alla soppressione completa della turbolenza. Tuttavia i dati sperimentali suggeriscono che comunque R_f non supera mai un valore critico di circa 0.25.

Nel *SL,* in condizioni stazionarie, la (2.47) può essere scritta anche nella maniera semplificata seguente:

$$-\overline{u'w'}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}-\frac{\partial \overline{E'w'}}{\partial z}-\frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial \overline{p'w'}}{\partial z}+\frac{g}{\theta}\overline{w'\theta'}-\varepsilon=0 \qquad [2.50a]$$

che, dopo una semplice trasformazione, diventa:

$$\underbrace{\frac{kz}{u_*}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}}_{\Phi_m}+\underbrace{\frac{kz}{u_*^3}\frac{\partial \overline{E'w'}}{\partial z}+\frac{kz}{u_*^3}\cdot\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial \overline{p'w'}}{\partial z}}_{\Phi_l}-\underbrace{\frac{kz}{u_*^3}\frac{g}{\theta}\overline{w'\theta'}}_{z/L}+\underbrace{\frac{kz}{u_*^3}}_{\Phi_\varepsilon}\varepsilon=0 \qquad [2.50b]$$

dove k è la costante di von Karman, u_* è la *velocità di frizione* e tutti i termini Φ presenti nell'espressione sono adimensionali. Il quarto termine è indicato come *z/L*, dove *L* ha le dimensioni di una lunghezza e prende il nome di *lunghezza di Monin Obukhov*, già introdotto nel Cap.1. Nel *SL* la quantità di moto ed il flusso turbolento di calore sono approssimativamente costanti con la quota. La forma dell'equazione precedente suggerisce che tutti i termini adimensionali dipendono solo da *z/L*, osservazione che sarà alla base dello sviluppo della teoria della Similarità. In condizioni circa adiabatiche, *z/L* è numericamente molto piccolo. In tali situazioni anche il secondo ed il terzo termine sono piccoli e la produzione di *shear* è bilanciata localmente dalla dissipazione. In questo caso si può vedere (per esempio sperimentalmente) che il primo termine della (2.50b) si avvicina all'unità. In questo caso il tasso di dissipazione turbolenta ε nel *SL* neutrale è dato da:

$$\varepsilon = u_*^3 \big/ kz \qquad [2.51]$$

risultato in ottimo accordo con le osservazioni sperimentali.

In condizioni stabili, il bilancio è dominato dalla produzione di *shear* e dalla sua dissipazione, che sono proporzionali a *z/L*. Il trasporto turbolento è piccolo e il termine di *buoyancy* è pure relativamente piccolo e comunque rappresenta una perdita di energia turbolenta. In condizioni convettive, invece, tutti i termini sono significativi. I valori numerici dei vari termini crescono col crescere del grado di convettività, salvo il termine di *shear* che decresce.

2.4 IL PROBLEMA DELLA CHIUSURA

Sono stati presentati due metodi per descrivere matematicamente l'evoluzione spazio-temporale del *PBL*, entrambi basati sulle equazioni della fluidodinamica: il primo riferito ai valori istantanei delle variabili meteorologiche, il secondo riferito ai momenti centrali di tali variabili. Il risultato ottenuto è che mentre il primo metodo risulta costituito da un insieme chiuso di equazioni tra le variabili istantanee, il secondo invece, che utilizza variabili meteorologiche medie, ma non lo è.

Sarebbe auspicabile poter ottenere almeno una risoluzione numerica del primo modello, quello relativo alle variabili meteorologiche istantanee, proprio per la sua caratteristica di essere formalmente un sistema chiuso e di non richiedere, quindi, informazioni aggiuntive esterne. Tuttavia, perché la sua risoluzione numerica sia corretta, bisogna che il metodo numerico impiegato sia in grado di "risolvere" l'enorme varietà di scale spazio-temporali tipiche dei vortici presenti nel *PBL*. Viceversa, il *metodo alle differenze finite*, impiegato per approssimare le derivate spaziali e temporali in una griglia

quadridimensionale di calcolo, determina *in maniera naturale* un filtraggio sulla soluzione ottenuta, essendo in grado di risolvere solo i vortici con dimensioni paragonabili alle dimensioni della griglia e non inferiori. Una griglia di calcolo in grado di risolvere l'intero spettro della turbolenza richiederebbe circa 10^{15} nodi, un'enormità anche per i calcolatori attuali. Anche se qualcosa è stato fatto in questa direzione da parte di alcuni modellisti (*High Resolution Models*), i modelli così ottenuti hanno attualmente solo un'utilità molto limitata e sono usati come una sorta di ambiente di sperimentazione fluidodinamica.

L'unico metodo effettivamente impiegato è l'integrazione numerica delle equazioni differenziali relative alle variabili meteorologiche medie. Come si è visto ai punti precedenti, tali equazioni non sono chiuse, cioè il numero di variabili presenti è superiore al numero di equazioni. Si potrebbe pensare che sia possibile individuare altre equazioni con cui completare il modello. In particolare, essendo presenti nelle equazioni i momenti del secondo ordine, si può pensare di scrivere delle equazioni che descrivano l'evoluzione spazio temporale di tali variabili. In effetti ciò è possibile (Stull, 1989) e l'abbiamo fatto al punto precedente, ma è facile verificare che in tali nuove equazioni compaiono momenti del terzo ordine. Questa situazione è del tutto *generale* e si può dimostrare che, *per la non linearità delle equazioni della Fluidodinamica, non è possibile chiudere il sistema da esse costituito: ogni volta che si aggiunge un'equazione che descrive un momento di ordine qualsiasi, in tale equazione compariranno sempre momenti di ordine superiore*. Per rendere *trattabile* il problema della modellizzazione del *PBL*, l'approccio seguito è quello di *considerare* un *numero limitato di equazioni prognostiche* (in generale solo quelle che descrivono le variabili medie) ed *approssimare le rimanenti incognite* (i momenti di ordine superiore) in genere basandosi sulla conoscenza delle variabili medie. *Questa operazione è chiamata la chiusura del sistema di equazioni fluidodinamiche.*

A questo punto è doveroso fare alcune considerazioni. Le equazioni sono state scritte ipotizzando come media la media di insieme, tuttavia è evidente che dal punto di vista pratico tale media non può essere presa in considerazione. I modelli più avanzati considerano come media la media spaziale. L'adozione di tale media e l'utilizzo di un reticolo molto fitto ha consentito di ottenere modelli estremamente precisi e realistici, specialmente in condizioni convettive. Questa classe di modelli è indicata col termine *Large Eddy Simulation* (LES) e rappresenta la modellistica più raffinata attualmente disponibile. L'enorme risorsa di calcolo richiesta da tali modelli ne limita l'applicabilità a simulazioni molto ridotte nello spazio e nel tempo. Di fatto sono dei modelli impiegabili solo per attività di ricerca. Per una loro descrizione si rimanda alla bibliografia disponibile (Moeng,1984; Hechtel e al., 1990; Walko e al., 1992).

I modelli normalmente impiegati per descrivere l'evoluzione del *PBL* adottano invece come media la media temporale ed ipotizzano che i processi meteorologici siano *processi ergodici*. La discussione che qui verrà fatta riguarderà esclusivamente tali tipi di modelli. Essi sono comunque di molti tipi differenti. L'elemento principale che li caratterizza è il tipo di chiusura, cioè il modo con cui vengono parametrizzate le variabili meteorologiche in esubero, responsabili della non chiusura del modello. Nella prima parte di questo paragrafo vengono presentati i metodi più noti di *chiusura locale*. In base a tale filosofia, ogni singola variabile in esubero (in genere un flusso turbolento o comunque un momento di ordine superiore) viene espressa mediante relazioni più o meno semiempiriche basate su variabili non in esubero *relative allo stesso punto spazio-temporale*. Questo modo di procedere è molto naturale ma, come si vedrà nel seguito, non sempre porta a simulazioni fisicamente corrette, specialmente nelle situazioni convettive, in cui lo spettro delle dimensioni caratteristiche dei vari vortici presenti è enormemente ampio. Nella seconda parte del paragrafo viene descritta una famiglia di metodi differenti di chiusura*, la chiusura non locale*, che cerca di tener conto dell'enorme scala spettrale che caratterizza i vortici turbolenti del *PBL*. Si abbandona quindi l'ipotesi che un momento di ordine superiore sia descrivibile in un punto dello spazio-tempo sulla base del valore assunto delle variabili non in esubero sempre nel medesimo punto dello spazio. La presenza dei vortici turbolenti di così grandi

dimensioni, soprattutto nelle situazioni convettive, determina contributi in un punto che provengono da gran parte del *PBL* stesso.

2.4.1 CHIUSURA LOCALE

2.4.1.1 Chiusura locale del primo ordine (chiusura di tipo K)

Per modello con *chiusura del primo ordine* (o di *tipo K*) si intende un modello di *PBL* descritto dalle sole equazioni prognostiche relative alle variabili meteorologiche medie, in cui i momenti del primo ordine (gli unici presenti direttamente nelle equazioni) vengono parametrizzati impiegando i gradienti locali delle variabili medie stesse. Questa idea di chiusura è molto antica e si fa risalire a Schmidt e Prandtl, che la formularono nel lontano 1925. Molto vasta è la bibliografia in cui sono riportate le varie varianti modellistiche proposte. Per una maggior comprensione si rimanda a Sorbjan (1989), Garratt, (1992) e Etling (1990).

2.4.1.1.1 Formulazione della chiusura ed i Coefficienti di Diffusività Turbolenta

Questo semplice tipo di chiusura consiste nel postulare, in analogia con la legge di Fourier per la trasmissione del calore, una *relazione diretta e lineare tra i flussi ed i gradienti*. In particolare, se consideriamo *gli sforzi di Reynolds* e per essi ipotizziamo un'analogia con gli sforzi viscosi, si ipotizza che (Sorbjan, 1989):

$$\overline{-u_i' u_j'} = K_m \left[\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3}\delta_{ij} \frac{\partial \overline{u_\alpha}}{\partial x_\alpha} \right] - \frac{2}{3} \frac{\overline{u_\alpha' u_\alpha'}}{2} \delta_{ij} \qquad [2.52]$$

dove K_m è il *coefficiente di diffusività turbolenta per la quantità di moto* (*eddy viscosity*). Nel caso di un fluido incompressibile (come normalmente viene considerato il *PBL*), caratterizzato da un moto orizzontalmente omogeneo, la (2.52) si riduce alle relazioni seguenti:

$$\overline{u'w'} = -K_m \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \qquad [2.53a]$$

$$\overline{v'w'} = -K_m \frac{\partial \overline{v}}{\partial z} \qquad [2.53b]$$

Analoghe ipotesi vengono fatte per il flusso turbolento di calore e di umidità che possono essere espressi dalle seguenti relazioni:

$$\overline{w'\vartheta_v'} = -K_h \frac{\partial \overline{\vartheta_V}}{\partial z} \qquad [2.53c]$$

$$\overline{w'q'} = -K_q \frac{\partial \overline{q}}{\partial z} \qquad [2.53d]$$

dove K_h, K_q sono rispettivamente la diffusività termica turbolenta e la diffusività del vapor d'acqua. *A differenza del caso molecolare, la diffusività turbolenta non è una proprietà del fluido ma può essere funzione di varie grandezze, posizione e velocità del fluido comprese*. In questa formulazioni ci sono due ordini di problemi. Il primo è legato alla *realisticità* di questa formulazione ed il

secondo *alla determinazione* di K_m, K_h *e* K_q.

Per quanto riguarda il primo aspetto, le sperimentazioni numeriche fatte ed alcune considerazioni teoriche portano ad affermare che questo tipo di chiusura è ragionevolmente realistico nelle situazioni stabili e neutre, situazioni in cui la scala dei meccanismi di diffusione risulta inferiore alla scala del moto medio. Nelle situazioni convettive, invece, la lunghezza di scala dei vortici dominanti è molto maggiore di quella dei moti medi e ciò rende praticamente inutilizzabile questo tipo di chiusura. Per quanto riguarda la determinazione dei coefficienti di diffusività turbolenta appropriati, due sono le strade seguite: la prima si rifà alla *Teoria della Lunghezza di Rimescolamento di Prandtl* e l'altra è totalmente semiempirica.

La prima strada prende le mosse dal fatto che le dimensioni di un generico coefficiente di diffusione turbolenta K sono m^2s^{-1} e perciò ci si può aspettare che tale grandezza sia *scalata* dal prodotto di una *velocità turbolenta* e da una opportuna *lunghezza caratteristica* relativa ai vortici dominanti. Si consideri un fluido (per esempio l'aria) ed una sua variabile scalare media $\bar{q}$ (per esempio la concentrazione di una sostanza chimica) la cui distribuzione nel fluido non presenti irregolarità particolari (sia *smooth*). Dato che siamo interessati prevalentemente ai flussi verticali, possimao considerare una generica quota di riferimento z_r e due particelle di fluido, la prima (*Particella 1*) alla quota $z_1>z_r$ e la seconda (*Particella 2*) a $z_2<z_r$. Immaginiamo poi che entrambe le particelle siano dirette verso la quota di riferimento e che, una volta raggiuntala, perdano la propria individualità, miscelandosi completamente col fluido circostante (*Fig.2.3*).

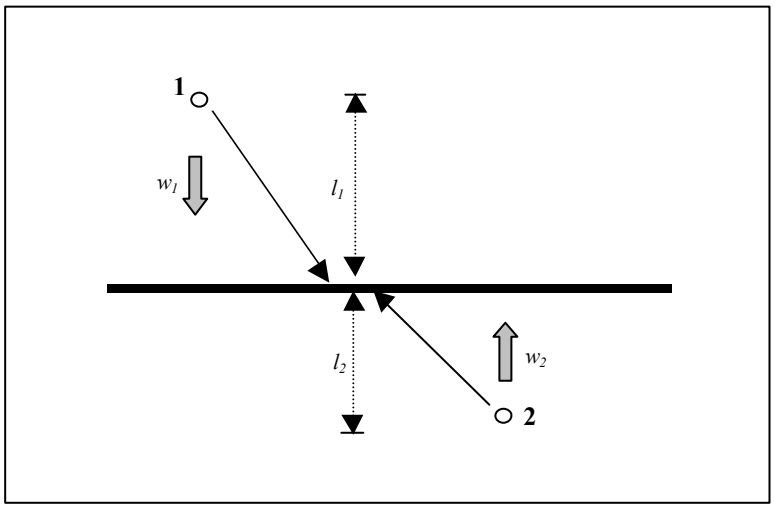

Fig.2.3: il meccanismo esplicativo della lunghezza di mescolamento.

Avendo ipotizzato che la distribuzione di $\bar{q}$ sia *regolare*, ad una generica quota z prossima a z_r si avrà:

$$\bar{q}(z) = \bar{q}(z_r) + (z - z_r) \cdot \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} \qquad [2.54a]$$

Consideriamo ora la *Particella 1*, in *discesa* da z_1 con una velocità $-|w_1|$. Per essa il valore di $\bar{q}$ sarà pari a:

$$\bar{q}_1 = \bar{q}(z_1) = \bar{q}(z_r) + l_1 \cdot \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} \qquad [2.54b]$$

dove $l_1 = z_1 - z_r$. Una volta però raggiunta la quota z_r, la *Particella 1* perde la propria individualità e quindi il suo movimento ed il relativo successivo miscelamento causano un *flusso di q* pari a:

$$w_1' q_1' = -\left|w_1'\right| \cdot \left|l_1\right| \cdot \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} \qquad [2.54c]$$

Analogo comportamento presenterà la *Particella 2*, che percorrerà la distanza verticale $l_2 = z_2 - z_r < 0$, con una velocità $+|w_2|$. Il *flusso di q* derivante da questa particella risulterà quindi:

$$w_2' q_2' = -\left|w_2'\right| \cdot \left|l_2\right| \cdot \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} \qquad [2.54d]$$

E' interessante notare come il coefficiente che moltiplica il gradiente di $\bar{q}$ nelle (2.54c) e(2.54d) sia negativo per entrambe le particelle. Se invece di due sole particelle considerassimo *tutte le possibili particelle che raggiungono nell'unità di tempo* z_r *e lì si rimescolano*, il flusso di q alla quota z_r sarebbe uguale a:

$$\overline{w' q'} = -V_s \cdot \ell \cdot \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} \qquad [2.54e]$$

Se si confronta la (2.54e) con una qualsiasi delle (2.53), è immediato riconoscere nel prodotto $V_s \cdot l$ il *coefficiente di diffusività turbolenta*. La lunghezza caratteristica l prende il nome di *lunghezza di mescolamento* (*mixing length*). Se, in particolare, consideriamo K_m, si è visto che la velocità di scala convettiva è proporzionale all'energia cinetica turbolenta E, secondo una relazione del tipo:

$$K_m = cE^{1/2}\ell \qquad [2.55a]$$

in cui c è una costante numerica. Una notevole semplificazione di queste relazioni, che tiene conto dello *shear* del vento e della stabilità atmosferica, quantificata dal *Gradiente Richardson Number Ri*:

$$Ri = \frac{g}{\theta} \frac{\dfrac{\partial \theta}{\partial z}}{\left[\left(\dfrac{\partial U}{\partial z}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial V}{\partial z}\right)^2\right]} \qquad [2.55b]$$

è la seguente:

$$K_m = l^2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2\right]^{1/2} \cdot f(Ri) \qquad [2.55c]$$

Perché tale relazione sia usabile nella pratica è necessario specificare la forma funzionale sia della lunghezza di scala l sia della funzione dipendente dalla stabilità del *PBL*.

Per quanto riguarda la lunghezza di scala, molte sono state le formulazioni proposte. Tutte comunque partono dal presupposto che la lunghezza di scala non sia una costante entro l'intero *PBL*, ma vari con

la quota in maniera che sia circa lineare entro il *SL* e si avvicini ad un valore asintotico nel resto del *PBL*, come descritto dalla relazione seguente:

$$l = \frac{kz}{1 + kz/l_\infty} \qquad [2.56]$$

dove k è la costante di von Karman.Il valore asintotico l_∞ non è definito in maniera univoca e molte sono state le proposte presentate in Letteratura. Le più usate sono le due versioni proposte da Blackadar (1962):

$$l_\infty = 2.7 \cdot 10^{-4}\, G/f$$
$$l_\infty = 0.009\, u_* / f \qquad [2.57a\text{-}b]$$

dove $G = \left(\bar{u}_g^2 + \bar{v}_g^2 \right)^{1/2}$ è il modulo del vento geostrofico, f il parametro di Coriolis e u_* è la *friction velocity*. Molto usata è anche la relazione seguente (Mellor, Yamada, 1974):

$$l_\infty = 0.1 \int_0^\infty \sqrt{E}\, z\, dz \Big/ \int_0^\infty \sqrt{E}\, dz \qquad [2.57c]$$

che presenta la difficoltà di richiedere la conoscenza dell'energia cinetica turbolenta E.

Per quanto riguarda $f(R_i)$, molte sono le correlazioni usate nella pratica. Le principali sono:

- Blackadar(1979):
$$f(Ri) = \begin{cases} 1.1(Ri_c - Ri) & 0 < Ri < Ri_c \\ 0 & Ri \geq Ri_c \end{cases} \qquad [2.58a]$$
dove Ri_c è il Numero di Richardson critico, pari a 0.25.

- Luis (1979):
$$f(Ri) = (1 + 4.7\, Ri)^{-2} \qquad Ri > 0 \qquad [2.58b]$$

- Estournel e Guedalia (1987):
$$f(Ri) = \begin{cases} (1 - 5Ri)^2 & 0 < \mathrm{Ri} < 0.16 \\ \left[(1 + 41Ri)^{-1} \right]^{1.68} & Ri \geq 0.16 \end{cases} \qquad [2.58c]$$

Quando $Ri<0$, una possibile formulazione per $f(Ri)$ è la seguente (Blackadar, 1979):

$$f(Ri) = (1 - 18Ri)^{1/2} \qquad [2.58d]$$

Per quanto riguarda la *diffusività turbolenta per il calore*, poco è noto. Normalmente si pone:

$$K_h = K_m / \alpha_\theta \qquad [2.59a]$$

dove α_θ è funzione delle quota e della stabilità. Osservazioni sperimentali hanno mostrato come α_θ vale

circa *0.74* nel *SL* neutro e stabile, mentre tale valore decresce con l'aumentare della stabilità (convettività). Sostanzialmente concorde con tale filosofia è la scelta seguente:

$$K_h = \begin{cases} K_m & \text{per stratificazioni stabili} \\ 3K_m & \text{per stratificazioni convettive} \end{cases} \qquad [2.59b]$$

Data la scarsità di dati sperimentali relativi all'umidità, nelle applicazioni si assume operativamente che:

$$K_q = K_h \qquad [2.59c]$$

La chiusura *K* delega alla definizione funzionale dei coefficienti di diffusività tutta l'informazione relativa allo stato della turbolenza atmosferica. E' quindi intuitivo che quando i vortici turbolenti hanno ampiezze in un intervallo sufficientemente limitato (come avviene nelle situazioni stabili o adiabatiche), un tale approccio possa avere un certo successo. Viceversa in condizioni convettive, quando i vortici presentano uno spettro dimensionale molto ampio, i problemi sono molto maggiori. In effetti, gran parte della letteratura disponibile è centrata sulla individuazione di una parametrizzazione dei coefficienti di scambio che riescano a rappresentare in modo non irrealistico tali condizioni.

Un approccio alternativo, non basato sulla teoria della lunghezza di mescolamento e molto usato nelle situazioni convettive, è quello di O'Brien (Pielke, 1984), che cerca di dare una forma funzionale ai coefficienti *K* in modo tale da saldarli ai valori che essi dovrebbero avere entro il *SL*. Dato che, come si vedrà nel seguito, la Teoria della Similarità prescrive che entro il *SL* si abbia:

$$K_m = u_*^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \qquad [2.60a]$$

$$K_h = \overline{w'\vartheta'} \frac{\partial \bar{\vartheta}}{\partial z} \qquad [2.60b]$$

allora, per l'intero *PBL*, la forma funzionale dei vari *K* è data da:

$$K(z) = K(z_i) + A_1 \left[K(h_s) - K(z_i) + (z - h_s) A_2 \right] \qquad [2.61a]$$

dove z_i è l'altezza di rimescolamento e h_s è l'altezza del SL, pari a circa il 10% di z_i, e dove:

$$A_2 = (z_i - z)^2 / (z_i - h_s)^2 \qquad [2.61b]$$

$$A_2 = \left(\frac{\partial K}{\partial z} \right)_{z=h_s} + 2[K(h_s) - K(z_i)] / (z_i - h_s) \qquad [2.61c]$$

Perché sia possibile utilizzare tale relazione è necessario stabilire quanto valga il coefficiente *K* alla quota z_i ed il suo gradiente. In genere si ipotizza che entrambe le grandezze siano nulle. Per come è stata scritta, la relazione di O'Brien vale per tutti i coefficienti di scambio, una volta che si introducano i valori appropriati per il *K* in esame alla quota del top del *SL* (h_S).

Oltre al metodo di O'Brien, sono stati proposti, con alterna fortuna, molti altri metodi completamente semiempirici come i seguenti, tutti relativi a K_m:

- *situazioni adiabatiche* (Wippermann, 1973):

$$K_m(z) = k u_* z \cdot \exp\left[-7.6(z/H)^{0.764}\right] \qquad [2.62a]$$

dove $H = k\,u_*/f$;

- *situazioni stabili* (Brost e Wyngaard, 1978)

$$K_m(z) = k u_* z \frac{(1 - z/h)^{1.5}}{1 + 4.7 z/L} \qquad [2.62b]$$

dove h è l'altezza del *PBL* stabile.

- *situazioni convettive* (Moeng e Wyngaard, 1984)

$$K_m(z) = 2.5 w_* z_i (1 - z/z_i)(z/z_i)^{1.5} \qquad [2.62c]$$

dove w_* è la velocità convettiva di scala.

Se si analizzano queste relazioni sorgono immediate alcune considerazioni. Innanzi tutto si vede che K_m cresce nel *SL* fino a raggiungere un massimo nella parte centrale del *PBL,* per poi decrescere a zero alla sua sommità. Questo è un comportamento del tutto generale e confermato dai dati sperimentali. Inoltre, non è difficile rendersi conto che i valori assunti da K_m sono piccoli (dell'ordine di 1) per le situazioni stabili, un poco superiori (dell'ordine di 10) per le situazioni neutre e molto elevati (dell'ordine delle centinaia) per le situazioni convettive. L'altra considerazione, forse più importante, è che il valore di K_m dipende a questo punto solo dalla conoscenza di parametri come u_*, L, H_0 (flusso turbolento di calore sensibile al suolo) e z_i che possono essere *misurati realmente* e quindi si vede come l'adozione di una chiusura K effettivamente porta ad un modello realmente utilizzabile. Infatti il modello sarà costituito dall'insieme delle equazioni relative alle variabili medie, più le relazioni di chiusura in cui sono presenti i coefficienti di scambio turbolento (di cui le relazioni (2.62) sono un esempio). Perché tale modello possa essere utilizzato è necessario risolvere numericamente le equazioni differenziali del modello e misurare nel tempo (o stimare) i parametri caratteristici della turbolenza atmosferica e la sua estensione verticale.

La chiusura di tipo K, pur avendo avuto nel passato una notevole popolarità, risulta essere soddisfacente solo in condizioni adiabatiche o stabili, mentre, così come è formulata, non fornisce risultati attendibili durante le situazioni convettive. Un modo per migliorare la loro rappresentatività in queste situazioni è quello di usare per la chiusura del flusso turbolento di calore una relazione del tipo:

$$\overline{w'\theta'} = -K_h\left(\frac{\partial\theta}{\partial z} - \gamma_\theta\right) \qquad [2.63]$$

molto simile alla relazione (2.53c). In effetti, con valori di $\gamma_\theta \approx 0.0007$ (K/m) (*controgradiente*) sono stati ottenuti risultati molto più realistici, soprattutto se per K_m si usa una relazione come quella di O'Brien.

Non sarà certo sfuggito al lettore il fatto che finora si è trattato solo della diffusione verticale e solo per essa sono state presentate le parametrizzazioni per i coefficienti di diffusività turbolenta. Tuttavia, come

abbiamo visto, la diffusione orizzontale è presente nelle varie equazioni prognostiche e quindi risulta indispensabile considerare anche questo aspetto. Analizzando la Letteratura si nota quanto poco sia stato trattato questo argomento. Prendendo come riferimento, per esempio, Yamazawa (1989), si possono fare le osservazioni seguenti:

- la mancanza di dati sperimentali in proposito rende necessario ipotizzare che in orizzontale il valore assunto dai coefficienti di diffusione turbolenta per le componenti medie del vento, per la temperatura potenziale virtuale e per l'umidità specifica sia il medesimo;

- detto K_x il coefficiente diffusivo nella direzione x e K_y quello relativo alla direzione y, tali coefficienti possono essere stimati con le relazioni seguenti:

$$K_x = 2c\delta x \cdot \delta y \cdot \left|\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}\right| \qquad [2.64a]$$

$$K_y = 2c\delta x \cdot \delta y \cdot \left|\frac{\partial \bar{v}}{\partial x}\right| \qquad [2.64b]$$

dove c è una costante numerica pari a 0.01 e δx e δy sono le dimensioni orizzontali della griglia di calcolo impiegata nell'approssimazione numerica delle derivate spaziali presenti nell'equazione prognostica.

2.4.1.1.2 Il modello di Ekman

La dinamica del flusso sopra il *SL* è profondamente influenzata dalla forza di Coriolis. Applicando la semplice chiusura *K* alle equazioni di moto in forma stazionaria si ha:

$$\frac{d}{dz}K_m\left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right) + f\left(\bar{v} - \bar{v}_g\right) = 0 \qquad [2.65a]$$

$$\frac{d}{dz}K_m\left(\frac{d\bar{v}}{dz}\right) - f\left(\bar{u} - \bar{u}_g\right) = 0 \qquad [2.65b]$$

che esprimono il bilancio tra il gradiente di pressione, il termine di Coriolis e gli stress di Reynolds. Se si ipotizza K_m, u_g e v_g *costanti con la quota*, si può ottiene una soluzione analitica del sistema precedente. Infatti, si moltiplichi la seconda equazione per l'unità immaginaria i e la si sommi alla prima. Una volta definita la nuova variabile $\Phi = \left(U - U_g\right) + i\left(V - V_g\right)$ e posto $a = \sqrt{f/2k_m}$ si ottiene l'equazione:

$$\frac{d^2\Phi}{dz^2} - 2a^2 i\Phi = 0 \qquad [2.65c]$$

che ha come soluzione generale: $\Phi = c_1 e^{a(1+i)z} + c_2 e^{-a(1+i)z}$. Se si pongono le condizioni al contorno:

$$\Phi = \begin{cases} -U_g - iV_g & \text{per } z = 0 \\ 0 & \text{per } z = \infty \end{cases} \qquad [2.65d]$$

si ottiene la soluzione compatta:

$$\bar{u} + i\bar{v} = \left(\overline{u_g} + i\overline{v_g}\right)\left(1 - e^{-a(1+i)z}\right). \qquad [2.65e]$$

In pratica, il profilo verticale delle componenti del vento entro il *PBL* è descritto dalle relazioni seguenti, che si riferiscono a situazioni stazionarie, vento geostrofico costante con la quota e diffusività turbolenta costante:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \overline{u_g} - e^{-az}\left(\overline{u_g}\cos(az) + \overline{v_g}\sin(az)\right) \\ \bar{v} &= \overline{v_g} - e^{-az}\left(\overline{v_g}\cos(az) - \overline{u_g}\sin(az)\right) \end{aligned} \qquad [2.66a]$$

Ruotando il sistema di riferimento in modo da avere il vento geostrofico lungo l'asse x, la (2.66a) diventa:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= G\left(1 - e^{-az}\cos(az)\right) \\ \bar{v} &= Ge^{-az}\sin(az) \end{aligned} \qquad [2.66b]$$

dove con G si è indicato il modulo del vento geostrofico. E' tipico usare le (2.66b) per realizzare dei grafici aventi sull'asse x il rapporto U/G e sull'asse y il rapporto $\bar{u}/G$ e collegando tutti i punti relativi alle quote crescenti. Il risultato è una linea a spirale che indica la progressiva rotazione della direzione del vento con la quota (*Spirale di Ekman*). In *Fig.2.4* è presentato un esempio di *spirale di Ekman* ottenuta con le relazioni (2.66b) nelle quali è stato assunto il valore 0.001 per a.

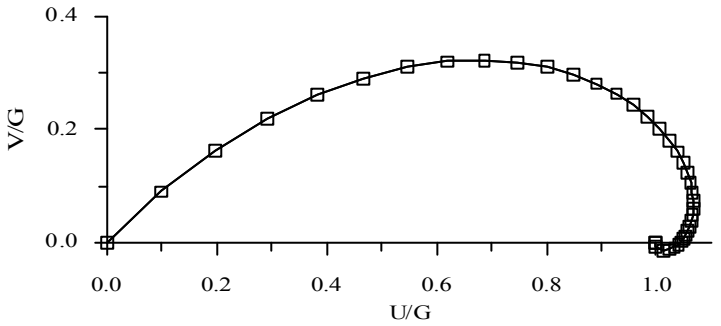

Fig.2.4: esempio di spirale di Ekman

L'angolo tra il vettore vento ed il vettore vento geostrofico è dato da:

$$\tan(\alpha) = \frac{\bar{v}}{\bar{u}} = \frac{e^{-az}\sin(az)}{1 - e^{-az}\cos(az)} \qquad [2.67]$$

Si può vedere che, quando z tende a 0, α tende a 45°. Alla sommità del *PBL*, il vento geostrofico deve coincidere col vento reale: questa condizione richiede che, detta z_i la sommità del *PBL*, valga la relazione $\alpha z_i = \pi$, cosa che comporta:

$$z_i = \pi\sqrt{\frac{2k_m}{f}} \qquad [2.68]$$

Questa è la prima relazione che ci consente di stimare l'altezza del *PBL*. Va subito sottolineato che non essendo stato considerato esplicitamente lo stato della turbolenza atmosferica, in particolare della convettività, questa stima è tanto più realistica quanto più il *PBL* è prossimo all'adiabaticità.

Le osservazioni sperimentali fatte nel *PBL* spesso hanno rilevato profili verticali delle componenti del vento differenti da quelli previsti dalla *spirale di Ekman*. Ciò dipende dalla stabilità atmosferica e dal fatto che il vento geostrofico, nella realtà, può variare con la quota. Per tener conto di quest'ultimo fenomeno, si differenzino le equazioni che descrivono le componenti del vento geostrofico e si faccia uso dell'equazione idrostatica. Si arriva così alle relazioni seguenti che descrivono il cambiamento del vento geostrofico con la quota (*vento termico*):

$$\frac{\partial \overline{u_g}}{\partial z} = -\frac{R}{f}\left(\frac{\partial T}{\partial z}\frac{\partial \ln(p)}{\partial y} - \frac{\partial T}{\partial y}\frac{\partial \ln(p)}{\partial z}\right)$$
$$\frac{\partial \overline{v_g}}{\partial z} = +\frac{R}{f}\left(\frac{\partial T}{\partial z}\frac{\partial \ln(p)}{\partial x} - \frac{\partial T}{\partial x}\frac{\partial \ln(p)}{\partial z}\right) \qquad [2.69]$$

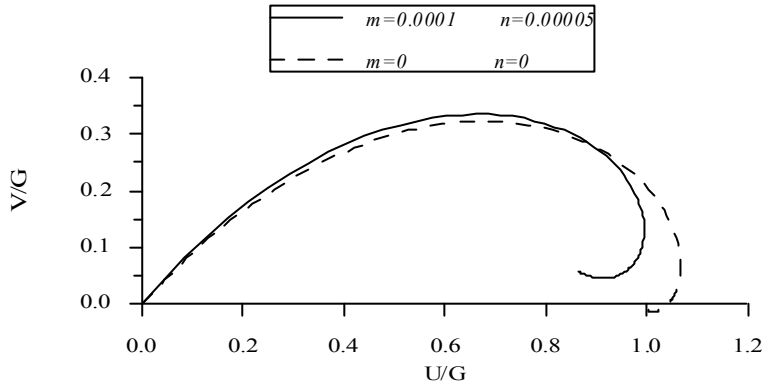

Fig:2.5: confronto tra una situazione barotropica ed una situazione baroclina.

L'atmosfera si dice *barotropica* quando il *vento termico è nullo*, in caso contrario l'atmosfera si dice *baroclina*. In base ai dati sperimentali, le relazioni precedenti possono semplificarsi nel modo seguente:

$$\frac{\partial \overline{u_g}}{\partial z} \approx -\frac{g}{fT}\frac{\partial T}{\partial y} = -m$$
$$\frac{\partial \overline{v_g}}{\partial z} \approx +\frac{g}{fT}\frac{\partial T}{\partial x} = n \qquad [2.70]$$

dove m e n sono due parametri numerici, con valori tipici dell'ordine di $0.001 s^{-1}$. Assumendo quindi, in prima approssimazione, un profilo lineare con la quota del vento geostrofico del tipo:

$$\overline{u_g} = \overline{u_{g0}} - mz \qquad \overline{v_g} = \overline{v_{g0}} + nz \qquad [2.71]$$

(dove $\overline{u_{g0}}$ *e* $\overline{v_{g0}}$ sono il valore assunto dalle componenti del vento geostrofico al suolo) si ottengono le seguenti relazioni approssimate:

$$\begin{aligned}\bar{u} &\approx \overline{u_{g0}}\left(1-e^{-az}\cos(az)\right)-V_{g0}e^{-az}sen(az)-mz\\ \bar{v} &\approx \overline{v_{g0}}e^{-az}sen(az)+V_{g0}\left(1-e^{-az}\cos(az)\right)+mz\end{aligned} \qquad [2.72a]$$

Operando la solita rotazione di assi coordinati si ottiene:

$$\begin{aligned}\bar{u} &\approx G_0\left(1-e^{-az}\cos(az)\right)-mz\\ \bar{v} &\approx G_0e^{-az}sen(az)+nz\end{aligned} \qquad [2.72b]$$

dove G_0 è il valore assunto dal modulo del vento geostrofico a livello del suolo. In *Fig.2.5* è presentato un confronto tra una situazione *barotropica* ed una situazione *baroclina*.

2.4.1.2 Chiusura locale del secondo ordine

L'esagerata aggregazione con cui sono presenti in un modello con chiusura del primo ordine le informazioni relative alla turbolenza atmosferica è senza dubbio la ragione del loro fallimento nella descrizione di situazioni convettive. Per evitare tali problemi, senza tuttavia complicare oltre ad un certo limite il modello stesso, è stato proposto un metodo di chiusura che affianca alle equazioni relative alle variabili meteorologiche medie alcune delle equazioni prognostiche dei momenti del secondo ordine. Quando si considerano tutte queste equazioni, allora la chiusura è veramente del secondo ordine. Nella pratica corrente si è soliti usare solo un numero limitato di tali equazioni e, per evidenziare ciò, a volte si parla di chiusura $1^{1/2}$. Qui di seguito viene illustrata la famiglia di chiusure operate dai ricercatori Mellor e Yamada e, successivamente la celebre chiusura k-ε, anche se con pochi dettagli.

2.4.1.2.1 Chiusura di Mellor e Yamada

I principali riferimenti bibliografici (di non facile lettura) relativi a questa famiglia di chiusure del secondo ordine sono (Mellor, 1973; Mellor e Yamada, 1977 e 1982; Yamada e Mellor, 1975; Enger, 1986 e Hassid e Galperin, 1984). Per la loro importanza e per la difficoltà di lettura dei riferimenti originali è sembrato opportuno presentare la materia con un certo dettaglio.

Equazioni fondamentali

In una situazione caratterizzata da una forte omogeneità orizzontale, le equazioni prognostiche per le variabili meteorologiche medie diventano le seguenti:

$$\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}=-f\left(\bar{v}_g-\bar{v}\right)-\frac{\partial\overline{u'w'}}{\partial z} \qquad [2.73a]$$

$$\frac{\partial\bar{v}}{\partial t}=+f\left(\bar{u}_g-\bar{u}\right)-\frac{\partial\overline{v'w'}}{\partial z} \qquad [2.73b]$$

$$\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial x}+\bar{v}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial y}=-\frac{\partial\overline{w'\theta'}}{\partial z} \qquad [2.73c]$$

Se si considerano le (2.70) che definiscono il *vento termico*, la (2.73c) si trasforma nella relazione seguente:

$$\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial t}=\frac{f\bar{\theta}}{g}\cdot\left[\bar{v}\frac{\partial\bar{u}_g}{\partial z}-\bar{u}\frac{\partial\bar{v}_g}{\partial z}\right]-\frac{\partial\overline{w'\theta'}}{\partial z} \qquad [2.73d]$$

I vari metodi di chiusura che vanno genericamente sotto il nome di Chiusura $l^{1/2}$ di Mellor-Yamada hanno tutti in comune i seguenti aspetti essenziali:

- le covarianze presenti nelle (2.73) possono tutte essere rappresentate *formalmente* come è stato fatto per la chiusura di tipo *K*, cioè

$$\overline{u'w'} = -K_u \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \qquad [2.74a]$$

$$\overline{v'w'} = -K_u \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \qquad [2.74b]$$

$$\overline{w'\theta'} = -K_h \frac{\partial \theta}{\partial z} \qquad [2.74c]$$

- i coefficienti di diffusività K_u e K_h dipendono dalla turbolenza presente nel *PBL* ed in particolare dalla distribuzione spaziale dell'energia cinetica turbolenta *E* e della varianza della temperatura potenziale virtuale.

Ovviamente, perché sia possibile definire in maniera corretta è necessario aggiungere al modello (2.73) altre equazioni in grado di fornire le informazioni necessarie relativamente a *E* e $\overline{\theta'^2}$. I vari tipi di chiusure di Mellor-Yamada differiscono proprio in questo. Qui di seguito vengono presentati tre celebri varianti di questo tipo di chiusura.

Chiusura di Livello 3

Questa variante rappresenta il modo più ovvio di procedere e prevede che al modello costituito dalle equazioni prognostiche (2.73) si venga ad aggiungere l'equazione prognostica per l'energia cinetica turbolenta *E,* scritta tenendo conto della situazione di omogeneità orizzontale:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\overline{u'w'}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \overline{v'w'}\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{g}{\bar{\theta}}\overline{w'\theta'} - \frac{\partial\left[\overline{w'\left[p'/\rho + E'\right]}\right]}{\partial z} - \varepsilon \qquad [2.75]$$

ed anche l'equazione prognostica per la varianza della temperatura potenziale virtuale, sempre scritta tenendo conto dell'omogeneità orizzontale:

$$\frac{\partial \overline{\theta'^2}}{\partial t} = -2\overline{w'\theta'}\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} - \frac{\partial \overline{w'\theta'^2}}{\partial z} - 2\varepsilon_\theta \qquad [2.76]$$

Il modello di *PBL* considerato, risulta quindi costituito dalle relazioni prognostiche (2.73), (2.75) e (2.76). Il primo passo operativo consiste nel semplificare le (2.75) e (2.76). Questo si realizza nel modo seguente:

- il quarto termine del membro di destra della (2.75) si parametrizza nel modo seguente:

$$\frac{\partial\left[\overline{w'\left[p'/\rho + E'\right]}\right]}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left[0.23\frac{5\cdot 2^{3/2}}{3}\cdot \ell \cdot E^{1/2}\frac{\partial E}{\partial z}\right] \qquad [2.77a]$$

in cui *l* è una lunghezza turbolenta di scala di cui si tratterà nel seguito. Questa parametrizzazione ha sostituito la covarianza tra *w* e *p* e tra *w* e *E* con un'espressione dipendente direttamente da *E* e dal

suo gradiente verticale.

- Il quinto termine del membro di destra della (2.75), cioè il tasso di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta si parametrizza come segue:

$$\varepsilon = 2^{5/2}\frac{E^{3/2}}{B_1 \ell} \qquad [2.77b]$$

In questo modo il tasso di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta risulta direttamente proporzionale ad E ed inversamente proporzionale alla lunghezza di scala. La costante numerica B_1 vale 16.6.

- Il secondo termine della (2.76), cioè il gradiente verticale del flusso di varianza della temperatura (è un momento centrale terzo), viene parametrizzato nel modo seguente:

$$\frac{\partial \overline{w'\theta'^2}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left[\sqrt{2}B_1^{1/3}\cdot \ell \cdot E^{1/2}\frac{\partial \overline{\theta'^2}}{\partial z}\right] \qquad [2.77c]$$

- l'ultimo termine della (2.76), cioè la dissipazione della varianza di temperatura viene parametrizzata come:

$$\varepsilon_\theta = \sqrt{2}E^{1/2}\frac{\overline{\theta'^2}}{B_2 \ell} \qquad [2.77d]$$

dove la costante numerica B_2 è pari a 10.1. Questa parametrizzazione è decisamente drastica ed evidenzia una proporzionalità diretta tra la varianza della temperatura e la sua dispersione viscosa.

Per poter completare la chiusura del modello è ora necessario individuare una parametrizzazione per i coefficienti di scambio K_u e K_h. Senza entrare nei dettagli, per i quali si rimanda ai riferimenti citati, una volta definite le variabili seguenti:

$$\Phi = \frac{3\ell^2 A_2}{E}\cdot\frac{g}{\overline{\theta}}\cdot\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial z} \qquad [2.78a]$$

$$\Xi = 3\frac{(A_1\ell)^2}{E}\cdot\left[\left(\frac{\partial\overline{u}}{\partial z}\right)^2\left(\frac{\partial\overline{v}}{\partial z}\right)^2\right] \qquad [2.78b]$$

$$q = \sqrt{2}E \qquad [2.78c]$$

si ha che:

$$K_u = \frac{A_1 q\ell\cdot\{1-3C_1+[B_2(1-3C_1)-12A_1C_1-3A_2]\Phi\}}{1+(7A_1+B_2)\Phi+3A_1(4A_1+B_2)\Phi^2+\Xi[1+(B_2-3A_2)\Phi]} \qquad [2.79a]$$

$$K_h = \frac{A_2 q\ell(1+3A_1\Phi+3C_1\Xi)}{1+(7A_1+B_2)\Phi+3A_1(4A_1+B_2)\Phi^2+\Xi[1+(B_2-3A_2)\Phi]} \qquad [2.79b]$$

Nelle due relazioni precedenti sono presenti molte costanti numeriche per le quali sono stati proposti i valori seguenti (Hassid e Galperin, 1984):

$$(A_1, A_2, B_1, B_2, C_1) = (0.92, 0.587, 16.6, 10.1, 0.08)$$

Un ulteriore elemento di parametrizzazione è il *contrograd iente* γ_c che è dato dalla relazione:

$$\gamma_c = \frac{3\sqrt{2}A_2\ell E^{1/2}\cdot g/\overline{\theta}\cdot\overline{\theta'^2}}{E + 12A_1A_2\ell^2\cdot g/\overline{\theta}\cdot\dfrac{\partial\overline{\theta}}{\partial z}} \qquad [2.79c]$$

Fin qui nulla si è detto a proposito della lunghezza di scala *l*. Sun e Ogura (1980) hanno proposto le relazioni seguenti:

$$l = \begin{cases} l_u & \text{se } \dfrac{\partial\overline{\theta}}{\partial z} \le 0 \\ \min(l_u, l_s) & \text{se } \dfrac{\partial\overline{\theta}}{\partial z} > 0 \end{cases} \qquad [2.80a]$$

Se k è la costante di Von Karman e z_i l'altezza del *PBL*, la lunghezza di scala l_u è data da:

$$l_u = \frac{kz}{1 + \dfrac{kz}{l_0}} \qquad [2.80b]$$

dove

$$l_0 = 0.1S_1\frac{\int_0^\infty E^{1/2}z\cdot dz}{\int_0^\infty E^{1/2}dz} \qquad [2.80c]$$

$$S_1 = \begin{cases} 0.75 + 1.25\cdot z/z_i & \text{se } z < z_i \\ 2 & \text{se } z \ge z_i \end{cases} \qquad [2.80d]$$

Per la lunghezza l_s, è stata proposta la relazione seguente:

$$l_s = \sqrt{\frac{0.56E}{g/\left(\overline{\theta}\cdot\dfrac{\partial\overline{\theta}}{\partial z}\right)}} \qquad [2.80e]$$

Con tutte queste parametrizzazioni, il modello costituito dalle relazioni prognostiche (2.73), (2.75) e (2.76) è finalmente chiuso e quindi risolubile, almeno numericamente. Il fatto che in tale modello appaiano sia l'energia cinetica turbolenta che la varianza della temperatura potenziale virtuale garantisce una buona capacità del modello a rappresentare le situazioni convettive, cosa che si è effettivamente riscontrata nelle applicazioni pratiche.

Livello $2^{1/2}$

Un'ulteriore semplificazione è stata introdotta da Mellor e Yamada (1974) ed ha condotto al metodo di chiusura di livello $2^{1/2}$. Tale metodo, infatti, permette di risolvere soltanto l'equazione di E, sostituendo quella di $\overline{\theta'^2}$ con la seguente:

$$\overline{\theta'^2} = -\frac{B_2}{\sqrt{2}} \frac{\ell}{E^{1/2}} \overline{w'\theta'} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \qquad [2.81]$$

Per quanto riguarda l'equazione prognostica per E, vale ancora la (2.75) con le parametrizzazioni introdotte in precedenza. Il problema, a questo punto, si riduce nel definire in maniera corretta i coefficienti di diffusività K_u e K_h. Per comodità si pone:

$$K_u = \sqrt{2}\ell E^{1/2} S_M \qquad [2.82a]$$

$$K_h = \sqrt{2}\ell E^{1/2} S_H \qquad [2.82b]$$

Se si pone:

$$G_M \equiv \frac{2l^2}{E}\left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}\right)^2\right] \qquad [2.83a]$$

$$G_H \equiv -\frac{2l^2}{E}\frac{g}{\bar{\theta}} g \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \qquad [2.83b]$$

i parametri S_M e S_H risultano così espressi:

$$S_H = \frac{A_2\left(1 + 6A_1^2 G_M - 9A_1 A_2 G_H\right) - \left(6A_1 A_2 G_M\right)\left[A_1(1-3c)\right]}{\left(1 - 3A_2 B_2 G_H - 12A_1 A_2 G_H\right)\left(1 + 6A_1^2 G_M - 9A_1 A_2 G_H\right) + \left(6A_1 A_2 G_M\right)\left(12A_1^2 G_H + 9A_1 A_2 G_H\right)} \qquad [2.84a]$$

$$S_M = \frac{A_2 - \left(1 - 3A_2 B_2 G_H - 12A_1 A_2 G_H\right) S_H}{6A_1 A_2 G_M} \qquad [2.84b]$$

Le costanti numeriche presenti nella definizione di S_M e S_H assumono gli stessi valori riportati nel caso del Livello 3. A questo punto il modello di *PBL* costituito dalle (2.73) e (2.75) è chiuso e può quindi essere risolto con minori difficoltà computazionali rispetto al Livello3, mancando l'equazione prognostica per la varianza della temperatura potenziale virtuale. La presenza dell'equazione prognostica per E è la relazione semplificata per la varianza della temperatura assicura una buona capacità dello schema a rappresentare le situazioni convettive, anche se ciò viene fatto con un'accuratezza inferiore rispetto a quanto fatto dalla chiusura di Livello 3.

Livello 2

Il Livello 2 è la forma più semplificata di chiusura di questa famiglia. Essa parte dall'ipotesi che nell'equazione prognostica dell'energia cinetica turbolenta i termini di *produzione* (il termine meccanico, proporzionale allo *shear* del vento ed il termine convettivo) bilancino *completamente* il termine dissipativo. In questo caso si può sostituire l'equazione prognostica per E con una sua approssimazione algebrica ciò porta ad una semplificazione generale del problema.

In primo luogo, la turbolenza del *PBL* ad una generica quota viene definita globalmente *dal Flux Richardson Number* R_f, definito alla (2.49). Dato che in un modello di *PBL* l'impiego di questo parametro è estremamente scomodo, Yamada (1975) ha trovato una relazione, applicabile nel contesto dello schema di Livello2, che consente di determinare R_f a partire dalla conoscenza del ben più facilmente determinabile *Gradient Richardson Number Ri*, dato dalla (2.55b). La forma funzionale di questa relazione è:

$$R_f = \frac{1}{2}\frac{A_2 E_5}{A_1 E_4}\left\{R_i + \frac{A_1 E_3}{A_2 E_5} - \left[R_i^{\,2} + 2\frac{A_1}{A_2}\frac{E_3 E_5 - 2E_1 E_4}{E_5^{\,2}} R_i + \left(\frac{A_1 E_3}{A_2 E_5}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\} \quad [2.85]$$

$$\begin{aligned} E_1 &= B_1 - 6A_1 \\ E_2 &= B_1 + 12A_1 + 3B_2 \\ E_3 &= B_1(1-3c) - 6A_1 \\ E_4 &= B_1(1-3c) + 12A_1 + 9A_2 \\ E_5 &= B_1 + 3A_1 + 3B_2 \end{aligned} \quad [2.86]$$

Noto quindi R_f, il problema si sposta all'individuazione delle espressioni per K_u e K_h. Anche in questo caso valgono le (2.82) in cui:

$$S_M = C_M \frac{(R_{fc} - R_f)\cdot(R_{f1} - R_f)}{(1-R_f)\cdot(R_{f2} - R_f)} \quad [2.87a]$$

dove

$$\begin{aligned} R_{fc} &= E_1 / E_2 \\ R_{f1} &= E_3 / E_4 \\ R_{f2} &= E_1 / E_5 \\ C_M &= \frac{A_1}{B_1}\frac{E_2 E_4}{E_5} \end{aligned} \quad [2.87b]$$

La quantità S_H è ora data dalla relazione:

$$S_H = C_H \frac{R_{fc} - R_f}{1 - R_f} \quad [2.87c]$$

dove:

$$C_H = \frac{A_2}{B_1} E_2 \quad [2.87d]$$

Ciò che manca per poter determinare K_u e K_h è il valore di E. dato che lo schema di Livello 2 non utilizza l'equazione prognostica per E, è necessario conoscere una sua opportuna approssimazione. La cosa interessante è che, come detto, tale approssimazione è di tipo algebrico e vale:

$$E = \frac{1}{2} B_1 l^2 \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}V}{\partial z}\right)^2\right](1 - R_f) S_M \quad [2.88]$$

Con questo tipo di chiusura, il modello di *PBL* si riduce alle sole equazioni prognostiche (2.73) ed all'equazione diagnostica (2.88). Come si può notare, si è ridotta di molto la complessità matematica del modello, a scapito per4ò di una sua realistica capacità di rappresentare le situazioni convettive.

2.4.1.2.2 Chiusura k-ε

Un approccio alternativo alla famiglia di chiusura di Mellor-Yamada, chiamato *chiusura k-ε* (Etling, 1996), prevede l'aggiunta di un'ulteriore equazione altamente parametrizzata che descrive l'evoluzione della dissipazione di energia cinetica turbolenta:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -C_1 \frac{\varepsilon}{E}\left[\overline{u'w'}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{v'w'}\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}\right] + \frac{\varepsilon}{E}\frac{g}{\bar{\theta}}\overline{w'\vartheta'} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{0.09E^2}{1.3\varepsilon}\cdot\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\right) - C_2\frac{\varepsilon^2}{E} \qquad [2.89]$$

dove: $C_1 = 1.44$ $\quad C_2 = 1.92$.

E' prevedibile che questo schema di chiusura sia molto accurato, tuttavia si può vedere facilmente che la sua complessità computazione è dello stesso ordine di grandezza di quella del Livello 3 di Mellor-Yamada.

2.4.1.2.3 Osservazioni

Dai risultati ottenuti applicando questi tipi di chiusura si può concludere che

- questi schemi creano una situazione di rimescolamento durante le ore diurne,
- durante le ore notturne si evidenzia, com'è evidente sperimentalmente, un jet di vento a bassa quota,
- l'intensità della turbolenza sale a valori elevati durante le ore diurne per poi ridimensionarsi drasticamente nelle ore notturne.

Tutto ciò porta a dire che questi tipi di chiusura forniscono previsioni decisamente più realistiche rispetto alle chiusure del primo ordine. Va sottolineato però il fatto che, essendo aumentato il numero di equazioni, la risoluzione numerica del sistema risulta piuttosto complessa. Questa è la ragione per cui la maggior parte dei modelli proposti prende in considerazione l'ipotesi di omogeneità orizzontale e assenza di orografia, cosa che rende più semplici le equazioni da integrare.

2.4.1.3 Chiusure locali di ordine superiore

Lo sviluppo di chiusure di ordine più elevato è andato al passo con l'evoluzione dei supercomputer. La motivazione del loro sviluppo è stata la ricerca di un maggior realismo nelle previsioni della turbolenza atmosferica, specialmente in situazioni di elevata convettività. Come si è visto, dalle equazioni di bilancio relative ai valori istantanei delle varie grandezze meteorologiche non solo è possibile dedurre analoghe equazioni per i rispettivi valori medi, ma anche equazioni che descrivono il comportamento dinamico delle fluttuazioni e dei momenti di ordine superiore. E' quindi pensabile costruire un modello di *PBL* costituito non solo dalle equazioni prognostiche per i valori medi, ma anche da equazioni prognostiche per i momenti di ordine superiore (al secondo). Ciò è stato effettivamente fatto, ottenendo però modelli molto complessi, usati solo per scopi di ricerca. Oltre alle difficoltà formali che tali modelli presentano (il numero di equazioni e di variabili cresce vertiginosamente), esiste il problema di dover parametrizzare i momenti di ordine superiore al secondo, problema acuito dal fatto che in termini sperimentali è molto difficile disporre di misure sufficientemente precise dei momenti di ordine

superiore. In letteratura sono stati proposti alcuni modelli di *PBL* con chiusura del secondo ordine e superiori. Si veda per esempio (Etling, 1996 e (Enger, 1986). Va tuttavia ribadito che tali modelli costituiscono più dei tools di ricerca di base che strumenti effettivamente operativi in pratica.

2.4.2 CHIUSURA NON LOCALE

2.4.2.1 Generalità

A differenza della chiusura locale, la chiusura non locale è basata sul concetto che tutti i vortici turbolenti possono trasportare porzioni di fluido per distanze finite. In sostanza un tale tipo di chiusura *ipotizza che la turbolenza abbia prevalentemente una natura avvettiva e non diffusiva*. Del resto ciò è quanto emerge in situazioni convettive dai dati sperimentali in campo (pochi), dalle simulazioni fisiche in laboratorio (Willis, Deardordf 1974, 1976, 1978, 1981) e dalle simulazioni con modelli di ordine superiore (LES). La Letteratura su questo argomento non è molto abbondante, relativamente recente e spesso di difficile comprensione ed applicazione pratica. Nei paragrafi che seguono vengono presentati due celebri schemi di chiusura non locale molto impiegati nella pratica e che hanno dato ottimi risultati: lo *schema di Pleim e Chang* (i riferimenti principali sono Pleim e Chang, (1992) e Pleim e Xiu (1995)) utilizzabile solo in situazioni convettive e lo *schema di Stull*, del tutto generale (i riferimenti essenziali sono Stull (1986), Stull (1987), Stull (1989), Stull (1993) e Stull e Driedonks (1987)).

Si parta considerando l'equazione di conservazione di una generica variabile meteorologica S (uno scalare o una componente della quantità di moto) e si ipotizzi che sia ancora applicabile l'ipotesi di Reynolds, cioè che il valore istantaneo sia ottenibile come sovrapposizione di un valore medio e di una fluttuazione. Per i valori istantanei di S valga l'equazione:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u_j \frac{\partial S}{\partial x_j} = \cdots\cdots + \nu \frac{\partial^2 S}{\partial x_j^2} \qquad [2.90a]$$

mentre per la componente media si ha:

$$\frac{\partial \overline{S}}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \overline{S}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{u_j' S'}}{\partial x_j} + \cdots\cdots + \text{infinitesi mi} \qquad [2.90b]$$

Nella seconda relazione:

- il primo termine di sinistra rappresenta la variazione nel tempo,
- il secondo termine di sinistra l'avvezione dovuta al vento medio,
- il primo termine di destra la divergenza del flusso turbolento.

La divergenza del flusso turbolento, come è noto, deriva dal termine avvettivo e dall'ipotesi di Reynolds ed il problema sta nell'individuare un modello conveniente di parametrizzazione di tale termine. Mentre la chiusura locale del primo ordine, di fatto, tenta di parametrizzarlo in modo diffusivo, assimilandolo quindi alla diffusione molecolare, una modellizzazione ai limiti delle possibilità degli attuali strumenti di calcolo (per esempio i modelli *LES* o risoluzione diretta delle equazioni istantanee) evidenzia che diminuendo le dimensioni della griglia di calcolo ed il time step, quello che sembrava essere un fenomeno di tipo diffusivo diventa progressivamente e sempre più chiaramente un processo avvettivo. Si potrebbe pensare che ciò derivi esclusivamente dalle procedure di calcolo, anche se molto

sofisticate, tuttavia ci sono molte evidenze della presenza in atmosfera (soprattutto nelle situazioni convettive) di strutture turbolente coerenti e di grandi vortici. Esempi sono i *thermals* che si originano alla superficie ben visibili nel facsimile *SODAR*, il looping dei pennacchi delle ciminiere ed altri fenomeni ancora. Tali vortici, o meglio tali strutture coerenti, sono presenti massicciamente durante le situazioni convettive e sono le responsabili dell'apporto sistematico e continuo di energia cinetica turbolenta al sistema *PBL*. Analizzando lo spettro dell'energia cinetica turbolenta, è evidente che in tali strutture è concentrata la maggior parte di energia cinetica turbolenta. La loro dimensione è paragonabile a quella del *PBL* stesso. I modelli di chiusura non locale che presenteremo cercano di modellizzare questa tipologia di fenomeni.

2.4.2.2 Il modello di Pleim e Chang

La chiusura non locale proposta da Pleim e Chang (1992), nota come *ACM (Asymmetrical Convective Model*), prende le mosse dalla schema proposto originariamente da Blackadar (1978), normalmente impiegato nei modelli operativi di *PBL* MM4 e MM5 nelle situazioni convettive, e rispetto ad esso differisce per una visione ancora più realistica dei movimenti verticali delle masse d'aria.

Consideriamo la *Fig.2.6* in cui è rappresentata una colonna d'aria suddivisa in elementi discreti e di uguali dimensioni (*celle*), con superficie di base unitaria e, per semplicità, si ipotizzi che la sua sommità coincida con la sommità del *PBL* convettivo.

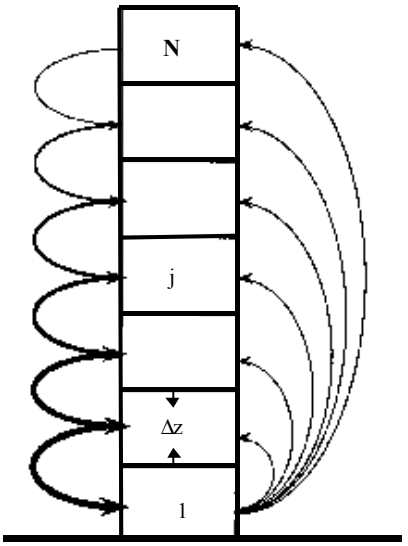

Fig.2.6: vortice turbolento nel modello di Pleim e Chang.

Una situazione convettiva è caratterizzata dal fatto che al suolo si viene a stabilire un flusso turbolento di calore sensibile H_0 positivo e tale situazione determinerà il generarsi di un vortice convettivo che si propagherà alle quote superiori. Analizziamo ora la situazione rappresentata in figura. L'immissione di calore (H_0) nella Cella 1, la destabilizzerà e, come reazione a tale destabilizzazione, da tale cella partiranno flussi d'aria diretti verso tutte le celle sovrastanti. L'*ipotesi chiave* del modello di Pleim e Chang è che i flussi d'aria originati dalla Cella 1 verso ognuna delle celle sovrastanti sono *tutti uguali*. Se $\overline{\theta}_1$ è il valore medio della temperatura potenziale virtuale nella Cella 1 dopo la sua destabilizzazione, la quantità di calore da essa *inviato* ad ognuna delle celle sovrastanti nell'unità di tempo è pari a:

$$Q^{in} = \rho C_p \overline{\theta}_1 M_u \qquad [2.91]$$

dove M_u è il tasso di mescolamento verso l'alto (*upward mixing rate*) espresso in s^{-1}. Questo è *il meccanismo di salita* del vortice turbolento che viene visto come l'insieme di vortici di dimensioni caratteristiche pari a multipli interi della dimensione verticale Δz della cella. Questo meccanismo *mima* straordinariamente bene le caratteristiche spettrali di un *PBL* convettivo, in cui sono presenti vortici di tutte le dimensioni, incluso anche vortici con dimensioni caratteristiche dell'ordine dell'altezza del *PBL*.

Il *ritorno al suolo* del vortice ha una storia decisamente differente. Dalla Cella più elevata (Cella *N*), per conservazione della massa, partirà una quantità di aria pari a:

$$Q^N = M_u \Delta z \qquad [2.92]$$

e tale quantità giungerà *solamente* alla cella *N-1*. Ancora a causa della conservazione della massa, dalla Cella *N-1* partirà una nuova quantità di aria, diretta esclusivamente alla cella sottostante *N-2*, la cui entità sarà pari alla somma dell'aria in arrivo dalla Cella 1 (*aria in salita*) e dell'aria in arriva dalla Cella N (*aria in discesa*), cioè:

$$Q^{N-1} = M_u \Delta z + Q^N \qquad [2.93a]$$

e quindi:

$$Q^{N-1} = 2M_u \Delta z \qquad [2.93b]$$

Quanto visto per la cella *N-1* si proporrà per tutte le celle sottostanti. Questo meccanismo di discesa del vortice può essere efficacemente rappresentato da una discesa a cascata. Se si considera una generica cella j-*esima*, si avrà:

$$Q^j = \left(z_N - z_{j-1}\right) \cdot M_u \qquad [2.93c]$$

Se introduciamo il tasso di mescolanza verso il basso (*downward mixing rate*) M_{dj} dalla cella *j* alla cella *j-1*, è immediato ottenere dalla (2.93c) la relazione seguente:

$$M_{dj} = M_u + M_{dj+1} = M_u \frac{z_N - z_{j-1}}{\Delta z} \qquad [2.94]$$

Se consideriamo ora una proprietà dell'aria, per esempio il valore medio della temperatura potenziale virtuale $\overline{\theta}$, il tasso di variazione relativo per la cella *j* risulta pari a:

$$\frac{\partial \overline{\theta}_j}{\partial t} = M_u \overline{\theta}_1 - M_{dj} \overline{\theta_j} + M_{dj+1} \overline{\theta}_{j+1} \qquad [2.95]$$

che è la *versione discretizzata* dell'equazione prognostica per la temperatura potenziale virtuale media, in cui è stato considerato solo il meccanismo di dispersione verticale. Per poterla impiegare effettivamente, bisogna individuare l'espressione di M_u. A tal proposito consideriamo la Cella 1. Se la situazione è convettiva, tale cella riceverà un flusso turbolento di calore sensibile H_0 incrementando quindi il calore posseduto. Nell'unità di tempo, il calore ricevuto dalla Cella 1 verrà ridistribuito a tutte le altre celle sovrastanti attraverso il movimento asimmetrico del vortice descritto in precedenza. Se consideriamo le varie celle, dalla *N-esima* alla *seconda*, l'incremento nell'unità di tempo di calore sarà il seguente:

$$\text{Cella } N \quad \Rightarrow \quad \Delta Q_N = \rho C_p \left(M_u \bar{\theta}_1 - M_{dN} \bar{\theta}_N \right) \Delta z$$

$$\text{Cella } N\text{-}1 \quad \Rightarrow \quad \Delta Q_{N-1} = \rho C_p \left(M_u \bar{\theta}_1 - M_{dN-1} \bar{\theta}_{N-1} + M_{dN} \bar{\theta}_N \right) \Delta z$$

$$\cdots\cdots \qquad\qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\text{Cella } j \quad \Rightarrow \quad \Delta Q_j = \rho C_p \left(M_u \bar{\theta}_1 - M_{dj} \bar{\theta}_j + M_{dj+1} \bar{\theta}_{j+1} \right) \Delta z$$

$$\cdots\cdots \qquad\qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\text{Cella } 2 \quad \Rightarrow \quad \Delta Q_2 = \rho C_p \left(M_u \bar{\theta}_1 - M_{d2} \bar{\theta}_2 + M_{d3} \bar{\theta}_3 \right) \Delta z$$

La somma degli incrementi di calore nell'unità di tempo di tutte le celle sovrastanti la prima dovranno eguagliare H_0 e ciò comporta che:

$$H_0 = \rho C_p M_u \left(z_N - z_1 \right) \cdot \left(\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2 \right) \qquad [2.96]$$

e quindi

$$M_u = \frac{H_0}{\rho C_p \left(z_N - z_1 \right) \cdot \left(\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2 \right)} \qquad [2.97]$$

Con la conoscenza di M_u, lo schema di chiusura è completo e l'equazione prognostica (2.95) può effettivamente essere risolta. E' immediato constatare che è possibile scrivere equazioni analoghe anche per le componenti medie del vento, per l'umidità specifica media e per la concentrazione di specie inquinanti. In realtà in tutte queste equazioni prognostiche è presente solo il meccanismo di diffusione verticale e ciò potrebbe sembrare estremamente limitante. In realtà ciò non è, come sarà chiaro nel Capitolo dedicato ai modelli numerici del *PBL*. Facciamo un ulteriore passo nella direzione operativa e *discretizziamo la derivata temporale* presente nella (2.95). Se Δt è il passo temporale di discretizzazione, per una generica Cella *i-esima* si ha che:

$$\frac{\bar{\theta}_i^{n+1} - \bar{\theta}_i^{n}}{\Delta t} = M_u \bar{\theta}_1 - M_{di} \bar{\theta}_o^{n+1} + M_{di+1} \overline{\theta_{i+1}^{n+1}} \qquad [2.98a]$$

dove $\bar{\theta}_i^{n}$ è il valore media della temperatura potenziale virtuale al tempo t_n e $\bar{\theta}_i^{n+1}$ l'analogo valore al tempo $t_{n+1} = t_n + \Delta t$. Riarrangiando la (2.98a) ed utilizzando la (2.94) si ottiene:

$$-\Delta t \cdot M_u \bar{\theta}_1^{n+1} + \left(1 + M_u \frac{z_N z_{i-1}}{\Delta z} \Delta t \right) \cdot \bar{\theta}_i^{n+1} - \Delta t M_u \frac{z_N z_i}{\Delta t} \bar{\theta}_{i+1}^{n+1} = \bar{\theta}_i^{n} \qquad [2.98b]$$

Questo è un sistema lineare che può essere scritto nella forma matriciale seguente:

$$\begin{pmatrix} d_1 & c_1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ e_2 & d_2 & c_2 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \cdots & \cdots \\ e_j & \vdots & \vdots & d_j & c_j & \vdots \\ \vdots & 0 & 0 & 0 & \ddots & c_{N-1} \\ e_N & \cdots & 0 & 0 & 0 & d_N \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{\theta}_1^{n+1} \\ \bar{\theta}_2^{n+1} \\ \vdots \\ \bar{\theta}_j^{n+1} \\ \vdots \\ \bar{\theta}_N^{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_j \\ \vdots \\ b_N \end{pmatrix} \qquad [2.98c]$$

dove:

$$d_1 = 1 + M_u \frac{z_N - z_1}{\Delta z} \Delta t$$

$$c_1 = -M_u \frac{z_N z_1}{\Delta z} \Delta t$$

$$b_1 = \overline{\theta}_1^n$$

$$e_j - M_u \Delta t \qquad [2.98d]$$

$$d_j = 1 + M_u \frac{z_N - z_{j-1}}{\Delta z} \Delta t$$

$$c_j = -M_u \frac{z_N - z_j}{\Delta z} \Delta t$$

$$b_j = \overline{\theta}_j^n$$

Quindi, se al tempo t_n è noto H_0 ed il valore delle temperatura media nelle varie celle della colonna d'aria, è immediato costruire i coefficienti della matrice presente nel sistema (2.98c), matrice nota *come Transilient Matrix* ed i coefficienti del vettore dei termini noti [b_j]. La risoluzione di tale sistema (per cui sono disponibili metodi numerici molto efficienti) consente la determinazione della temperatura media nelle varie celle della colonna al tempo t_{n+1}.

Questo schema di chiusura *può essere impiegata solo nelle situazioni convettive* e consente di ottenere risultati molto realistici. Questo schema di chiusura, oltre ad essere impiegato con maggior successo in modelli di *PBL*, risulta fondamentale in molti modelli che trattano la dispersione degli inquinanti in cui vengono considerati anche i processi di trasformazione chimica e fotochimica. L'unico problema che tale schema di chiusa presenta sta nel fatto che è necessaria una stima continua dell'altezza del *PBL*, che deve essere realizzata esternamente allo schema stesso o diagnosticato dal profilo verticale di $\overline{\theta}$.

2.4.2.3 Il Modello di Stull

2.4.2.3.1. Basi del modello

Storicamente il modello di Stull è stato proposto in versione monodimensionale ed in esso la variabile spaziale è la coordinata verticale *z*. Anche se ciò può sembrare una notevole limitazione, in pratica non è un grosso svantaggio, specialmente se non si è in presenza di orografia particolarmente accentuata. Peculiarità di questo modello è che si evita di definire i flussi turbolenti in un dato punto dello spazio ad un dato istante in funzione di variabili tipiche di quel punto, ma, viceversa, si intende definire quale sia la capacità di scambio esistente tra due diversi punti dello spazio, anche molto distanti tra loro.

Si consideri (*Fig.2.7*) una colonna verticale di aria, suddivisa in un numero finito *N* di celle equispaziate e si consideri l'intervallo temporale Δt tra il tempo *t* ed il tempo $t+\Delta t$. Sia $C_{ij}(t,\Delta T)$ la frazione di aria in arrivo alla cella *i* e proveniente dalla cella *j* in questo intervallo di tempo. La matrice $\boldsymbol{C}(t,\Delta T)$ di tutti gli elementi C_{ij} è chiamata *Transilient Matrix (TM)*. Il generico elemento della diagonale di (C_{ii}) rappresenta la frazione di aria nella cella *i* che non è contribuisce a scambi di aria con le altre celle della colonna. Se uno di questi coefficienti ha valore 1, allora non c'è scambio turbolento tra una cella e le altre. Questo significa che i vortici turbolenti presenti nella colonna d'aria sono di dimensione inferiore alle dimensioni delle celle e quindi non possono essere risolti dalla griglia adottata. Si consideri come istante iniziale un generico *t*. Nell'intervallo Δt successivo, lo stato $\overline{S_i}$ di una cella è alterato a causa

dell'arrivo nella cella di aria proveniente da altre celle (attigue o meno) della colonna che, in qualche modo, trasmettono l'informazione delle forzanti del *PBL* localizzate al suolo (e non solo, se la variabile *S* rappresenta la concentrazione di un inquinante). In generale si avrà che:

$$\overline{S_i}(t+\Delta t)=\sum_{j=1}^{N} C_{ij}(t,\Delta t)\cdot \overline{S_j}(t) \qquad [2.99]$$

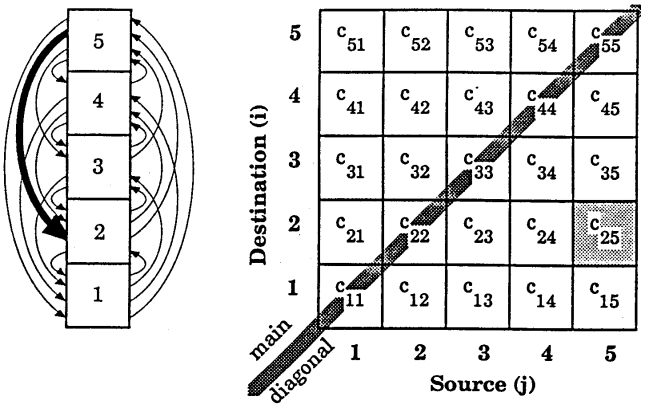

Fig. 2.7: schematizzazione del modello di chiusura non locale di Stull (1991)

Se si indica con **S** il vettore colonna che rappresenta lo stato delle varie celle e **C** la Transilient Matrix, si avrà $\mathbf{S}(t+\Delta t)=\mathbf{C}(t,\Delta t)\cdot\mathbf{S}(t)$. Per detto finora, le varie porzioni di aria che vengono trasferite da una cella all'altra portano con sé le caratteristiche originarie (calore, umidità, quantità di moto, concentrazione di inquinante), pertanto, per costruzione, la *TM* può essere applicata per descrivere tutte le variabili di stato in ogni momento. Man mano che il tempo si incrementa, la *TM* cambia a causa dei continui scambi di aria. Per soddisfare al principio di conservazione della massa è però necessario che:

$$\sum_{j=1}^{N} C_{ij}=1 \qquad \sum_{i=1}^{N} C_{ij}=1 \qquad [2.100]$$

La somma di ogni riga è pari a 1, perché il 100% dell'aria in ciascuna cella destinazione deve arrivare da qualche parte. La somma di ogni colonna deve essere 1, dato che da qualche parte dovrà pur andare l'aria contenuta nella cella. Non vi sono quindi sorgenti o pozzi. La matrice **C** è quindi doppiamente stocastica. Perché gli elementi della *TM* siano realistici fisicamente è necessario che non siano negativi e che ogni elemento C_{ij} non sia superiore a 1. Pertanto, riassumendo si avrà che $0 \le C_{ij} \le 1$.

La *TM* non può essere misurata direttamente con la strumentazione meteorologica attualmente disponibile, tuttavia l'impiego dei modelli *LES* ad alta risoluzione ne ha consentito un calcolo realistico che è servito da confronto per la verifica della bontà della ricostruzione operata dalla parametrizzazione proposta in questo schema di chiusura. In *Fig.2.8* ne è presentato un esempio desunto da una simulazione *LES* confrontata con un disegno che evidenzia il significato dei vari termini che la compongono. Come si può notare, la matrice individuata è asimmetrica ed evidenzia il fatto che le parti di aria nella parte media ed alta del *PBL* si muovono lentamente verso il basso, mentre una quantità inferiore di aria si muove molto più rapidamente verso l'alto, partendo dalla superficie. Ciò è consistente con le normali misure della velocità verticale dell'aria in condizioni di forte convettività ed anche con il modello di Pleim e Chang, presentato al paragrafo precedente.

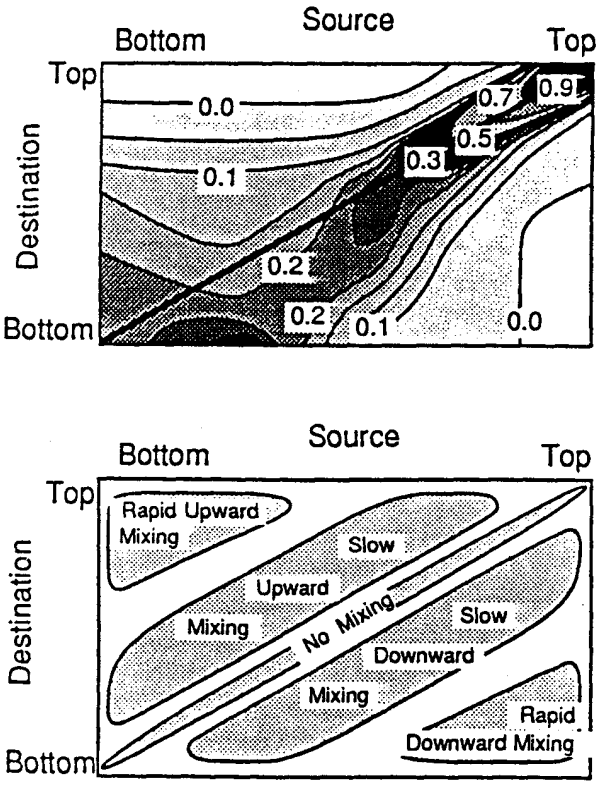

Fig.2.8: struttura della Transilient Matrix (da Stull, 1991)

2.4.2.3.2 Implementazione del modello di Stull

L'elemento chiave del modello di Stull è l'individuazione della *TM*. Il problema da risolvere è quindi l'individuazione degli elementi di questa matrice una volta noti ad un istante t i profili verticali delle principali variabili meteorologiche medie e conoscendo inoltre i flussi turbolenti che si instaurano alla superficie tra t e $t+\Delta t$. A tale scopo Stull propone un metodo sostanzialmente simile al tipico metodo *splitting in time* (o *fractional time step*) con cui vengono spesso risolte numericamente le equazioni differenziali alle derivate parziali. In sostanza si opera come segue:

- si destabilizzano i profili verticali a causa delle forzanti (flussi) al suolo, che agiscono mutando le caratteristiche medie della cella inferiore della colonna d'aria verticale. Questo mutamento allontana il sistema dal preesistente stato di equilibrio;

- il sistema così perturbato modifica anche la propria energia cinetica turbolenta e quindi anche il valore di un opportuno potenziale da essa derivato. A tale alterazione il sistema reagisce cercando un nuovo punto di equilibrio. Da questo ritorno ad una situazione di stabilità si deduce quantitativamente la *TM*.

Il principio di Le Chatelier

Il principio di Le Chatelier dice che se si applica una perturbazione ad un sistema in equilibrio determinandone un cambiamento, si otterrà un'evoluzione dello stesso che tenderà ad annullare l'effetto della perturbazione. Tale principio può essere applicato anche al *PBL*.

Si supponga che ad un certo istante arrivi alla superficie terrestre del calore di provenienza solare che riscaldi il suolo e determini un allontanamento dallo stato di equilibrio raggiunto in precedenza dal sistema *PBL*. In risposta a tale instabilità statica si svilupperà una circolazione turbolenta che muoverà dell'aria calda verso l'alto. Una volta che tale aria calda sarà salita agli strati alti del *PBL*, il sistema raggiungerà l'equilibrio e la circolazione turbolenta cesserà. Una simile evoluzione capita anche quando lo *shear* del vento cresce al punto tale da far cadere il numero di Richardson al di sotto del valore critico, determinando una instabilità dinamica del flusso. Si svilupperà in risposta una turbolenza tale da rimescolare gli strati di aria, in modo da ristabilire la stabilità dinamica senza turbolenza. Nel *PBL* non ci sono queste perturbazioni a delta di Dirac, ma continue iniezioni di energia; ciò comporta che il sistema *PBL* sia continuamente chiamato a rispondere a queste forzanti senza comunque poter ritornare immediatamente ad uno stato di equilibrio.

In pratica in ogni time step ha origine un processo destabilizzante in cui agiscono le forzanti attive, costituite sia dagli apporti dovuti ai flussi turbolenti sia dalle altre forzanti di contorno (forzanti dinamiche) rappresentate nelle equazioni fluidodinamiche da tutti i termini esclusi quelli di diffusione turbolenta. Il risultato di tale processo è l'alterazione dei profili verticali della temperatura e della velocità del vento. Se tali variazioni sono sufficienti, si verrà a generare della turbolenza come risposta a tale perturbazione. Subito dopo ha luogo il secondo processo che comporta un rimescolamento verticale dell'atmosfera e quindi una parziale soppressione della turbolenza che riduce gli *shear* e i gradienti di temperatura. Il processo di destabilizzazione che deriva dall'immissione nel sistema dei vari flussi turbolenti superficiali, determina un'alterazione delle proprietà medie della cella inferiore della colonna d'aria. Siano:

- $\overline{u}$, $\overline{v}$, $\overline{\theta}$, $\overline{q}$ rispettivamente le due componenti medie della velocità orizzontale del vento, la temperatura potenziale e l'umidità media della cella inferiore;
- $\overline{u'w'}, \overline{v'w'}, \overline{w'\theta'}, \overline{w'q'}$ i flussi turbolenti superficiali che si instaurano tra l'istante t e l'istante $t+\Delta t$;
- Δt il time step e Δz la dimensione verticale di ogni cella

Il valore assunto dalle variabili meteorologiche medie della cella inferiore al termine del processo di destabilizzazione sarà dato dalle relazioni seguenti

$$\overline{u_d} = \frac{\Delta t}{\Delta z} \cdot \overline{u'w'} + \overline{u} \qquad [2.101a]$$

$$\overline{v_d} = \frac{\Delta t}{\Delta z} \cdot \overline{v'w'} + \overline{v} \qquad [2.101b]$$

$$\overline{\vartheta_d} = \frac{\Delta t}{\Delta z} \cdot \overline{w'\vartheta'} + \overline{\vartheta} \qquad [2.101c]$$

$$\overline{q_d} = \frac{\Delta t}{\Delta z} \cdot \overline{w'q'} + \overline{q} \qquad [2.101d]$$

Il potenziale di mescolamento e la sua parametrizzazione

Il modello di Stull richiede la determinazione quantitativa dalla *TM*. Dato che il modello del *PBL*, comunque lo si consideri, non è chiuso, anche in questo caso è indispensabile determinare una parametrizzazione di tale matrice che è la controparte non locale del dei coefficienti di diffusione turbolenti. Nel caso, in esame si impiega il concetto di potenziale di mescolamento.

Sia A_{ij} il potenziale responsabile del rimescolamento dell'aria tra le celle i e j. Tale potenziale è legato all'ammontare di instabilità del flusso, che si assume responsabile del rimescolamento che ne deriva. Per poter utilizzare tale parametrizzazione nella determinazione degli elementi della *TM*, si definisca la norma di riga RN_i, nel modo seguente:

$$RN_i = \sum_{j=1}^{N} A_{ij} \qquad [2.102]$$

e la norma di matrice come:

$$\|A\|_\infty = \max_i \left(RN_i\right) \qquad [2.103]$$

Dal rapporto tra un potenziale e la norma di matrice, si può costruire un *Transilient Coefficient* che soddisfi i vincoli di conservazione della massa. Gli elementi non diagonali sono definiti come:

$$c_{ij} = \frac{A_{ij}}{\|A\|_\infty} \qquad i \neq j \qquad [2.104a]$$

e, dato che ciascuna riga della matrice deve dare come somma 1 per la conservazione della massa, si ha che gli elementi diagonali possono essere ottenuti con la relazione:

$$c_{ii} = 1 - \sum_{i=1,\, j\neq i}^{N} c_{ij} \qquad [2.104b]$$

Il potenziale di mescolamento, e quindi anche la *TM*, sono funzioni del tempo, cosa che richiede il loro ricalcolo ad ogni time step per rispondere alle perturbazioni ricevute dal sistema.

Stull Driedonks (1987) hanno usato un'analogia non locale dell'equazione dell'energia cinetica turbolenta per parametrizzare il potenziale di mescolamento per le coppie di celle i e j (non coincidenti). Tale equazione è:

$$Y_{ij} = \frac{\Delta t \cdot T_0}{\left(\Delta_{ij} z\right)^2}\left[\left(\Delta_{ij}\bar{u}\right)^2 + \left(\Delta_{ij}\bar{v}\right)^2 - \frac{g\left(\Delta_{ij} z\right)\left(\Delta_{ij}\bar{\theta}_v\right)}{\bar{\theta}_v \cdot R_c}\right] - \frac{D_y \cdot \Delta t}{T_0} \qquad [2.105]$$

Il simbolo Δ_{ij} rappresenta una differenza non locale (per esempio $\Delta_{ij}Q = Q_i - Q_j$). Per semplicità si assume che la *TM* sia simmetrica; come si è visto ciò non è vero in condizioni fortemente convettive, tuttavia i risultati ottenuti, nonostante questa semplificazione, sono molto più accurati di quelli ottenuti con le più comuni chiusure locali. Nella (2.105) sono usate le differenze di temperatura e di velocità del vento tra due generiche celle per determinare la produzione ed il decadimento di turbolenza sia meccanica che termica. L'ultimo termine della relazione parametrizza gli effetti della dissipazione dell'energia cinetica turbolenta. Dalla relazione (2.105) si ottiene un primo valore di potenziale che dovrà essere modificato in modo tale che Y_{ij} cresca monotonicamente dai bordi verso la diagonale principale. L'ammontare di rimescolamento interno descritto dai termini Y_{ii} (*subgrid mixing potential*) si ottiene dalla relazione seguente:

$$Y_{ii} = \max\left\{Y_{i,i-1}, Y_{i,i+1}\right\} + Y_{ref} \qquad [2.106]$$

dove Y_{ref} è il potenziale di rimescolamento non risolto. Ci sono quattro parametri nella (2.105) e (2.106). I valori raccomandati sono:

- Il tempo di scala T_0 =1000 s
- il valore critico del numero di Richardson R_c = 0.21
- il fattore di dissipazione D_y = 1
- il potenziale per il mescolamento non risolto Y_{ref} = 1000

Una volta scelti i valori numerici per i quattro parametri è possibile calcolare gli N^2 coefficienti della *TM* (*N* è il numero delle celle del modello). Si ha quindi che $A_{ij} = A_{ji} = Y_{ij}$. Se il potenziale di mescolamento è nullo o negativo, allora A_{ij} è posto pari a zero indicando assenza di turbolenza.

La costruzione dei profili

Una volta nota la *TM*, la determinazione del profilo verticale delle variabili medie di interesse all'istante $t+\Delta t$, noto il loro valore all'istante t, si ottiene impiegando la (2.99). Il metodo è numericamente stabile per ogni scelta del passo temporale Δt e della dimensione verticale della griglia Δz, tuttavia essendo un metodo *totalmente esplicito* (a differenza del metodo di Pleim e Chang, che è stato presentato in forma totalmente implicita) richiede alcune cautele applicative per garantire la realisticità delle previsioni, soprattutto nella cella inferiore. Stull e Driedenks (1987) hanno raccomandato di rispettare la limitazione seguente:

$$\Delta z/\Delta t > 0.1 \text{ ms}^{-1} \qquad [2.107]$$

2.5 OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

I paragrafi precedenti ci hanno indicato come l'adozione di una visione stocastica della turbolenza atmosferica ci porti a rigore ad un sistema di infinite equazioni differenziali. Tuttavia, l'esperienza maturata in questi ultimi decenni ci assicura che normalmente è possibile considerare le sole equazioni delle variabili medie ed eventualmente, soprattutto quando si vuole riprodurre in maniera realistica le situazioni convettive, anche le equazioni prognostiche dei momenti del secondo ordine. Questo lo si può fare, ovviamente, adottando opportune forme di chiusura delle equazioni, cioè opportune relazioni semiempiriche con cui esprimere le variabili presenti nelle equazioni, ma di cui non si abbia considerata la rispettiva equazione prognostica. A questo punto, con opportune condizioni iniziali ed al contorno, questo sistema di equazioni differenziali può essere integrato. In pratica il vero modello matematico del *PBL* è un insieme di equazioni basate sulle leggi di conservazione della fisica e di un equazioni, sempre algebriche, che sono o la semplificazione di alcune delle relazioni prognostiche o semplici relazioni semiempiriche derivate dalle misure. Questa è una consuetudine nella fluidodinamica e anche qui non si fa eccezione. Nel Cap.4 si presenterà la Teoria della Similarità che rappresenta un semplice apparato semiempirico in grado di descrivere molte delle caratteristiche della turbolenza atmosferica basandosi semplicemente sull'analisi dimensionale e sulle misure sperimentali. A volte i risultati della similarità consentono di esprimere relazioni di chiusura e a volte, di fronte a situazioni reali particolarmente semplici, addirittura possono sostituire il modello differenziale del *PBL* con relazioni decisamente più maneggevoli.

Per quanto riguarda i metodi con cui tali equazioni possono essere integrate, non è questo il momento di parlarne. Lo faremo, anche se in maniera estremamente semplificate in un Capitolo apposito. Va comunque subito sottolineato che lo schema di risoluzione numerica di queste equazioni riveste una

importanza almeno pari alla scelta del metodo di chiusura. Infatti metodi numerici non appropriati possono introdurre nelle soluzioni errori tali da mascherare addirittura il fenomeno fisico che si sta indagando. Pertanto scegliere i metodi numerici più appropriati per risolvere il modello matematico del *PBL* è un'impresa delicata e difficile e non a torto alcuni hanno affermato che è quasi una forma di "arte".

La cosa, però, di maggiore importanza che ci preme sottolineare è la seguente. Siamo partiti inizialmente affermando che per la descrizione della turbolenza del *PBL* era necessaria la conoscenza degli infiniti momenti centrali delle variabili che ne descrivono la dinamica ed ora, alla fine del Capitolo, possiamo affermare che, con una buona approssimazione, per questa descrizione possono bastare pochi momenti: i valori medi ed eventualmente i momenti secondi. E' un indubbio successo, rafforzato dal fatto che anche le condizioni iniziali ed al contorno si riferiscono a tali momenti, e quindi più facilmente misurabili o stimabili. Ovviamente non è pensabile misurare, con la tecnologia attualmente disponibile, il campo tridimensionale del vento, della temperatura potenziale ecc. in un dato istante per poter dare le condizioni iniziali e nemmeno è agevole determinare nel tempo il loro valore al contorno (suolo e l'estremo superiore del dominio di calcolo). Tuttavia se non è possibile misurare, è però possibile stimare, per esempio con metodi interpolativi più o meno raffinati, come è consuetudine nelle diverse applicazioni geofisiche, o con tecniche di Similarità. La cosa interessante però è considerare con attenzione le relazioni di chiusura. Tutte, in una forma o in un'altra, richiedono le informazioni seguenti: il valore delle variabili medie ed i flussi verticali di quantità di moto e di calore sensibile misurati al suolo, oltre, naturalmente all'estensione verticale del *PBL*. In sostanza tutto ciò ci assicura che lo studio dettagliato di quello che avviene nei pressi del suolo è di importanza primaria nella modellizzazione dell'intero *PBL*.

3. ANALISI ENERGETICA DEL PLANETARY BOUNDARY LAYER

Dal punto di vista energetico, si può dire che il *PBL* è un'*enorme macchina termica* il cui *combustibile* è la radiazione solare. Per comprendere appieno i complessi scambi energetici che si generano entro tale sistema fisico (e quindi per comprenderne il funzionamento) è necessario studiare con attenzione i singoli termini che concorrono a definire il *bilancio energetico del PBL*. Il tema verrà sviluppato partendo dai principi della propagazione della radiazione elettromagnetica in atmosfera, fino ad arrivare a studiare le specificità della radiazione elettromagnetica di origine solare e la sua interazione col *PBL*.

3.1 LA RADIAZIONE SOLARE (RADIAZIONE AD ONDA CORTA)

3.1.1 PRINCIPI BASE DELLA PROPAGAZIONE RADIATIVA DI ENERGIA

Il fatto che ogni corpo ad una temperatura superiore a 0K emetta energia sotto forma di radiazione elettromagnetica e che tale tipo di energia possa trasmettersi attraverso il vuoto, fa del trasferimento radiativo il meccanismo di scambio energetico principale per il *PBL*. In particolare, la vita della Terra è completamente condizionata dall'apporto energetico del Sole che, in pratica, costituisce il *combustibile* di questa enorme e complessa macchina termica che è il *PBL*.

BANDA	**FREQUENZA** (Hz)	**LUNGHEZZA D'ONDA** (μm/ciclo)
Onde Elettriche	$0 \div 10^{4}$	$\infty \div 3{\cdot}10^{10}$
Onde Radio	$10^{4} \div 10^{11}$	$3{\cdot}10^{10} \div 3{\cdot}10^{3}$
Infrarosso	$10^{11} \div 4{\cdot}10^{14}$	$3{\cdot}10^{3} \div 7.5{\cdot}10^{-1}$
Visibile	$4{\cdot}10^{14} \div 7.5{\cdot}10^{14}$	$7.5{\cdot}10^{-1} \div 4{\cdot}10^{-1}$
Ultravioletto	$7.5{\cdot}10^{14} \div 3{\cdot}10^{16}$	$4{\cdot}10^{-1} \div 10^{-2}$
Raggi X	$3{\cdot}10^{16} \div 3{\cdot}10^{20}$	$10^{-2} \div 10^{-6}$
Raggi γ	$3{\cdot}10^{20} \div 3{\cdot}10^{21}$	$10^{-6} \div 10^{-7}$

Tab. 3.1: lo spettro elettromagnetico.

3.1.1.1 Caratteristiche della propagazione delle onde elettromagnetiche

Un'onda elettromagnetica consiste nella variazione della intensità di un campo elettrico e di un campo magnetico tra loro ortogonali. Essa è caratterizzata da:

- una *velocità di propagazione* C_o($m{\cdot}s^{-1}$): per un'onda elettromagnetica la velocità di propagazione è la velocità della luce ($3{\cdot}10^{8}$ $m{\cdot}s^{-1}$) sia in atmosfera che nel vuoto;
- una *frequenza* ν (Hz = $cicli{\cdot}s^{-1}$), cioè il numero di cicli per secondo caratteristici dell'onda;
- una *lunghezza d'onda* λ ($m{\cdot}ciclo^{-1}$) legata alle due variabili precedenti della relazione seguente:

$\lambda \cdot \nu = C_0$;

- un *numero d'onda* σ (cicli·m^{-1}) definito come $\sigma = 1/\lambda$;

- una *frequenza angolare* ω (radianti·s^{-1}) legata a ν dalla relazione $\omega = 2\pi \cdot \nu$.

L'intero campo delle frequenze (o che è lo stesso delle lunghezze d'onda) prende il nome di *spettro*, mentre si definisce *banda* un intervallo di tale spettro che presenti caratteristiche particolari. Normalmente, lo spettro della radiazione elettromagnetica si ripartisce nel modo indicato in *Tab.3.1*, mentre in *Tab.3.2*. si analizza più in dettaglio la *banda del visibile*, cioè della radiazione percepita dall'occhio umano, associando tipiche lunghezze d'onda ai colori principali.

COLORE	***TIPICA LUNGHEZZA D'ONDA*** λ*(μm)*
Violetto	0.430
Blu scuro	0.470
Blu chiaro	0.495
Verde	0.530
Giallo-Verde	0.560
Giallo	0.580
Arancio	0.600
Rosso	0.640

Tab. 3.2: corrispondenza tra colori e lunghezze d'onda.

3.1.1.2 Emissione di energia elettromagnetica da corpi caldi

Per quantificare l'emissione di energia elettromagnetica da un corpo caldo si faccia riferimento ad un oggetto un po' particolare e molto ideale, chiamato *corpo nero*. In pratica il corpo nero è un oggetto che emette la massima radiazione possibile compatibile con la propria temperatura.

La ***legge di Planck*** individua l'ammontare massimo di flusso radiativo monocromatico (per una singola lunghezza d'onda) che un corpo nero può emettere (*Irradianza monocromatica di un corpo nero*):

$$E_\lambda^* = \frac{c_1}{\lambda^5 \left[\exp\left(c_2/(\lambda T)\right) - 1\right]} \qquad [3.1]$$

dove T è la temperatura assoluta del corpo (K), l'asterisco indica che ci si riferisce ad un corpo nero e l'irradianza è espressa in (W·m^{-2}·μm^{-1}). In questa relazione le costanti c_1 e c_2 valgono rispettivamente $3.74 \cdot 10^8$ W·m^{-2}μm^4 e $1.44 \cdot 10^4$ μm·K. Nell'intervallo di temperatura d'interesse per lo studio del *PBL*, la legge di Planck può così semplificarsi:

$$E_\lambda^* = c_1 \cdot \lambda^{-5} \cdot \exp\left[-c_2/(\lambda T)\right] \qquad [3.2]$$

Dato che da osservazioni astronomiche il sole presenta una temperatura superficiale di circa 5780K ed è noto che una tipica superficie terrestre ha una temperatura dell'ordine di circa 300K, è interessante mettere a confronto l'irradianza di due corpi a tali temperature, come viene mostrato nella *Fig.3.1.* Per la temperatura di 5780 K si ha un picco di irradianza monocromatica in corrispondenza della banda del

visibile, mentre per la temperatura di circa 300 K tale picco è localizzato nell'infrarosso. Dato che il sole presenta il picco di irradianza monocromatica nella banda delle onde corte, la *radiazione solare* è normalmente indicata col termine *radiazione ad onda corta*.

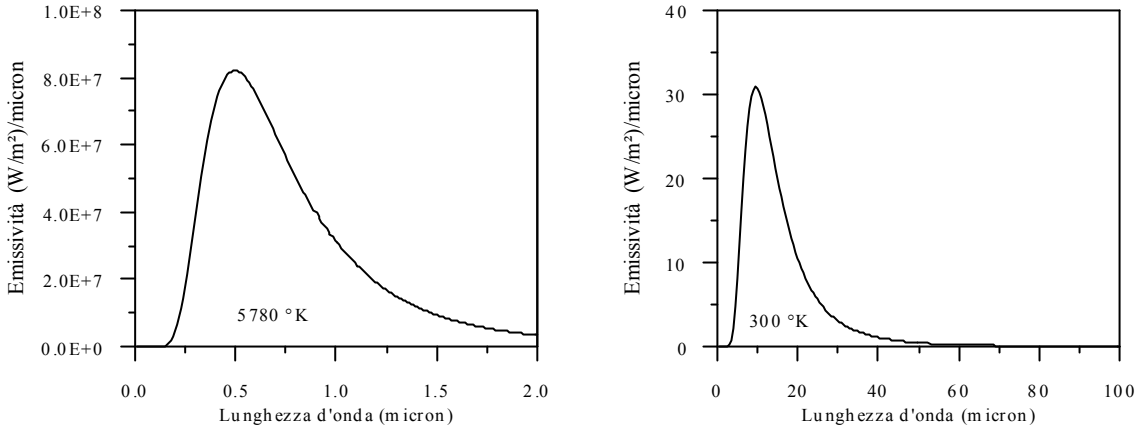

Fig.3.1 : Irradianza monocromatica di corpo nero per due temperature tipiche.

La legge di Planck applicata all'intero intervallo di lunghezza d'onda dello spettro (in linea di principio da 0 a ∞) consente di determinare la distribuzione di irradianze da corpo nero ad una data temperatura; si nota facilmente che tra tutte le possibili lunghezze d'onda ne esiste una a cui corrisponde l'irradianza massima. Tale lunghezza d'onda (λ_{max}), funzione della sola temperatura del corpo nero, si ottiene in base alla relazione seguente (*legge di Wien*):

$$\lambda_{\max} = a/T \qquad [3.3]$$

in cui la costante numerica *a* è pari a 2897 (μm·K).

L'ammontare totale di emissione, cioè l'integrale della distribuzione di irradianza rispetto alla lunghezza d'onda, *E** è anch'essa funzione della sola temperatura del corpo nero ed è data dalla *legge di Stefan-Boltzmann*:

$$E^* = \sigma_{SB} T^4 \qquad [3.4]$$

in cui *E** è espressa in ($W \cdot m^{-2}$) e la costante σ_{SB} (costante di Stefan Boltzmann) è pari a $5.67 \cdot 10^{-8}$ $Wm^{-2}K^{-4}$; tale variabile prende il nome di *Irradianza o Flusso Radiativo*. Se si considera il sole, si ha che $E^* = 63.28 \cdot 10^6 W \cdot m^{-2}$: l'irradianza solare è, quindi, veramente enorme, soprattutto rispetto a quella terrestre che, in base alla (3.4) e ad una temperatura media di 300 K, è di circa 459 $W \cdot m^{-2}$.

3.1.1.3 Emissione di radiazione da corpi sferici

La radiazione emessa da una sorgente sferica *decresce col quadrato della distanza* dal centro della sfera: se R_1 è il raggio della sfera che emette la radiazione e R_2 è il raggio di una sfera che ha lo stesso centro della prima e dimensioni maggiori, la *legge dell'inverso del quadrato della distanza* dice che:

$$E_2^* = E_1^* \cdot (R_1 / R_2)^2 \qquad [3.5]$$

da cui si vede come l'emissione specifica di un corpo sferico decresca molto rapidamente con l'allontanarsi dal suo centro. In particolare, se $E_1^* = 63.28 \cdot 10^6$ W m^{-2} e $R_1 = 6.96 \cdot 10^5$ km (raggio di sole), su una sfera con $R_2 = 149.6 \cdot 10^6$ km (raggio dell'orbita terrestre), E_2^* ammonta a 1370 W m^{-2}: si vede quindi che l'energia solare giunge alla superficie terrestre ridotta di un fattore $2.16 \cdot 10^{-5}$.

Se si schematizza la propagazione della radiazione da un corpo sferico con un insieme di raggi (o percorsi luminosi rettilinei) che partono dal centro della sfera, *l'irradianza è l'ammontare di energia che nell'unità di tempo attraversa una superficie di area unitaria posta perpendicolarmente al raggio stesso*. Se la superficie non è perpendicolare al raggio (*Fig.3.2*), la radiazione specifica che raggiunge tale super4ficie risulta ridotta, secondo quanto previsto dalla *legge del seno*:

$$E' = E^* \sin(\Psi) \qquad [3.6]$$

dove Ψ è l'*angolo di elevazione*.

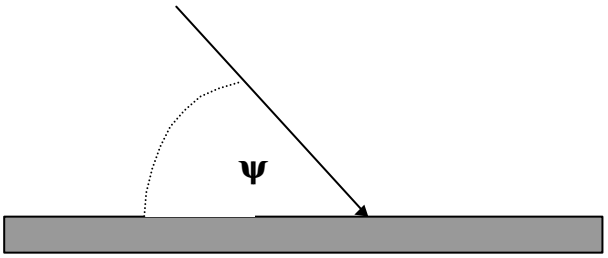

Fig.3.2: irradianza su una superficie non perpendicolare.

3.1.1.4 Assorbimento, riflessione e trasmissione

Le relazioni che descrivono l'emissione di radiazione elettromagnetica, forniscono l'emissione massima possibile, cioè quella caratteristica del corpo nero, in pratica quella caratteristica di una cavità interamente occupata dal campo elettromagnetico. Le relazioni proposte valgono, quindi, quando il campo elettromagnetico intrappolato nella cavità raggiunge l'equilibrio con gli atomi che costituiscono le pareti. Nello studio del *PBL* non si incontrano mai veri e propri corpi neri, ma solo corpi caldi il cui comportamento si scosta più o meno dal comportamento teorico del corpo nero.

Si consideri un generico corpo reale ad una data temperatura e si analizzi la radiazione da esso emessa ad una data lunghezza d'onda λ. Sia E^*_λ l'irradianza prevista dalla legge di Planck e E_λ l'irradianza propria del corpo in esame. Si definisce *emissività* e_λ il rapporto:

$$e_\lambda = E_\lambda / E^*_\lambda \qquad [3.7]$$

che rappresenta la frazione di radiazione di corpo nero emessa realmente dal corpo.

Si definisce, invece, *coefficiente di assorbimento* a_λ la frazione di radiazione, incidente su una superficie, che viene assorbita dal corpo stesso ad una data lunghezza d'onda. La *legge di Kirchhoff* afferma che, per un dato corpo ed una data lunghezza d'onda, il coefficiente di assorbimento è uguale alla emissività, cioè che:

$$a_\lambda = e_\lambda \qquad [3.8]$$

Per *trasparenza* di un corpo si intende il fatto che parte (o tutta) dell'energia incidente su di esso viene trasmessa al suo interno. E' quindi possibile definire un *coefficiente di trasmissione* t_λ definito come la frazione di radiazione incidente con lunghezza d'onda λ che viene trasmessa attraverso il corpo.

Se parte della radiazione viene trasmessa attraverso il corpo, una parte viene anche riflessa dal corpo stesso. Pertanto è possibile definire *riflettività* r_λ (normalmente indicata col termine di *albedo*) la frazione di radiazione a lunghezza d'onda λ che viene riflessa dal corpo in esame. Per la conservazione dell'energia è necessario che:

$$a_\lambda + r_\lambda + t_\lambda = 1 \qquad [3.9]$$

E' noto che a_λ, r_λ, t_λ variano al variare della lunghezza d'onda. Per esempio la neve fresca riflette circa il 90% della radiazione incidente nella banda dell'ultravioletto e del visibile, ma molto poco nella banda dell'infrarosso. Per scopi pratici, invece di considerare una singola lunghezza d'onda, è anche possibile esaminare l'effetto complessivo su una banda più o meno vasta. Risulta quindi possibile definire un *coefficiente di emissività integrale* ed un *coefficiente di albedo integrale*. In *Tab.3.3* viene riportato il valore di emissività integrale (riferito a 20°C) per alcune tipiche superfici naturali.

Tipo di Superficie	Emissività Integrale
Acqua	0.86
Ghiaccio	0.92
Neve	0.99
Vegetazione	0.94
Terreno nudo	0.97

Tab.3.3: alcuni esempi di coefficiente di emissività integrale.

3.1.2 LA RADIAZIONE AD ONDA CORTA

3.1.2.1 Alcune considerazioni astronomiche

La *legge di Keplero* asserisce che i pianeti del sistema solare si muovono attorno al sole su orbite ellittiche. La relazione tra il periodo di ciascuna orbita e la distanza media del pianeta dal sole è:

$$Y = a \cdot R^{3/2} \qquad [3.10]$$

dove a vale circa 0.1996, la distanza Y è espressa in giorni terrestri e R in 10^9m. Nel caso della Terra, dato che il raggio medio dell'orbita terrestre è $149.6 \cdot 10^9$ m, il periodo è di 365.2 giorni, che è appunto la durata corretta dell'anno terrestre.

La Terra e la Luna ruotano attorno al loro comune centro di gravità con un periodo di 27.32 giorni. In prima approssimazione il baricentro Terra-Luna segue un'orbita ellittica con un periodo di circa 365.2 giorni come evidenziato nella *Fig.3.3*. La lunghezza del *semiasse maggiore a* dell'ellisse è $149.457 \cdot 10^9$ m, mentre la lunghezza del *semiasse minore b* è $149.090 \cdot 10^9$ m. Il centro del Sole è posto in uno dei fuochi dell'ellisse e la semidistanza tra i due fuochi c è di $2.5 \cdot 10^9$ m. Come si può notare l'orbita è molto

vicina ad essere un'orbita circolare. L'*afelio* è il punto dell'orbita in cui la distanza Terra-Sole è la massima possibile (ciò che ha luogo il 4 di Luglio) ed il *perielio* è il punto dell'orbita in cui la Terra ed il Sole sono più vicini (ciò che capita il 3 di Gennaio). L'angolo ν tra il perielio e la posizione generica del baricentro Terra-Luna sull'orbita (circa coincidente con la posizione del centro della Terra) viene indicato col termine *vera anomalia*. Esso aumenta durante l'anno e raggiunge il minimo alla data del perielio (τ). Si definisce *anomalia media*:

$$M = 2\pi\,(t-\tau)/P \qquad [3.11]$$

dove t è il giorno, τ è il 3 di Gennaio e P è la durata dell'anno (365.25 giorni). Se si indica con ξ *l'eccentricità* dell'orbita, definita come $\xi = c/a$ (che nel caso in esame vale 0.0167), una relazione semplice, ma approssimata, per determinare la distanza Sole-Terra in funzione del tempo, è la seguente:

$$R = a\,\frac{1-\xi^{2}}{1+\xi\cos(\nu)} \qquad [3.12]$$

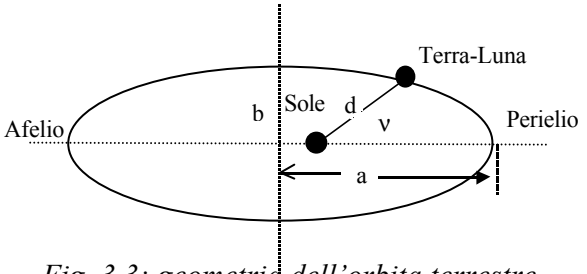

Fig. 3.3: geometria dell'orbita terrestre.

E' opportuno ricordare il concetto di *latitudine e longitudine*, concetti che consentono di localizzare in maniera univoca ogni punto della superficie terrestre. Per una comprensione efficace dei due concetti è molto più utile riferirsi alla *Fig.3.4*, autoesplicativa. Va solo ricordato che le latitudini sono positive nell'emisfero Nord e vanno da -90° a + 90°, mentre le longitudini sono positive ad Ovest del meridiano di Greenwich e vanno da -180° a +180°.

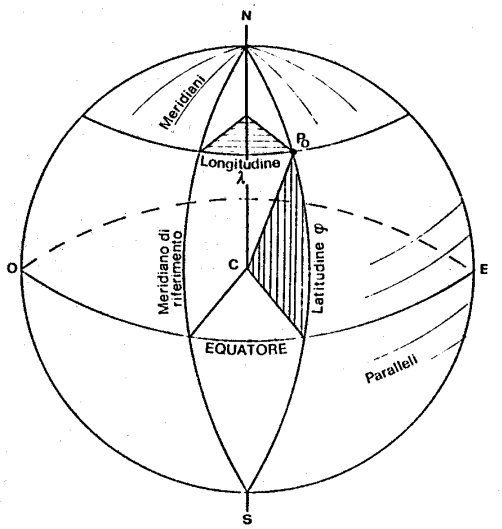

Figura 3.4: Latitudine e longitudine.

L'asse di rotazione terrestre è inclinato rispetto al piano dell'orbita terrestre (*eclittica*) e tale inclinazione è Φ_r =23.45°. Per definizione, questo angolo è pari alla latitudine del Tropico del Cancro nell'Emisfero Nord. Il tropico del Capricorno nell'Emisfero Sud ha lo stesso valore assoluto di latitudine, ma segno negativo.

L'*angolo di declinazione Solare* δ_S è l'angolo che esiste tra l'eclittica (il piano occupato dall'orbita del sistema Terra-Luna attorno al Sole) ed il piano equatoriale. Dato che la direzione dell'inclinazione dell'asse terrestre è circa costante rispetto alle stelle fisse, la declinazione solare varia da 23.45° al 22 Giugno (*Solstizio d'estate* nell'emisfero Nord) a -23.45° al 22 Dicembre (*Solstizio d'inverno*).

Si definisce *giorno Giuliano d* il numero caratteristico del giorno corrente, contato in progressione crescente dal primo di Gennaio. Il Solstizio d'Estate, per gli anni non bisestili, corrisponde al giorno Giuliano 173 (d_r) e l'ultimo giorno dell'anno è il giorno Giuliano 365 (d_Y). Nel caso degli anni bisestili esso vale 366. Premesso ciò, *l'angolo di declinazione solare* è dato dalla relazione approssimata seguente:

$$\delta_s = \Phi_r \cdot \cos\left[\frac{2\pi(d - d_r)}{d_Y}\right] \qquad [3\text{-}13]$$

Dato che la Terra ruota attorno al proprio asse, l'*angolo di elevazione solare locale* Ψ del sole rispetto all'orizzonte cambia durante la giornata ed è nullo all'alba ed al tramonto. Esso dipende dalla latitudine Φ e dalla longitudine λ_e del punto considerato sulla superficie terrestre, secondo la relazione:

$$\sin\Psi = \sin(\Phi)\cdot\sin(\delta_s) - \cos(\Phi)\cdot\cos(\delta_s)\cos\left[\frac{2\pi t_{UTC}}{t_d} - \lambda_e\right] \qquad [3.14]$$

dove t_{utc} è l'ora di Greenwich e t_d è la durata del giorno pari a 24 ore. Con *angolo orario*, si intende, in prima approssimazione, l'angolo seguente, espresso in (°):

$$\omega = 15(12 - t) \qquad [3.15]$$

dove t è l'ora locale. Come si può vedere, ω vale +30° alle ore 10 e –45° alle ore 15.

L'*alba* ed il *tramonto geometrici* si hanno quando il centro del sole ha un angolo di elevazione nullo; si hanno un'*alba ed un tramonto apparenti* quando la parte alta del cerchio solare scende sotto l'orizzonte, cosa che corrisponde ad un angolo di -0.267°, se visto dalla superficie terrestre. La rifrazione della luce attraverso l'atmosfera porta questo angolo ad un valore, in modulo, ancora più elevato e pari a -0.833°. A questo punto la superficie terrestre non riceve più *direttamente* luce del sole, anche se può ancora riceverne *indirettamente*, a causa dello *scattering* delle molecole di aria della parte alta dell'atmosfera illuminata dal sole. L'intervallo di tempo in cui la luce così ottenuta è presente alla superficie terrestre è chiamata *crepuscolo* (*twilight*). Anche se il crepuscolo spesso ha una durata soggettiva, tuttavia sono state date alcune definizioni oggettive, indicate come definizione civile, militare e astronomica, indicate in *Tab.3.4*. L'istante a cui avvengono tutti questi eventi può essere calcolato inserendo nella relazione seguente il valore opportuno di Ψ*:*

$$t_{UTC} = \frac{t_d}{2\pi}\left\{\lambda_e \pm \cos^{-1}\left[\frac{\sin(\Phi)\sin(\delta_s) - \sin(\Psi)}{\cos(\Phi)\cos(\delta_s)}\right]\right\} \qquad [3.16]$$

In tale relazione si usa il segno positivo per l'alba ed il segno negativo per il tramonto. L'importante poi è convertire l'ora di Greenwich in ora locale.

Definizione di ALBA/TRAMONTO	ψ (°)
Geometrico	0
Apparente	-0.833
Definizione di CREPUSCOLO	
Civile	-6
Militare	-12
Astronomico	-18

Tab.3.4: definizione di alba/tramonto e di crepuscolo.

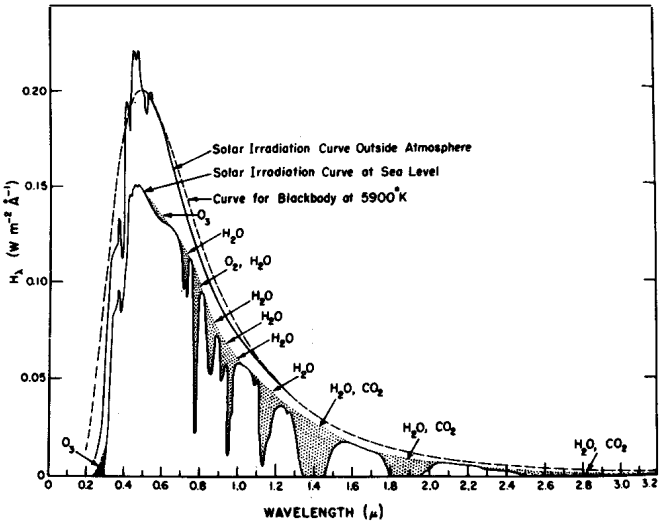

Fig. 3.5: spettro solare ed emissività monocromatica di un corpo nero a 6000 K (da Liou, 1992).

3.1.2.2 Irradianza solare alla sommità dell'atmosfera

Il sole emette energia radiante come un corpo nero alla temperatura di circa 6000 K. In accordo con la legge di Wien, lo spettro dell'irradianza monocromatica presenta il valore massimo ad una lunghezza d'onda pari a circa 0.48 μm ed un intervallo spettrale compreso tra 0.2 e 4 μm (cioè tra l'ultravioletto ed il vicino infrarosso) in cui il trasferimento radiativo di energia solare è significativo. In *Fig.3.5* è presentata la distribuzione spettrale delle irradianze monocromatiche del sole sia fuori che dentro l'atmosfera, comparata con il corrispondente spettro di un corpo nero a pari temperatura. Solamente nell'ultravioletto la distribuzione dell'irradianza solare al di fuori dell'atmosfera devia da quella del corpo nero a 6000 K, a causa delle macchie solari. Lo spettro solare entro l'atmosfera risulta abbastanza diverso da quello rilevato al di sopra di essa, a causa dell'interazione tra la radiazione solare ed i alcuni dei gas che la compongono.

Se si usa la relazione di Stefan-Boltzmann, si ottiene l'***Irradianza Solare***, cioè l'integrale su tutto lo spettro delle lunghezze d'onda dell'Irradianza monocromatica. Se, in prima approssimazione, si

considera l'orbita terrestre attorno al sole di forma circolare, si ottiene per l'Irradianza Solare alla sommità dell'atmosfera il valore di circa 1370 Wm^{-2}. Tale valore non tiene conto di due fatti importanti. Il primo deriva dalla constatazione che l'orbita terrestre è ellittica e che quindi questo valore di irradianza varia col tempo. Il secondo fatto deriva dalla rotazione terrestre attorno al proprio asse. Tenendo conto di tutto ciò, si ottiene la relazione seguente che esprime l'evoluzione temporale dell'irradianza solare alla sommità dell'atmosfera:

$$E = \begin{cases} S_0 \cdot f \cdot \sin(\Psi) & \text{se } \Psi > 0 \\ 0 & \text{se } \Psi \le 0 \end{cases} \qquad [3.17a]$$

in cui S_o è la costante solare (1370 Wm^{-2}) ed f è la funzione che tiene conto dell'elitticità dell'orbita terrestre data da:

$$f = 1.000110+0.034221 \cos d_O + 0.001280 \sin d_O + 0.000719 \cos 2d_O + 0.000077 \sin 2d_O \qquad [3.17b]$$

con d pari al giorno giuliano e d_o pari $d_o = \pi(d-1)/365$.

Per concludere, va ricordato che la radiazione solare presenta un picco spettrale attorno a lunghezze d'onda dell'ordine di 0.5μ; per questo viene denominata *radiazione ad onda corta***.** Tale flusso radiativo è rivolto verso il suolo e normalmente viene indicato col simbolo $R_{SW0}^{\downarrow}$.

3.1.2.3 Irradianza in atmosfera ed al suolo

In assenza di nubi e di inquinamento rilevante, la radiazione solare che attraversa l'atmosfera viene in parte assorbita da alcuni suoi costituenti gassosi ed in parte diffusa (*scattering*) dagli stessi. D'altro canto la radiazione ad onda corta che raggiunge il suolo viene riflessa e, quindi, ad una generica quota z si avrà un flusso radiativo ad onda corta rivolto verso il basso $R_{SW}^{\downarrow}$ ed un altro flusso, sempre ad onda corta, rivolto verso l'alto $R_{SW}^{\uparrow}$.

L'assorbimento della radiazione solare che fluisce verso il suolo è causato principalmente dalla presenza in atmosfera di alcuni gas come il vapor d'acqua, la CO_2 e O_2; tra essi, comunque, il *principale assorbitore* di radiazione solare è sicuramente il *vapor d'acqua*. L'effetto di tali gas sullo spettro solare rilevato al suolo lo si può vedere sempre nella *Fig.3.5*. Inoltre nella *Fig.3.6* viene presentato il coefficiente di assorbimento in funzione della lunghezza d'onda della radiazione per i vari gas presenti in atmosfera.

L'obiettivo che ora ci si pone è quello di stimare come la radiazione solare ad onda corta venga attenuata nel passare attraverso l'atmosfera. Per fare ciò (Pielke, 1984), per prima cosa si consideri una generica colonna d'aria di sezione unitaria che si estende dalla generica quota z alla sommità dell'atmosfera (idealmente ad una quota infinita, caratterizzata da una pressione nulla). La massa totale di vapor d'acqua presente in tale colonna sarà pari a:

$$W(z) = \int_z^{\infty} \rho dz' \qquad [3.18]$$

in cui ρ è la *densità del vapor d'acqua* alla generica quota *z'*. In condizioni stazionarie, l'equazione idrostatica applicabile all'aria umida è:

$$\frac{dp}{dz} = -g\rho_a(1+r) \qquad [3.19a]$$

dove ρ_a è la *densità dell'aria secca* ed *r* è il rapporto di mescolanza. Da tale equazione si ottiene:

$$dz = -\frac{1}{g\rho_a(1+r)}dp \qquad [3.19b]$$

per cui la (3.18) diventa:

$$W(p) = -\frac{1}{g}\int_p^0 \frac{\rho}{\rho_a(1+r)}dp' = \frac{1}{g}\int_0^p q(p')dp' \cong \frac{1}{g}\int_0^p r(p')dp' \qquad [3.20]$$

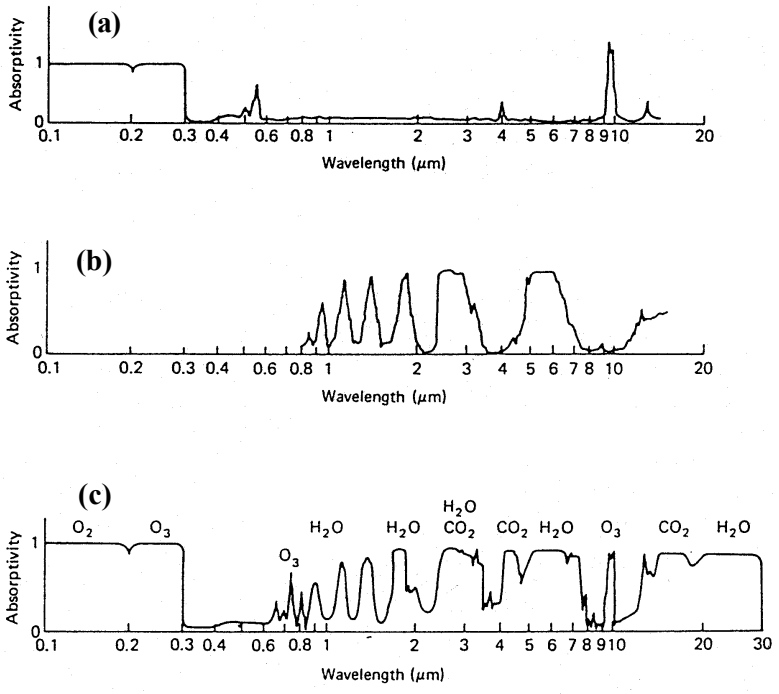

Fig. 3.6: spettro di assorbimento per (a) l'ossigeno molecolare e l'ozono, (b) per l'acqua e (c) per l'atmosfera (da Liou,1992).

L'integrale presente nella (3.20) rende difficoltosi i calcolo pratici, per i quali normalmente si dispone di un profilo verticale di *r*. Per semplificarli, si può operare nel modo seguente:

- si suddivida la colonna di aria originaria in *M* spezzoni. Se si considera il *k*-esimo, sia Δp_k la differenza di pressione tra la base inferiore e quella superiore dello spezzone, sia r_k il rapporto di mescolanza supposto costante in tutto lo spezzone e sia z_k la quota della base dello spezzone;

- per ogni spezzone si avrà:

$$w_k = \frac{1}{g} r_k \Delta p_k \quad \text{e quindi} \qquad W(z_k) = \sum_{j=k}^{M} w(z_j)$$

Quest'ultima relazione somma i contributi di tutti i segmenti di aria della colonna che sovrastano il segmento *k*-esimo, fino ad una quota (la *M*-esima appunto) dove il contributo diviene trascurabile. Si è quindi approssimato l'integrale della (3.20). L'uso di questa relazione (o della sua approssimazione) discreta richiede alcune considerazioni relativamente alle unità di misura. Se le misure di pressione sono espresse in (mb), allora si ha che:

$$W(z_k)\big|_{kg/m^2} = 100 \cdot W(z_k) \qquad W(z_k)\big|_{g/cm^2} = 10 \cdot W(z_k)$$

Quanto fin qui calcolato è la massa di vapor d'acqua in grado di assorbire la radiazione solare incidente.

Il coefficiente di assorbimento, in generale, dipenderà dalla lunghezza d'onda della radiazione stessa, tuttavia, integrando su tutto lo spettro solare, è stata ricavata la relazione semiempirica seguente per il *coefficiente di assorbimento globale* a_v, che varia al variare della quota nel modo seguente:

$$a_v(z) = 0.077 [W(z)/\cos\zeta]^{0.3} \qquad [3.21]$$

dove *W(z)* è espresso in *(g/cm²)* e ζ è *l'angolo di zenith*, pari a $\pi/2$-Ψ.

Oltre ad essere assorbita, la radiazione solare incidente viene anche diffusa (*scattering*) da alcuni costituenti gassosi dell'atmosfera come O_3,O_2 *e* CO_2. Per tener conto globalmente di questo fenomeno, è stata proposta una relazione semiempirica che definisce *il coefficiente di trasmittanza t* dell'irradianza ad onda corta come:

$$t = 1.03 - 0.08\sqrt{\left[9.49 \cdot 10^{-4}\, p + 0.051\right]/\cos(\varsigma)} \qquad [3.22]$$

dove la pressione è misurata in (mb). Noto il coefficiente di assorbimento del vapor d'acqua e l'effetto di diffusione operato dagli altri gas atmosferici, è possibile a questo punto valutare quanta radiazione solare diretta è in "avvicinamento" ad una certa quota *z:*

$$R_{sw}^{\downarrow} = E \cdot [t - a_v(z)] \qquad [3.23]$$

Una parte della radiazione ad onda corta che raggiunge il suolo (la somma quindi della componente diretta e della componente diffusa) viene riflessa dalla superficie terrestre che possiede un coefficiente di riflettività in generale variabile con la lunghezza d'onda della radiazione incidente. Nelle applicazioni pratiche, quello che è veramente interessante è il rapporto tra la radiazione ad onda corta che complessivamente viene riflessa dal suolo e la radiazione dello stesso tipo che complessivamente raggiunge il suolo, cioè il coefficiente di *albedo* (α) *superficiale o integrale*, dato che non distingue tra radiazioni a differenti lunghezze d'onda. I valori assunti dall'albedo sono differenti a seconda del tipo di suolo considerato: per esempio, l'albedo vale circa 0.95 per una distesa nevosa (che quindi riflette quasi tutta la radiazione incidente) e 0.05 per un suolo scuro ed umido (che quindi trattiene quasi tutta la radiazione incidente). In *Tab.3.5* sono raccolti alcuni tipici valori del coefficiente di albedo. Dall'osservazione sperimentale è noto che il coefficiente di albedo integrale non è una costante,

nemmeno per una superficie totalmente uniforme, ma varia con l'angolo di elevazione solare e con l'umidità. Una tipica relazione analitica che consente di stimare il coefficiente effettivo di albedo α caratteristico di una data superficie, una volta noto il suo valor medio α' (come dedotto dalla *Tab.3.5*) e l'angolo di elevazione solare Ψ (in gradi) è (Paltridge e Platt, 1976):

$$\alpha = \alpha' + (1-\alpha') \cdot \exp\left[-0.1\Psi - 0.5(1-\alpha')^2\right] \qquad [3.24]$$

da cui risulta evidente come il coefficiente di albedo integrale sia tanto maggiore quanto più basso è il sole sull'orizzonte.

Superficie	***Albedo***		***Superficie***	***Albedo***
neve fresca	0.75 - 0.95		strada non asfaltata	0.18 - 0.35
neve vecchia	0.35 - 0.75		calcestruzzo	0.15 -0.37
ghiaccio grigio	0.6		edifici	0.09
acqua profonda	0.05 - 0.2		area urbana media	0.15
suolo scuro e umido	0.06 - 0.08		campo incolto	0.05 - 0.12
suolo chiaro e secco	0.16 -0.18		grano	0.10 - 0.23
suolo rosso	0.17		riso	0.12
argilla umida	0.16		canna da zucchero	0.15
argilla secca	0.23		segale invernale	0.18 - 0.23
terriccio umido	0.16		mais	0.18
terriccio secco	0.23		tabacco	0.19
suolo sabbioso	0.20 - 0.25		patate	0.19
suolo di torba	0.05 - 0.15		cotone	0.20 - 0.22
calce	0.45		sorgo	0.20
gesso	0.55		foreste di conifere	0.05 - 0.15
lava	0.10		foreste decidue	0.10 - 0.25
granito	0.12 - 0.18		prato verde	0.26
sassi	0.20 - 0.30		pascolo verde	0.10 -0.20
tundra	0.15 - 0.20		savana	0.15
dune di sabbia	0.20 - 0.45		steppa	0.20
strada asfaltata	0.05 - 0.15		deserto	0.20 - 0.35

Tab. 3.5 : tipici valori del coefficiente di albedo integrale.

Da quanto detto, la radiazione solare assorbita dal suolo risulta alla fine pari a:

$$R_{SWG} = (1-\alpha) \cdot E(t - a_v) \qquad [3.25]$$

L'albedo determina un flusso di radiazione ad onda corta verso l'alto, che al suolo è pari a:

$$R_{SWG}^{\uparrow} = -\alpha \cdot R_{SWG} \qquad [3.26]$$

mentre ad una quota generica z si ha:

$$R_{SW}^{\uparrow} = -\alpha \cdot \beta \cdot R_{SWG} \cdot (a_v(0) - a_v(z)) \qquad [3.27]$$

dove il coefficiente β tiene conto della possibilità che la radiazione riflessa abbia un orientamento

preferenziale. Normalmente, comunque, si fa l'ipotesi abbastanza realistica che tale riflessione sia isotropica, pertanto (Pielke, 1984) β viene posto pari a 2. Come è visto nel Cap.2, è importante conoscere il gradiente netto della radiazione ad onda corta ad ogni quota del *PBL*, dato che è un termine importante nell'equazione che esprime il bilancio di calore. Tale gradiente è dato da:

$$\left.\frac{\partial R}{\partial z}\right|_{SW} = \frac{\partial R_{SW}^{\downarrow}}{\partial z} + \frac{\partial R_{SW}^{\uparrow}}{\partial z} \qquad [3.28]$$

La grandezza:

$$S_{\theta_{SW}} = -\frac{1}{\rho C_p}\left.\frac{\partial R}{\partial z}\right|_{SW} \qquad [3.29]$$

è la variazione della temperatura con la quota dovuta all'irradianza solare che attraversa l'atmosfera ed interagisce col suolo. Va ricordato che nella presentazione delle relazioni precedenti si è ipotizzato di considerare positive le radiazioni in avvicinamento al suolo e negative quelle in allontanamento.

Tutto quanto detto si riferisce a situazioni in cui le nubi sono assenti. Quando tali fenomeni sono presenti, tutto si fa estremamente complesso ed è impossibile trattare qui questo argomento. La stessa cosa vale quando si stanno considerando situazioni in cui l'inquinamento atmosferico è decisamente intenso. In questo caso, specialmente nelle ore convettive, nell'intero *ML* è presente una concentrazione pressoché uniforme di varie specie chimiche, cosa che può produrre seri problemi alla trasmissione della radiazione: la manifestazione più nota di tale effetto è la riduzione della visibilità. La trattazioni di queste problematiche è estremamente complessa e per essa si rimanda a Pielke (1984) e a Moussiopoulos (1987).

Quanto fin qui presentato è utile soprattutto quando si devono stimare i gradienti di irradianza solare entro l'intero *PBL*, cosa normalmente richiesta dai modelli numerici di *PBL*. Va comunque rilevato che in molte applicazioni pratiche si è costretti a dover utilizzare il valore dell'irradianza solare totale al suolo. Se si hanno misure dirette, sia della componente discendente, sia della componente riflessa, il problema è risolto alla radice. In caso contrario è d'obbligo la stima approssimata di queste grandezze. Normalmente quello che si ha a disposizione per tali stime è:

- la posizione del luogo di cui si è interessati (latitudine e longitudine),
- il tempo (data e ora),
- le caratteristiche fisiche della superficie terrestre (il coefficiente di albedo),
- la copertura nuvolosa, cioè la frazione di cielo coperto (normalmente espressa in ottavi o decimi di cielo coperto).

Varie sono le correlazioni presentate in letteratura.

Seguendo Stull (1989), si può definire una *trasmissività globale del PBL* T_k, cioè la frazione di radiazione che raggiunge la superficie terrestre, nel modo seguente:

$$T_k = (0.6 + 0.2\sin\Psi)\cdot(1 - 0.4\sigma_{C_H})\cdot(1 - 0.7\sigma_{C_M})\cdot(1 - 0.4\sigma_{C_L}) \qquad [3.30a]$$

dove σ_c è la copertura del cielo e i pedici H, M, L hanno il significato di nubi alte, medie e basse. In assenza di nubi e col sole allo zenit, T_k =0.8. Se il sole è allo zenit con una copertura totale del cielo a

tutti i tre livelli, $T_k=0.086$. Premesso ciò, un'espressione approssimata per il calcolo della radiazione totale ad onda corta in arrivo è la seguente:

$$R_0^{\downarrow} = \begin{cases} S_0 T_k \sin\Psi & \text{di giorno} \quad (\text{i.e.} \operatorname{sen}\Psi > 0) \\ 0 & \text{di notte} \quad (\text{i.e.} \operatorname{sen}\Psi = 0) \end{cases} \qquad [3.30b]$$

La radiazione ad onda corta riflessa risulta quindi pari a:

$$R_0^{\uparrow} = -\alpha \cdot R_0^{\downarrow} \qquad [3.31]$$

dove con α si è indicato il coefficiente effettivo di albedo, che tiene conto anche dall'effetto dovuto all'angolo di elevazione solare.

Molto usata è la correlazione seguente, soprattutto nei preprocessori meteorologici realizzati per organizzare i dati meteorologici in una forma adatta all'uso richiesto dai modelli di dispersione degli inquinanti in atmosfera. Seguendo il lavoro di Kasten e Czeplak (1980), rianalizzato da De Bruin e Holtslag (1982) e Holtslag e van Ulden (1983), si ha che:

$$R_0^{\downarrow} = \begin{cases} (a_1 \sin\Psi + a_2) \cdot \left(1 + b_1 N^{b_2}\right) & \text{di giorno} \quad (\text{i.e.} \operatorname{sen}\Psi > 0) \\ 0 & \text{di notte} \quad (\text{i.e.} \operatorname{sen}\Psi = 0) \end{cases} \qquad [3.32]$$

dove N è la frazione totale di cielo coperto (variabile tra 0 ed 1), i coefficienti a_1, a_2, b_1 e b_2 assumono rispettivamente i valori di 990, -30, -0.75 e 3.4. Va notato che questa correlazione (come anche la precedente) non ha una validità *assoluta*, visto che tiene conto in maniera molto aggregata dei fenomeni di inquinamento presenti nella località di interesse. Ogni volta che viene usata una tale correlazione analitica, sarebbe buona norma verificare quanto i coefficienti adottati rispecchino la realtà locale. Per chiarire questo concetto va detto che tutti i coefficienti sopra riportati si riferiscono a situazioni dell'Europa del Nord o delle parti settentrionali degli USA. Nella *Tab.3.6* sono presentati alcuni valori attribuiti a tali parametri in differenti situazioni sperimentali.

a_1 (W/m^2)	**a_2** (W/m^2)	**Località**
910	-30	Amburgo (1980)
1100	-50	Nord Atlantico (1964)
1098	-65	Boston (1945)
1041	-69	De Bilt - Olanda (1983)
1087	-209	Mexico City (1992-1993) [Sozzi e al., 1997]

Tab. 3.6: valori di alcuni coefficienti della relazione (3.32) in differenti località.

Di più generale validità è il modello proposta da Kondo e Miura (1985) in grado di stimare, in condizioni di cielo sereno, sia la radiazione solare globale al suolo che la frazione diretta. In particolare, ricordando la (3.18), la *radiazione solare globale al suolo* è data da:

$$R_0^{\downarrow} = E \cdot \left[C_{s1} + 0.7 \cdot 10^{-F1 \cdot \sec(\zeta)}\right] \cdot (1 - i_{s1}) \cdot (1 + j_{s1}) \qquad [3.33a]$$

dove:

$$C_{s1} = \begin{cases} 0.21 - 0.2\beta & \text{se } \beta \le 0.3 \\ 0.15 & \text{se } \beta > 0.3 \end{cases} \qquad [3.33b]$$

$$F1 = 0.056 + 0.16\beta^{1/2} \qquad [3.33c]$$

$$i_{s1} = 0.014(\sec\zeta + 7. + 2x_r)x_r \qquad [3.33d]$$

$$j_{s1} = (0.066 + 0.34\beta^{1/2}) \cdot (A - 0.15) \qquad [3.33e]$$

In queste equazioni β è la turbidità atmosferica (normalmente posta a 0.04), A è l'albedo e x_r è *l'acqua precipitabile* (*cm*) espressa dalla relazione:

$$x_r = 0.0312 \cdot T_{dew} - 0.0963 \qquad [3.33f]$$

dove T_{dew} è la temperatura di rugiada (°C). La *radiazione diretta,* invece, è data dalla relazione seguente:

$$I = E \cdot \left[C_{s2} + 0.75 \cdot 10^{-F2 \cdot \sec(\zeta)}\right] \cdot (1 - i_{s2}) \qquad [3.34a]$$

dove:

$$C_{s2} = \begin{cases} 0.15 - 0.2\beta & \text{se } \beta \le 0.3 \\ 0.09 & \text{se } \beta > 0.3 \end{cases} \qquad [3.34b]$$

$$F2 = 0.075 + 0.65\beta^{1/2} \qquad [3.34c]$$

$$i_{s2} = 0.020(\sec\zeta + 5.5 + 1.5x_r)x_r \qquad [3.34d]$$

Queste relazioni presuppongono condizioni di cielo sereno. Quando, invece, è presente una copertura nuvolosa espressa in termini di frazione di cielo coperto N, la radiazione globale così calcolata va moltiplicato per $(1+b_1N^{b2})$, dove i coefficienti b_1 e b_2 assumono gli stessi valori proposti per la (3.32).

Finora sono state considerate solo superfici orizzontali. Se invece si vuol valutare la *radiazione solare globale* su *una superficie inclinata e comunque orientata ed in una situazione di cielo sereno*, è necessario considerare le relazioni seguenti. Detta s l'*inclinazione* della superficie sull'orizzontale e γ il *suo angolo azimutale* (che, nell'emisfero settentrionale, è definito come l'angolo esistente tra la proiezione sul piano orizzontale della normale alla superficie e la direzione Sud, positivo per le superfici affacciate verso Est e negativo per le superfici affacciate verso Ovest), *la radiazione globale incidente* su una tale superficie può essere calcolata, una volta nota la radiazione diretta S e diffusa D su una superficie orizzontale, nella maniera seguente (Oke, 1987):

$$R_{glob} = S\frac{\cos\theta}{\sin\Psi} + D(1+\cos(s))/2 + A(S+D)\cdot(1-\cos(s))/2 \qquad [3.35a]$$

dove

$$\begin{aligned} \cos\theta = {} & \cos(\Phi)\cos(s)\cos(\delta)\cos(\omega) + sen(\Phi)\sin(s)\cos(\gamma)\cos(\delta)\cos(\omega) + \\ & \sin(s)\sin(\gamma)\cos(\delta)\sin(\omega) + \\ & + \sin(\Phi)co(s)\sin(\delta) - \cos(\Phi)\sin(s)\cos(\gamma)\sin(\delta) \end{aligned} \qquad [3.35b]$$

3.2 RADIAZIONE AD ONDA LUNGA

Tutto il *PBL* nel suo complesso può essere visto come un volume gassoso non omogeneo caratterizzato da una distribuzione di temperatura variabile da punto a punto, ma compresa in un intervallo tale da essere comunque molto inferiore alla temperatura caratteristica della superficie solare. Pertanto la radiazione elettromagnetica che gli elementi costituenti del *PBL* emettono ha una lunghezza d'onda molto maggiore di quella della radiazione solare (onda corta). L'intervallo spettrale caratteristico della *radiazione ad onda lunga* è compreso tra 4 e 100 μm. La situazione è tale per cui in pratica non c'è una sovrapposizione spettrale tra i due tipi di radiazione.

3.2.1 LA RADIAZIONE ATMOSFERICA

La maggior parte del volume del *PBL* è occupato dall'aria, che è un corpo *caldo* ed emette radiazione nell'infrarosso. Essa è una sorgente volumetrica distribuita la cui descrizione matematica è molto complessa, soprattutto a causa della presenza di tre gas particolarmente abbondanti: il vapor d'acqua, l'anidride carbonica e l'ozono. La complessità deriva sia dal fatto che tali gas presentano emissività specifiche diverse al variare della lunghezza d'onda della radiazione, sia dal fatto che normalmente la loro distribuzione spaziale è diversa da gas a gas. Limitatamente al *PBL*, mentre l'anidride carbonica ha normalmente una distribuzione spaziale abbastanza uniforme, per quanto riguarda invece l'ozono, la sua presenza più o meno marcata dipende da quanto sia marcato l'inquinamento fotochimico, tipico delle grandi aree urbane. Un discorso a parte deve essere fatto per il vapor d'acqua. Per prima cosa va rilevato che tale gas ha notevoli sorgenti proprio alla superficie terrestre ed inoltre che alla sommità del *PBL* molto spesso ci sono forti concentrazioni di acqua (sia in fase solida, che liquida e gassosa) sotto forma di nubi. Questi tre gas non esauriscono tutti i problemi che si incontrano nella modellizzazione della Radiazione ad onda lunga. Ci sono situazioni in cui l'inquinamento atmosferico è molto forte (come nel caso di grandi aree urbane o di grandi centri industriali) con la presenza di un numero rilevante di sostanze inquinanti di vario genere. Ovviamente tutte queste sostanze contribuiscono a complicare la distribuzione della radiazione ad onda lunga. La trattazione teorica della distribuzione spaziale dei flussi ascendenti e discendenti della radiazione ad onda lunga è di una formidabile complessità. Una trattazione adatta ai modelli numerici di *PBL* può essere trovata in Pielke (1984) e in Liou (1992). In pratica i gradienti verticali dei flussi ascendenti e discendenti della radiazione ad onda lunga sono calcolati usando relazioni del tipo:

$$\frac{\partial R_{lw}^{\uparrow}}{\partial z} = \sigma \frac{d\varepsilon}{dz}\left[T^4 - T_s^4\right] \qquad [3.36a]$$

$$\frac{\partial R_{lw}^{\downarrow}}{\partial z} = \sigma \frac{d\varepsilon}{dz}\left[T_T^4 - T^4\right] \qquad [3.36b]$$

dove con T si è indicata la temperatura (non potenziale ed in K) dell'aria alla quota generica z, con T_s la temperatura del suolo e con T_T la temperatura caratteristica della sommità dell'atmosfera. Per una corretta applicazione delle (3.36) si faccia riferimento a Pielke (1984) e a Moussiopoulos (1987). Anche in questo caso è importante conoscere il gradiente netto della radiazione ad onda lunga ad ogni quota del *PBL*. Tale gradiente è dato da:

$$\left.\frac{\partial R}{\partial z}\right|_{lW} = \frac{\partial R_{lW}^{\downarrow}}{\partial z} + \frac{\partial R_{lW}^{\uparrow}}{\partial z} \qquad [3.37]$$

e la grandezza:

$$S_{\theta_{lW}} = -\frac{1}{\rho C_p}\left.\frac{\partial R}{\partial z}\right|_{lW} \qquad [3.38]$$

è la variazione della temperatura con la quota dovuta ai gradienti verticali di radiazione ad onda lunga. Anche in questo caso si è ipotizzato di considerare positive le radiazioni in avvicinamento al suolo e negative quelle in allontanamento. Per semplificare la trattazione, è stata proposta la seguente relazione (Pielke, 1984) che fornisce una stima ragionevole per il gradiente netto di flusso radiativo ad onda lunga ($K \cdot s^{-1}$):

$$-\frac{1}{\rho C_p}\frac{\partial R_{lw}}{\partial z} = 1.1574 \cdot 10^{-5}\left[0.017(-273.15)T + 1.8\right] \qquad [3.39]$$

in cui la temperatura T è in K.

Spesso nei calcoli di interesse pratico è necessario stimare la radiazione ad onda lunga atmosferica (cioè prodotta dall'atmosfera), usando correlazioni semiempiriche che richiedono informazioni decisamente più semplici da raccogliere. Molte sono le correlazioni proposte in Letteratura e qui ne presentiamo alcune più significative.

Il primo gruppo di correlazioni parte dalla considerazione che $R_{lw0}^{\downarrow}$ è calcolabile mediante la legge di Stefan-Boltzmann:

$$R_{lw0}^{\downarrow} = \varepsilon_a \sigma T^4 \qquad [3.40a]$$

dove T è la temperatura dell'aria nei pressi del suolo e ε_a è l'emissività dell'atmosfera. Questi metodi si differenziano l'un l'altro in base al tipo di correlazione impiegata per esprimere l'emissività. Se si ipotizza che l'emissività dipenda solo dalla tensione di vapore e (mb) e dalla temperatura dell'aria (K), le correlazioni più usate sono le seguenti:

- *correlazione di Brutsaert* (1984):

$$\varepsilon_a = 1.24(e/T)^{1/7} \qquad [3.40b]$$

- *correlazione di Idso* (1981):

$$\varepsilon_a = 0.70 + 5.95 \cdot 10^{-5}\, e \cdot \exp[1500/T] \qquad [3.40c]$$

Queste correlazioni per l'emissività non tengono conto in alcun modo della copertura del cielo. Nel caso, invece, di cielo con copertura nuvolosa pari a N, Pluss e Ohmura (1997) hanno proposto la relazione seguente per l'emissività:

$$\varepsilon_a = \left[0.23 + 0.859(e/T)^{1/8}\right] \cdot \left(1 - N^3\right) + 0.963 N^3 \qquad [3.41]$$

Molto usata nei processori meteorologici a servizio dei principali modelli di dispersione degli inquinanti in

atmosfera è la relazione proposta da Holtslag e van Ulden (1983), derivante dalla rielaborazione di quanto riportato in Swinbank (1963), Paltridge e Platt (1976) e Idso e Jackson (1969). Tale correlazione dipende da T e da N nella semplice maniera seguente:

$$R_{lw0}^{\downarrow} = c_1 T^6 + c_2 N \qquad [3.42]$$

dove i coefficienti c_1 e c_2 valgono rispettivamente $5.31 \cdot 10^{-13}$ e 60 (Holtslag e van Ulden, 1983). Va sottolineato che anche in questo caso il valore numerico dei coefficienti indicati non è da considerarsi una verità universale, ma bensì un insieme di valori validi sicuramente per il nord Europa e America.

3.2.2 LA RADIAZIONE TERRESTRE

La superficie terrestre e tutto ciò che esiste sopra di essa, come i campi coltivati e le foreste, le superfici d'acqua come oceani, mari, laghi e fiumi e le costruzioni umane, sono sorgenti di radiazione elettromagnetica ad onda lunga. Tutto questo complesso insieme di sorgenti radiative di varia natura possono essere considerate un'unica sorgente di tipo area caratterizzata da un coefficiente di emissione ε_s e da una temperatura T_s. Questa schematizzazione conduce immediatamente a dire che in base alla legge di Stefan-Boltzmann :

$$R_{lw0}^{\uparrow} = \varepsilon_s \cdot \sigma T_S^4 \qquad [3.43]$$

In tale relazione ε_S è l'emissività del suolo, funzione del tipo di superficie naturale considerata. Anche se tale parametro è sempre molto vicino all'unità, sono comunque rilevabili alcune differenze. Nella *Tab.3.6* sono presentati i valori caratteristici di alcune superfici naturali.

Natura della superficie	ε_S
Neve fresca	0.99
Neve vecchia	0.82
Sabbia secca	0.95
Sabbia umida	0.98
Torba secca	0.97
Torba umida	0.98
Suolo nudo	0.95 - 0.98
Catrame e ghiaia	0.92
Cemento	0.71÷0.9
Asfalto	0.95
Cemento	0.71÷0.9
Calcare	0.92
Arenaria	0.98
Erba rasata	0.97
Erba alta	0.90÷0.95
Foreste decidue	0.95
Conifere	0.97
Aree urbane	0.85÷0.95
Deserto	0.84÷0.91
Acqua	0.97

Tab.3.6: alcuni valori di emissività superficiale caratteristici.

La difficoltà operativa nell'impiego pratico della (3.43) sta nel fatto che è molto raro che si misuri T_s, mentre è normale misurare T (la temperatura dell'aria ad una quota di riferimento che normalmente è pari a 2 m sopra il suolo). Per aggirare questa difficoltà, in Holtslag e van Ulden (1983) e van Ulden e Holtslag (1985) è stato proposto un ingegnoso metodo approssimato, valido però solo per le ore diurne. In primo luogo, ponendo per semplicità ε_S pari a uno e sviluppando in serie di Taylor la potenza della temperatura T_s, si ha che in prima approssimazione:

$$R_{lw0}^{\uparrow} \cong \sigma T^4 + 4\sigma T^3 \left(T_s - T\right) \qquad [3.44]$$

Detta R_N (*Radiazione Netta)* la somma algebrica delle componenti radiative ad onda corta e lunga (come si discuterà nel prossimo paragrafo), sperimentalmente si è constatato che:

$$4\sigma T^3 \left(T - T_s\right) = -c_H R_N \qquad [3.45]$$

Il coefficiente c_H vale circa 0.12, anche se presenta una variazione in funzione delle caratteristiche del suolo e della umidità dell'aria. Se la prima variazione viene condensata in un coefficiente α (in Tab.3.8 sono raccolti i valori di α per alcune superfici caratteristiche) e se si indica con γ/s il rapporto tra la costante psicrometrica e la derivata della umidità specifica di saturazione rispetto alla temperatura, sempre sperimentalmente si ha che:

$$c_H = 0.38\left[\frac{(1-\alpha)+\gamma/s}{1+\gamma/s}\right] \qquad [3.46]$$

Tipo di suolo	α
Deserto	0.1
Zone aride rurali	0.3
Campi coltivati (durante periodi secchi)	0.5
Aree urbane con edifici e strade	0.5
Zone miste urbane e suburbane con parchi	0.8
Foreste e campi (durante i periodi umidi)	1.0
Larghi specchi d'acqua	1.4

Tab 3.8: valori tipi per il coefficiente α (Hanna e Chang, 1992).

Il rapporto γ/s può essere stimato con la relazione seguente:

$$\gamma/s = \exp\left[-0.055 \cdot \left(T - 279\right)\right] \qquad [3.47]$$

In pratica il modello proposto si riconduce alla semplice relazione:

$$R_{lw0}^{\uparrow} = \varepsilon_s \sigma T^4 + c_H R_N \qquad [3.48]$$

La particolarità di questo modello sta nel fatto che la radiazione all'infrarosso emessa nelle ore diurne dal suolo può essere calcolata facilmente dalla sola conoscenza della temperatura dell'aria e della radiazione netta.

3.3 IL BILANCIO RADIATIVO E LA RADIAZIONE NETTA

Gli scambi radiativi hanno luogo alla *superficie terrestre*, tuttavia è necessario essere più precisi a questo proposito. In teoria, una superficie è un piano che separa due mezzi fisici con differenti proprietà, tuttavia le *superfici naturali* sono a volte abbastanza lontane da questo concetto di superficie ideale. Infatti, è possibile trovare superfici terrestri in movimento (un esempio tipico sono le superfici marine), superfici semitrasparenti (come le superfici marine e le distese ghiacciate e innevate), superfici composte da elementi mobili (fogliame delle piante nei boschi e nelle giungle), superfici con elementi di rugosità estremamente evidenti (come gli alberi nelle foreste e gli edifici nelle città). Per aggirare questo problema, si può definire *superficie attiva* (Oke, 1987) quella superficie ideale in cui la maggior parte dell'energia radiante viene assorbita, riflessa e trasmessa, dove le precipitazioni vengono intercettate, dove avvengono i principali scambi di energia e di massa (cambiamento di stato dell'acqua meteorica) e dove ha luogo la maggior parte delle interazione aerodinamica tra le masse d'aria in movimento e la superficie terrestre. Vista in dettaglio, la superficie attiva non è piana e a volte non è neppure una superficie, tuttavia per ragioni di semplicità faremo riferimento ad una tale superficie ideale nei ragionamenti che seguono.

Analizziamo ora le varie componenti radiative in corrispondenza della superficie attiva e per questo consideriamo la situazione reale evidenziata in *Fig.3.7* dove sono riportati gli andamenti di tutte le componenti radiative considerate in un giorno poco nuvoloso, prese col segno positivo se in avvicinamento alla superficie terrestre e col segno negativo se in allontanamento.

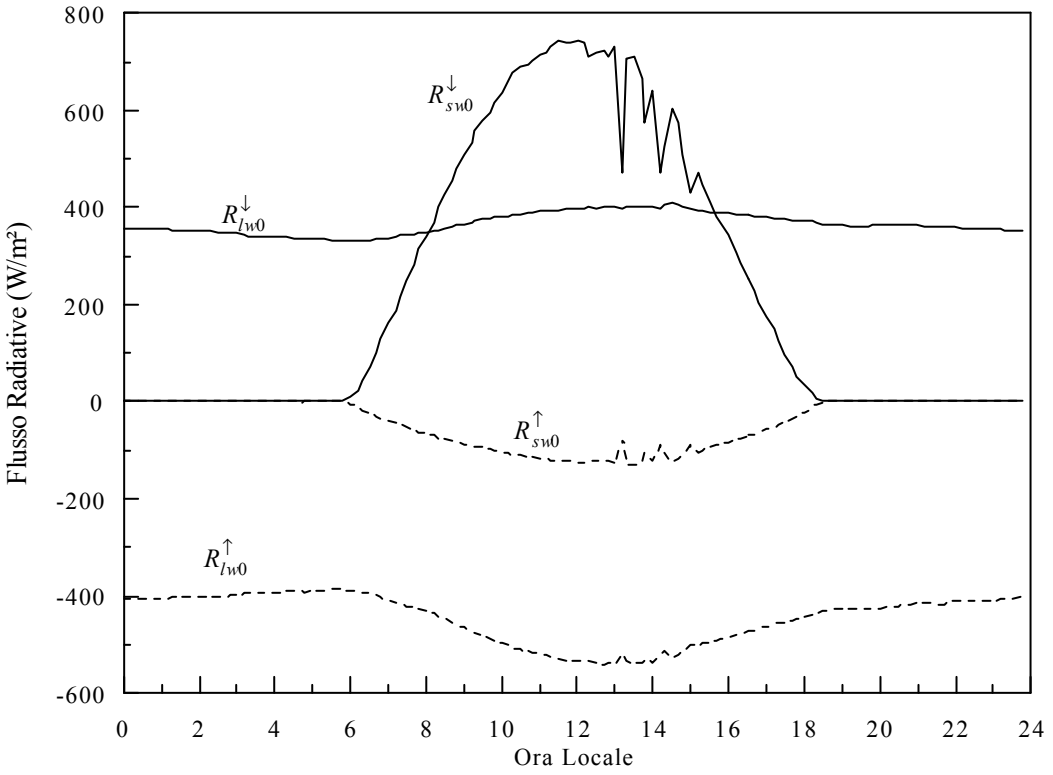

Fig. 3.7: esempio di componenti radiative registrate in una stazione meteorologica al Centro Italia.

La componente solare $R_{sw0}^{\downarrow}$ è sempre nulla durante le ore notturne e presenta un andamento temporale

di tipo quasi sinusoidale nelle ore diurne, conseguenza della sua dipendenza diretta dall'angolo di elevazione solare Ψ. Le irregolarità visibili nelle ore pomeridiane sono il risultato del passaggio di nubi nel cielo che riducono la componente diretta della radiazione solare; tuttavia, se vi osserva con attenzione, si nota che $R_{sw0}^{\downarrow}$, dopo una caduta dovuta al passaggio di una nube, assume valori *superiori al valore tipico di cielo sereno*: questo fenomeno, noto come *broken clouds* deriva dalla riflessione della radiazione con i bordi dei grossi cumuli isolati in movimento nel cielo.

Se si analizza la $R_{sw0}^{\uparrow}$, si vede una perfetta sincronia con $R_{sw0}^{\downarrow}$, propria di tutte le componenti riflesse. Considerando, invece, le componenti infrarosse, si nota che esse sono profondamente differenti. La $R_{lw0}^{\downarrow}$ non presenta sensibili variazioni nel tempo, data la sua dipendenza dalla temperatura dell'aria e dalla sua emissività: le uniche variazioni nel tempo possono essere attribuite solo a variazioni nel tempo dell'inquinamento atmosferico. Viceversa, la radiazione infrarossa emessa dal suolo $R_{lw0}^{\uparrow}$ presenta uno spiccato andamento diurno, sincrono con la radiazione solare e indicativo del riscaldamento del suolo nelle ore diurne causato dalla presenza del sole. L'apporto energetico esterno, prevalentemente rappresentato dalla radiazione solare incidente, alimenta il sistema fisico del *PBL* che reagisce, nell'ambito dei trasferimenti radiativi di energia, con la emissione di radiazione ad onda lunga.

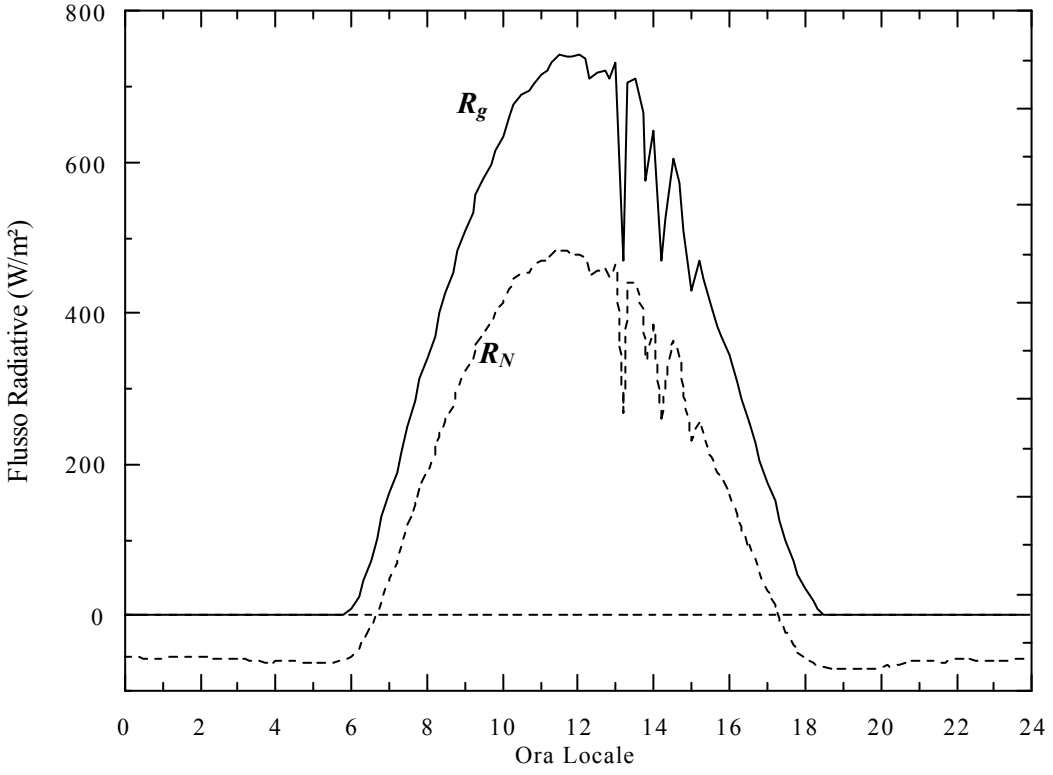

Fig.3.8: Radiazione Solare Globale e Radiazione Netta registrate presso una stazione meteorologica al centro Italia.

Il bilancio di tutte le componenti radiative alla superficie attiva ed in ogni istante è dato dalla relazione:

$$R_N = R_{sw0}^{\downarrow} + R_{sw0}^{\uparrow} + R_{lw0}^{\downarrow} + R_{lw0}^{\uparrow} \qquad [3.49]$$

dove R_N è detta *Radiazione Netta*. Il bilancio non è nullo (cioè la R_N non è sempre nulla), come si può vedere in *Fig.3.8* in cui è graficato l'apporto solare $R_{sw0}^{\downarrow}$ (nel seguito indicato come R_g, Radiazione Solare Globale e che è la vera forzante del *PBL*) e R_N.

Dato non c'è un bilanciamento tra ciò che è in arrivo e ciò che è in partenza, resta dell'energia utile per alimentare l'evoluzione del *PBL*. Il bilancio radiativo all'interfaccia aria-suolo (superficie attiva) determina quindi *quanta energia risulta disponibile al sistema PBL-Suolo*, R_N appunto. L'andamento di R_N segue abbastanza da vicino quello della Radiazione Solare Globale. Fino a poco dopo l'alba essa presenta valori negativi, cosa che sta ad indicare il maggior peso della radiazione infrarossa emessa dal suolo caldo. Quando dall'alto l'apporto energetico sopravanza la radiazione infrarossa persa dal suolo (questo accade poco dopo l'alba e continua a capitare fino a poco prima del tramonto) il segno di R_N diventa positivo.

Frequentemente R_N viene misurata direttamente, tuttavia non è raro il caso in cui sia necessaria una sua stima dalla conoscenza di poche e semplici misure meteorologiche. Per fare ciò, si può per esempio considerare le relazioni (3.32), (3.38), (3.44) e (3.45) e da esse si giunge alla relazione seguente (Holtslag e van Ulden, 1983):

$$R_n = \frac{(1-\alpha)\cdot(a_1 \sin \Psi + a_2)\cdot\left(1+b_1 N^{b_2}\right)+c_1 T^6 + c_2 N - \sigma T^4}{(1+c_H)} \qquad [3.50]$$

Con una tale relazione è possibile stimare la Radiazione Netta pur avendo a disposizione un numero limitato di dati meteorologici.

Per quanto riguarda ciò che succede ad una generica quota z, va detto che l'elemento conoscitivo più importante è costituito dal gradiente verticale della radiazione elettromagnetica che, come visto, determina un contributo alla variazione verticale della temperatura dell'aria. Ricordando quanto detto in precedenza, si ha che:

$$\left.\frac{\partial R}{\partial z}\right|_{tot} = \left.\frac{\partial R}{\partial z}\right|_{SW} + \left.\frac{\partial R}{\partial z}\right|_{lW} = \frac{\partial R_{SW}^{\downarrow}}{\partial z} + \frac{\partial R_{SW}^{\uparrow}}{\partial z}\frac{\partial R_{lW}^{\downarrow}}{\partial z} + \frac{\partial R_{lW}^{\uparrow}}{\partial z} \qquad [3.51]$$

dove devono essere considerate positive le radiazioni in avvicinamento alla superficie terrestre e negative quelle in allontanamento. Pertanto la variazione con la quota della temperatura dell'aria, a causa del bilancio radiativo è data da:

$$S_{\theta_{lW}} = -\frac{1}{\rho C_p}\left[\left.\frac{\partial R}{\partial z}\right|_{tot}\right] \qquad [3.52]$$

3.4 IL FLUSSO DI CALORE NEL TERRENO

La Radiazione Netta rappresenta l'energia disponibile all'interfaccia aria-suolo. Tale *disponibilità energetica* induce di conseguenza un *riscaldamento del suolo* (o dell'acqua se la superficie terrestre nel punto che si sta considerando è costituita da una distesa di acqua come un oceano o un lago). In pratica si ha un *flusso di calore nel terreno* o più in generale nel substrato.

Il suolo normalmente non è un mezzo omogeneo, ma è costituito da particelle solide e da spazi vuoti che possono essere riempiti di aria o di acqua. Dato che il terreno è a diretto contatto con l'atmosfera ed è esposto superficialmente alla radiazione solare, la sua temperatura superficiale presenta una evoluzione tipica diurna e stagionale, mentre la temperatura in profondità presenterà una dinamica decisamente più lenta. Per questo, quindi, attraverso l'interfaccia aria-suolo ha luogo uno scambio di calore che anch'esso avrà una sua evoluzione diurna e stagionale. Il flusso di calore nel terreno ed il suo profilo termico verticale sono determinati dal bilancio energetico superficiale e dalle caratteristiche fisiche del terreno quali la sua densità e diffusività termica. Un meccanismo simile si ha anche quando la superficie è liquida invece che solida.

Se si schematizza il suolo come una piastra piana di dimensione orizzontale e spessore infinito e se si studia il trasferimento del calore al suo interno, è possibile, almeno in prima approssimazione, ritenere che la *conduzione* sia il meccanismo principale di scambio termico, anche se la convenzione e l'irraggiamento non sono completamente assenti. Questa è la ragione per cui il il *flusso specifico di calore* (G) ad una profondità z (al di sotto della superficie) può essere descritto dalla *legge di Fourier*. Se si considera l'asse verticale z positivo se diretto verso il basso, il flusso discendente di calore può essere descritto dalla relazione seguente:

$$G(z) = -K_T \frac{\partial T}{\partial z} \qquad [3.53]$$

dove T è la temperatura del suolo alla profondità z e K_T è la sua conducibilità termica. Nella (3.53) non si è tenuto conto di un eventuale termine legato al calore latente che coinvolge il gradiente verticale di umidità nel terreno, ciò perché spesso tale termine è di scarsa rilevanza, tuttavia la dipendenza di K_T dall'acqua presente nel suolo come umidità è rilevante: in effetti quando piove, l'aria, originariamente presente negli interstizi tra le celle solide e cattiva conduttrice di calore, è rimpiazzata dall'acqua, buon conduttore di calore. Spesso i valori sperimentali di K_T tengono conto in maniera globale di tutto ciò, pertanto è opportuno indicare tale parametro col nome di *conduttività termica apparente*. Va inoltre ricordato che la (3.53) presuppone una omogeneità orizzontale del terreno tale da rendere trascurabili la conduzione di calore in senso orizzontale.

Se non ci sono sorgenti o pozzi di calore, la legge della conservazione del calore porta alla relazione seguente:

$$C_t \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial G}{\partial z} \qquad [3.54]$$

dove $C_t = \rho_t c_t$ .In tale relazione ρ_t è la densità del suolo, c_t è il relativo calore specifico e C_t è la capacità termica volumetrica, cioè la quantità di energia necessaria per innalzare di 1K la temperatura di una unità di volume del terreno. L'equazione (3.54) ha una notevole rilevanza perché, se si considera uno spessore Δz di suolo (cioè uno strato di suolo con superfici orizzontali S_1 ed S_2) e se la capacità termica volumetrica può essere ritenuta costante, l'integrazione della (3.54) porta alla seguente relazione tra il gradiente termico a cavallo dello spessore Δz ed i flussi termici:

$$G_1 - G_2 = -C_t \frac{(T_1 - T_2)}{(z_1 - z_2)} \qquad [3.55]$$

Combinando la relazione (3.53) e la (3.54) si ottiene l'*equazione di conduzione del calore nel suolo:*

$$C_t \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K_T \frac{\partial T}{\partial z} \right) \qquad [3.56]$$

Spesso si può ritenere K_T indipendente da z ciò che consente di riscrivere la (3.56) nel modo seguente:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \qquad [3.57a]$$

con

$$D_T = K_T / C_t \qquad [3.57b]$$

essendo D_t è *la diffusività termica*, cioè la capacità di trasferire il calore. Dato che il suolo normalmente non è omogeneo, non è agevole definirne le caratteristiche. In *Tab.3.9*, sono presentati alcuni valori per la conducibilità termica, densità e calore specifico di alcuni tipi di suolo.

Tipo di Suolo	K_T ($W\ m^{-1}K^{-1}$)	c_t ($Jkg^{-1}K^{-1}$)	ρ (kgm^{-3})
Suolo Sabbioso secco	0.30	800	1600
Suolo sabbioso saturato	2.20	1480	2000
Suolo argilloso secco	0.25	890	1600
Suolo argilloso saturato	1.58	1550	2000
Suolo di torba secco	0.06	1920	300
Suolo di torba saturato	0.5	3650	1100
Neve fresca	0.08	2090	100
Neve vecchia	0.42	2090	480
Ghiaccio	2.24	2100	920
Acqua (4°C)	0.57	4180	1000

Tab.3.9: valori caratteristici di densità, calore specifico e conducibilità termica per alcuni tipi di suolo.

	Calore specifico C_s ($J\ Kg^{-1}K^{-1}$)	Densità ρ ($Kg\ m^{-1}$)
Materiali minerali	733	2650
Materiale organico	1926	1300
Acqua	4182	1000
Aria	1005	1.20

Tab.3.10: proprietà dei costituenti del suolo a 193 °K.

Seguendo Brutsaert (1984) è possibile determinare la capacità termica C_s una volta note le frazioni volumetriche del materiale minerale θ_m, del materiale organico θ_c, dell'acqua θ_w e dell'aria θ_a, con la relazione:

$$C_S = \rho_m \vartheta_m c_m + \rho_C \vartheta_C c_C + \rho_W \vartheta_W c_W + \rho_a \vartheta_a c_a \qquad [3.58]$$

dove i termini c ed i termini ρ indicano i calori specifici e le densità dei quattro tipi di costituenti principali. Valori tipici per i vari costituenti sono riportati nella *Tab 3.10.* Usando questi valori si ottiene

la relazione:

$$C_S = (1.94\vartheta_m + 2.50\vartheta_C + 4.19\vartheta_W)10^6 \qquad [3.59]$$

Per studiare l'evoluzione col tempo della temperatura nel suolo, ci si ponga in una situazione abbastanza semplice in cui la temperatura superficiale abbia un semplice andamento del tipo:

$$T(0,t) = \overline{T} + A_0 sen(\Omega t) \qquad [3.60]$$

dove $\overline{T}$ è la temperatura minima, $2A_0$ è l'escursione termica giornaliera e Ω è dato da $\Omega = 2\pi/(24 \cdot 3600) = 7.292 \cdot 10^{-5}$ .Un'evoluzione giornaliera della temperatura superficiale di questo tipo è la semplificazione dell'andamento termico tipico di ogni giorno soleggiato, con assenza di nuvolosità. La soluzione della (3.57) con le condizioni precisate, è ben nota se D_t è costante e risulta pari (Tichonov e Samarskij, 1981):

$$T(z,t) = \overline{T} + A_0 \exp(-z/D) sen(\Omega t - z/D) \qquad [3.61a]$$

dove:

$$D = \sqrt{2D_t/\Omega} \qquad [3.61b]$$

rappresenta la profondità a cui l'onda termica si è ridotta di un fattore 1/e rispetto all'ampiezza superficiale. Per suoli tipici, D vale circa 0.2 m. In *Fig.3.9* è illustrata la variazione della temperatura a varie profondità, relativa ad un suolo con D pari a 0.2 e con un andamento giornaliero della temperatura in cui il valore minimo è 20°C e A_0 è pari a 5°C.

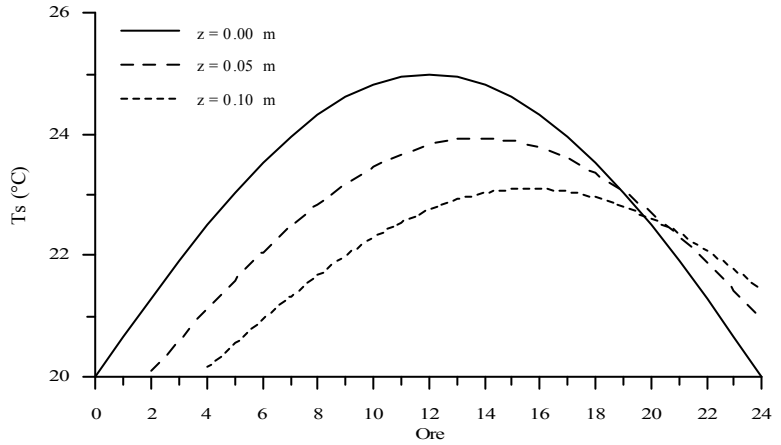

Fig.3.9: andamenti della temperatura del suolo a varie profondità in risposta ad una temperatura superficiale periodica.

La soluzione ottenuta presenta le seguenti caratteristiche:

- se la temperatura superficiale (z = 0) varia periodicamente, anche la temperatura ad una generica profondità varierà con la medesima periodicità,
- l'ampiezza dell'oscillazione decresce con la profondità in maniera esponenzialmente secondo la legge:

$$A(z) = A_0 \cdot \exp\left(-\sqrt{\Omega/2D}\,z\right)$$

- le oscillazioni della temperatura nel suolo sono accompagnate da uno sfasamento. Il tempo di ritardo δ delle temperature massime nel suolo, rispetto a quanto avviene in superficie, è proporzionale alla profondità nel modo seguente:

$$\delta(z) = \sqrt{1/(2\Omega D)}\,z$$

- la profondità di penetrazione del calore nel suolo dipende dal periodo di oscillazione della temperatura in superficie. La variazione relativa dell'ampiezza della temperatura è data dalla legge seguente:

$$\frac{A(z)}{A_0} = \exp\left[-\sqrt{\Omega/2D}\,z\right]$$

Quanto riportato si riferisce alla risposta del suolo ad una temperatura superficiale costituita da una singola armonica. I risultati ottenuti possono essere facilmente estesi al caso di un andamento giornaliero qualsiasi, a patto che tale andamento sia scomposto in armoniche elementari.

Quando la superficie è costituita da specchi d'acqua abbastanza profondi, come laghi o mare o grandi fiumi, contribuiscono al flusso termico G molti meccanismi di trasporto, come la conduzione e la convezione verticale di calore sensibile e la penetrazione della radiazione sotto la superficie. In questo caso, la trattazione analitica del flusso di calore è molto complesso e non è questa la sede per una sua trattazione esauriente.

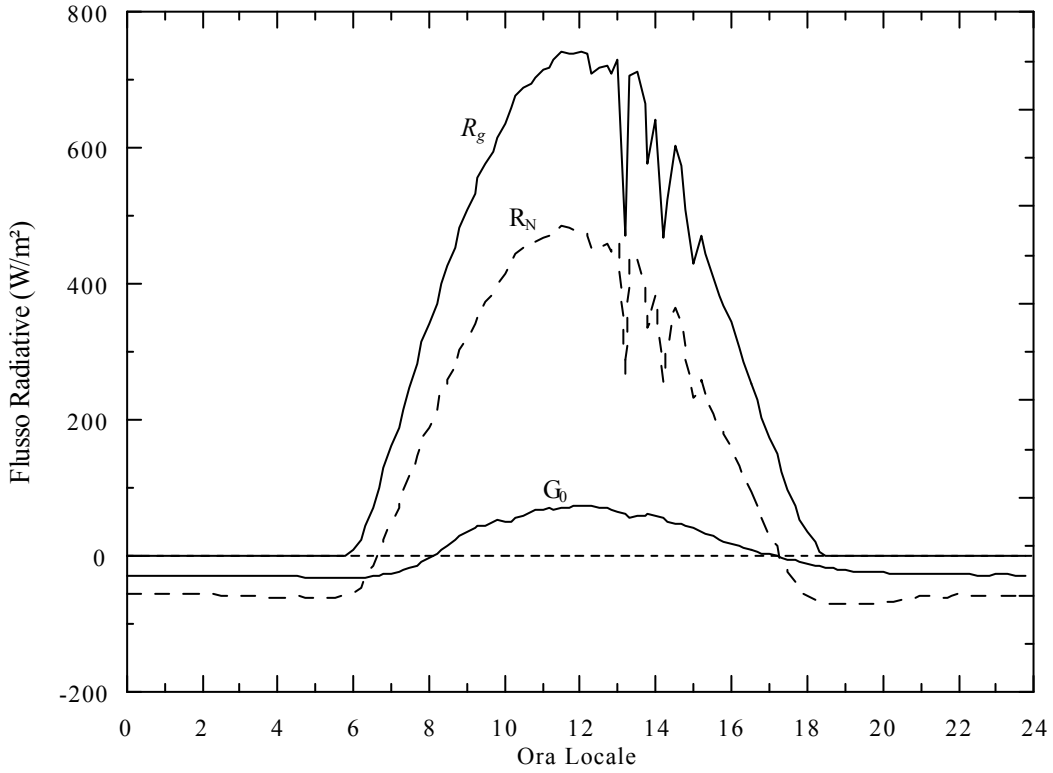

Fig.3.10: Radiazione Solare Globale, Radiazione Netta e Flusso di Calore nel terreno registrate presso una stazione meteorologica al centro Italia.

Le leggi presentate descrivono la variazione del flusso di calore con la profondità e quindi anche la variazione spazio-temperale della temperatura del suolo. Da esse è quindi anche possibile ottenere il flusso di calore all'interfaccia aria-suolo $G_0 = G(z = 0)$, di particolare interesse nello studio del bilancio energetico superficiale, oggetto del prossimo paragrafo. In *Fig.3.10* viene presentato un andamento reale di questo parametro, messo a confronto con la Radiazione Solare Globale e la Radiazione Netta.

Non è semplice stimare il flusso di calore nel terreno e per farlo sarebbe necessario conoscere la temperatura del suolo, parametro raramente misurato. In Holtslag e van Ulden (1983) è stato proposto un metodo semiempirico che può essere impiegato anche se si dispone di poche informazioni. Tale metodo parte dal presupposto che lo strato d'aria e di vegetazione sopra la superficie terrestre abbiano un'elevata resistenza termica ed una bassa capacità termica. In tal caso il flusso di calore nel suolo deve essere strettamente correlato alla differenza di temperatura tra l'aria T_r ad una quota di riferimento z_r ed il suolo T_0. Per tale ragione una parametrizzazione plausibile risulta essere la seguente:

$$G = -A_G\left(T_r - T_0\right) \qquad [3.62]$$

dove A_G è un coefficiente empirico di trasporto termico nel suolo stimato dagli autori pari a circa 5 $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$. Tale valore è risultato in pratica soddisfacente sia nelle condizioni diurne che in quelle notturne. Il problema insito nell'impiego della (3.62) sta nella differenza di temperatura tra aria e superficie del suolo, quest'ultima praticamente mai misurata di routine. Nelle ore diurne, le relazioni (3.45) e (3.46) portano ad una stima approssimata data dalla relazione seguente:

$$G = \frac{C_H A_G}{4\sigma T_r^3} R_n \qquad [3.63]$$

che può essere ulteriormente approssimata in:

$$G = KR_N \qquad [3.64]$$

dove il valore per la costante K è compreso tra 0.1 e 0.4. Nelle ore notturne questa procedura non può essere più applicata e si può procedere o stimando la differenza di temperatura tra aria e suolo mediante la Teoria della Similarità o scegliendo per il coefficiente K della (3.64) il valore 0.5.

3.5 BILANCIO ENERGETICO SUPERFICIALE

Consideriamo il sistema fisico costituito dalla superficie terrestre e da ciò che la sovrasta (vegetazione, manufatti umani ecc.); tale sistema ha come *disponibilità energetica* la Radiazione Netta R_N e perde sicuramente energia trasferendola al sottosuolo (G_0). Al suo interno esistono fonti energetiche ulteriori, come il calore derivante dalle attività umane (si pensi per esempio alle immissioni di calore che si riscontrano nei centri abitati e nelle zone industriali). Parte del calore disponibile verrà pure immagazzinato da questo sistema fisico ed il calore che rimane verrà trasferito al *PBL* sia come calore vero e proprio, sia come vapor d'acqua che evapora dalla superficie terrestre. Se si trascura il calore derivante dalle attività umane, l'avvezione ed eventuali fonti come quella di tipo biologico, si ottiene il *bilancio energetico superficiale* così espresso:

$$R_n - G_0 - Q_E - H_0 = \frac{\partial W}{\partial t} \qquad [3.65]$$

dove con Q_E si è indicato il *flusso di calore latente* derivante dall'evaporazione dell'acqua superficiale, con H_0 il *flusso di calore sensibile* e dove il membro di destra dell'equazione di bilancio rappresenta lo *storage di energia* del sistema. Quest'ultimo termine, normalmente trascurato quando si trattano situazioni caratterizzate da suoli non coperti da alberi, diventa importante in presenza di vegetazione ad alto fusto, specialmente attorno all'alba ed al tramonto, quando tale termine risulta essere dello stesso ordine di grandezza della R_N. Quando la superficie che si sta considerando è neve o ghiaccio, tale termine diventa generalmente il più importante perché esso include anche l'energia utilizzata per la fusione. Trascurando quindi il termine di *storage*, il bilancio energetico superficiale diventa:

$$R_n - G_0 = Q_E + H_0 \qquad [3.66]$$

A questo punto siamo finalmente riusciti ad individuare le *forzanti superficiali del PBL* costituite dai *flussi di calore sensibile e latente*. Il problema è ora comprendere come tale energia venga trasferita all'aria del *PBL*.

Come esempio concreto, in *Fig.3.11* è presentato un bilancio energetico superficiale che evidenzia i differenti termini della (3.66).

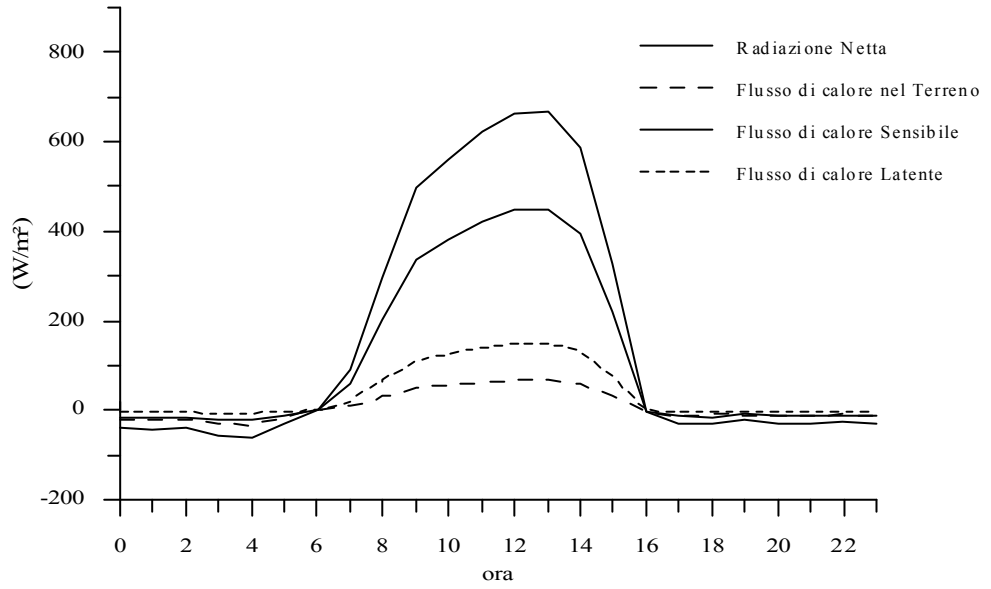

Fig.3.11: bilancio energetico superficiale a Città del Messico (stazione di Texcoco) il giorno 20/5/1992.

Su una superficie semiarida, come quella considerata nella figura, durante le ore diurne tutti i termini del bilancio energetico superficiale risultano positivi, mentre nelle ore notturne essi diventano tutti negativi. Questo è una situazione che si riscontra normalmente nelle giornate serene in tutti i siti semiaridi o coltivati. In questi ultimi e più ancora nei siti con forte presenza di vegetazione e con suolo umido, il flusso turbolento di calore latente spesso risulta più elevato del flusso di calore sensibile sia nelle ore diurne che (in modulo) in quelle notturne. Si possono incontrare, però, anche situazioni molto differenti da quelle qui evidenziate. Infatti, uno dei più tipici è l'*effetto oasi*, in cui nelle ore diurne dell'aria secca e calda proveniente dal deserto passa sopra un'oasi molto meno calda e molto più umida. Il risultato è una forte evaporazione, con un conseguente elevato flusso di calore latente, mentre il flusso sensibile spesso raggiunge valori negativi. Un altro esempio interessante è quello costituito dalle grandi distese d'acqua (mari ed oceani). In questo caso la temperatura dell'acqua marina varia molto lentamente nel tempo e non è influenzata apprezzabilmente dalla radiazione solare. Il risultato è un elevato flusso di

calore entro il mare ed i flussi sensibile e latente, pur essendo prevalentemente positivi, risultano di piccola entità determinando sopra le superfici marine una situazione molto vicina a quella adiabatica.

I meccanismi che trasferiscono energia dall'interfaccia aria-suolo ai primi millimetri di aria sovrastanti il suolo sono *meccanismi di diffusione molecolare.* In particolare ha luogo un trasferimento di calore per *conduzione* che determina il passaggio del calore dalla superficie terrestre al primo strato di aria sovrastante, di dimensione estremamente ridotta. Tale trasferimento è regolato dalla ben nota legge:

$$Q_H = -k_H \frac{dT}{dz} \qquad [3.67]$$

dove H_0 è il flusso di calore e k_H è la diffusività termica molecolare che, per l'aria risulta di $2.53 \cdot 10^{-5}$ $Wm^{-1}K^{-1}$. E' facile verificare come in questo straterello di aria i gradienti termici siano molto elevati. Se infatti si avesse un flusso di calore di 200 Wm^{-2}, in uno straterello di un millimetro d'aria si otterrebbe una diminuzione di temperatura di circa 8 K. Tutto questo però si esaurisce in uno strato d'aria molto piccolo in cui, in pratica, ha luogo *tutto* il trasferimento di energia al *PBL*. Sopra di esso il meccanismo principale di trasferimento termico diventa la turbolenza, con i meccanismi già considerati ai Capitoli precedenti. Ciò che è stato detto per il trasferimento di calore sensibile è vero anche per il trasferimento di calore latente.

Per semplicità, è conveniente considerare una quota dove l'azione dei meccanismi molecolari risulti trascurabile e dove i principali meccanismi siano quello turbolenti. A tale quota, i flussi sensibile e latente sono espressi, come già detto, dalle relazioni $H_0 = \rho c_p \overline{w'\theta'}$ e $Q_E = \lambda\rho \overline{w'q'}$, pertanto il *bilancio energetico superficiale* risulta così espresso:

$$R_N - G_0 = \rho c_p \overline{w'\theta'} + \rho\lambda \overline{w'q'} \qquad [3.68]$$

A questo punto si possono fare alcune considerazioni.

In precedenza è stata introdotta la temperatura virtuale il cui uso è generale in tutta la teoria del *PBL*. E' importante mettere in relazione il flusso di calore sensibile così definito col flusso di calore che si avrebbe usando al posto della temperatura potenziale la temperatura potenziale virtuale. Non è difficile vedere che si ha:

$$\overline{w'\theta_v'} = \overline{w'\theta'}\left(1 + 0.61\frac{\overline{w'q'}}{\overline{w'\theta'}}\right) \qquad [3.69]$$

dove per la prima volta è stato introdotto il rapporto tra la covarianza verticale dell'umidità e quella della temperatura. Da tale rapporto deriva il ben noto *rapporto di Bowen,* definito come il rapporto tra il flusso di calore sensibile ed il flusso di calore latente:

$$B = \frac{H_0}{Q_E} = \frac{c_p \overline{w'\theta'}}{\lambda \overline{w'q'}} = \gamma \frac{\overline{w'\theta'}}{\overline{w'q'}} \qquad [3.70]$$

dove γ è la *costante psicrometrica* che vale circa 0.0004 $(g_{acqua}/g_{aria})K^{-1}$. Dalla definizione risulta evidente che B sarà piccolo su superfici umide, a causa dell'evaporazione, e grande su superfici secche

dove la maggior parte della radiazione netta verrà trasformata in calore sensibile. Valori tipici si *B* sono:

- 5 per regioni semiaride
- 0.5 per prati e foreste
- 0.1 per il mare
- valori negativi per le oasi.

Quello che risulta interessante in questa discussione è il ruolo di primario interesse che la presenza delle acque superficiali in varia forma assume nel bilancio energetico superficiale e quindi nella dinamica del *PBL*. Era evidente che il ciclo delle acque avrebbe dovuto avere una qualche influenza sulla dinamica del *PBL*, però solo a questo punto se ne comincia a vedere l'importanza. Il *PBL* non è un sistema isolato, anche se lo si tratta come tale per semplicità. Esso è viceversa estremamente legato al ciclo delle acque e tra loro esiste un *feedback* inscindibile.

4. TEORIA DELLA SIMILARITÀ

Le osservazioni sperimentali delle grandezze meteorologiche che descrivono il *PBL* mostrano spesso caratteristiche ripetibili, cosa che suggerisce la possibilità di sviluppare relazioni semiempiriche, sostanzialmente di tipo diagnostico. Questa possibilità è ovviamente preziosa, vista la necessità di individuare nuove relazioni, richiesta dai differenti modelli di chiusura dell'insieme di equazioni differenziali che costituiscono il modello matematico del *PBL*. Inoltre, se effettivamente fosse possibile individuare tali relazioni, anche se con limiti di applicabilità abbastanza ristretti, sarebbe addirittura pensabile definire un modello per la descrizione della turbolenza del *PBL* totalmente diagnostico o addirittura totalmente algebrico. Come si vedrà in questo Capitolo, questa ipotesi di lavoro ha avuto un successo insperato, portando alla possibilità di individuare un modello di *PBL* totalmente semiempirico, ma comunque valido, almeno in prima approssimazione, in un grande numero di casi reali.

In teoria, l'individuazione di relazioni semiempiriche di tipo diagnostico, relazioni cioè che non descrivono l'evoluzione temporale delle differenti variabili coinvolte, ma solo la loro evoluzione spaziale, è realizzabile in infiniti modi e con una grossa dose di soggettività; tuttavia, è stata messa a punto una metodologia di indagine rigorosa ed oggettiva, basata sull'*analisi dimensionale*, nota come *Teoria della Similarità.* Tale teoria che si fonda sul *Teorema del* Π *(o Teorema di Buckingham)*, che consente di organizzare in maniera logica ed univoca le differenti variabili di interesse e permette anche di definire procedure sperimentali di verifica.

Prima di descrivere i fondamenti teorici di tale tecnica di analisi è opportuno evidenziarne i *limiti*. Innanzi tutto, è necessario sottolineare che l'impiego in questo tipo di analisi del solo *principio di congruenza dimensionale* (che è un principio basilare della Fisica) non ci *garantisce* ovviamente di poter ottenere modelli di Similarità per ogni tipo di variabile che s'intende analizzare. Non è detto quindi che un'Analisi di Similarità conduca sempre a risultati positivi, cioè all'individuazione di una relazione semiempirica e perciò nell'Analisi di Similarità è sempre insita una buona dose *d'incertezza*. Il metro del successo di un'Analisi Dimensionale sta nella dispersione dei dati sperimentali attorno alla relazione di Similarità: più essa è contenuta, maggiore è la validità della relazione di Similarità. Oltre a ciò, visto che le relazioni semiempiriche che si ottengono da un'analisi di Similarità sono di tipo diagnostico, è abbastanza naturale aspettarsi che questo tipo di analisi sia più adatta ad essere applicata in *situazioni di equilibrio*. In sintesi, l'Analisi di Similarità consta di quattro passi operativi successivi:

1. la selezione delle *variabili* che si ritengono rilevanti nella descrizione della situazione di interesse;
2. l'organizzazione di queste variabili in *gruppi adimensionali*;
3. l'esecuzione di esperimenti, o l'analisi dei dati sperimentali di esperimenti già eseguiti, per determinare il valore dei gruppi adimensionali;
4. la determinazione delle relazioni analitiche (mediante i normali metodi di regressione) per descrivere quantitativamente le relazioni tra i diversi gruppi adimensionali.

Tutto l'edificio teorico (che è estremamente ridotto) si basa sul concetto di *Similarità Dinamica*. In breve, due fluidi o due strutture di flusso sono dinamicamente simili se è possibile predire il comportamento di uno dei due conoscendo sperimentalmente le caratteristiche dell'altro. Anche se tutto il costrutto teorico può sembrare a prima vista molto poco fisico, va rilevato che esso è nato

proprio in supporto agli studi teorici della fluidodinamica e della turbolenza dei fluidi viscosi ed è stato sviluppato dagli stessi fluidodinamici (Reynolds, Prandtl, ecc.) che hanno contribuito a definire gli aspetti teorici della fluidodinamica. In pratica, la procedura sinteticamente descritta tende a far *collassare situazioni ritenute simili in un'unica situazione generalizzata (universale)*, individuando quali gruppi adimensionali di variabili la definiscono. I dati sperimentali, espressi in termini di gruppi adimensionali, collassano quindi attorno ad una funzione e la loro dispersione residua ne quantifica il grado di Similarità Dinamica. Se fossero state selezionate più variabili del necessario, la procedura di Similarità indicherebbe le variabili irrilevanti nella descrizione del fenomeno, mentre se venissero trascurate delle variabili importanti, la dispersione dei dati sperimentali sarebbe molto elevata.

4.1 FONDAMENTI TEORICI

Nel 1914 Buckingham propose un approccio sistematico per effettuare l'analisi delle misure sperimentali, che si compone di una serie di passi operativi (Stull, 1988; Brown, 1991) qui di seguito illustrati, con l'aiuto dell'esempio classico del moto dei fluidi in condotti.

Passo 1
Individuazione delle variabili ritenute rilevanti nella descrizione del fenomeno in esame. Questo passo, che condizionerà tutta l'analisi successiva, è il più delicato e richiede un'attenta analisi teorico-sperimentale della situazione esaminata. Un possibile metodo è, per esempio, l'analisi delle relazioni della fluidodinamica per ottenere da esse l'indicazione di quali variabili siano rilevanti e quali meno. Nell'esempio del moto dei fluidi in condotti, tali variabili potrebbero essere:

- lo stress τ esistente nel fluido viscoso
- la densità del fluido ρ
- la viscosità dinamica μ
- la velocità del fluido U
- il diametro della tubazione D
- la rugosità della tubazione z_0 (definita come l'altezza caratteristica della superficie della tubazione).

Passo 2
Individuazione delle dimensioni di ciascuna variabile in termini di dimensioni fondamentali. Le principali dimensioni coinvolte nei processi fluidodinamici sono la lunghezza (L), la massa (M), il tempo (T) e la temperatura (K). La dimensione di una qualsiasi variabile fisica considerata deve essere esprimibile in termini di tali dimensioni fondamentali. Nell'esempio del moto dei fluidi in condotti, si ha che:

- ρ densità del fluido $[ML^{-3}]$
- μ viscosità dinamica $[ML^{-1}T^{-1}]$
- U Velocità del fluido $[LT^{-1}]$
- τ sforzo di taglio $[ML^{-1}T^{-2}]$
- D diametro della tubazione [L]
- z_0 rugosità della tubazione [L]

Le prime due variabili descrivono le caratteristiche del fluido, mentre le due successive fanno riferimento alle caratteristiche del moto del fluido ed infine le ultime due si riferiscono alle caratteristiche geometriche della tubazione.

Passo 3

Si contino quante sono le dimensioni fondamentali presenti nelle variabili che descrivono la situazione in esame. Nell'esempio considerato, le dimensioni fondamentali coinvolte sono tre: massa, lunghezza e tempo.

Passo 4

Si individui un sottoinsieme delle variabili presenti che sarà il sottoinsieme delle variabili chiave. Tale sottoinsieme dovrà rispettare le seguenti restrizioni:

a) *il numero di variabili chiave deve essere pari al numero di dimensioni fondamentali presenti nel problema;*
b) *tutte le dimensioni fondamentali presenti devono esserlo anche nell'insieme delle variabili chiave;*
c) *non deve essere possibile formare gruppi adimensionali combinando tra loro le variabili chiave.*

Nell'esempio, il numero di variabili chiave dovrà essere tre, visto che tre sono le dimensioni fondamentali coinvolte. Scegliamo ρ, D e U, anche se altre possibilità sono ρ, z_0 e U oppure τ, μ e D. Un insieme non valido è invece U, D e z_0, perché D/z_0 è un gruppo adimensionale e perché la dimensione fondamentale *massa M* non è presente. Un altro insieme non valido è τ, ρ e U, perché $\tau/(\rho U^2)$ è un gruppo adimensionale.

Passo 5

Si formino delle equazioni dimensionali per le variabili non chiave, esprimendole in funzione delle variabili chiave. La loro forma funzionale è il prodotto di potenze delle variabili chiave. Nell'esempio considerato si avrà:

$$[\tau] = [\rho]^a\ [D]^b\ [U]^c$$
$$[\mu] = [\rho]^d\ [D]^e\ [U]^f$$
$$[z_0] = [\rho]^g\ [D]^h\ [U]^i$$

Passo 6

Individuazione del valore degli esponenti incogniti delle equazioni dimensionali. Nell'esempio, se consideriamo la relazione per lo stress τ scritta sopra, vediamo che, esplicitando le varie dimensioni coinvolte, essa si trasforma in:

$$\begin{array}{cccc} [\tau] & [\rho]^a & [D]^b & [U]^c \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ ML^{-1}T^{-2} = & M^aL^{-3a} & \cdot\ L^b & \cdot\ L^cT^{-c} \end{array}$$

cioè in:

$$ML^{-1}T^{-2} = M^a \cdot L^{-3a+b+c} \cdot T^{-c}$$

da cui risulta immediatamente che:

$$a = 1, \quad b = 0, \quad c = 2$$

Analogamente si opera per le relazioni relative a $[\mu]$ e $[z_0]$, ottenendo:

$$d = 1, \quad e = 1, \quad f = 1$$
$$g = 0, \quad h = 1, \quad i = 0$$

Ciò comporta che:

$[\tau] = [\rho]\ [U]^2$
$[\mu] = [\rho]\ [D]\ [U]$
$[z_0] = [D]$

Passo 7

Per ciascuna equazione si divida il membro di sinistra per il membro di destra, ottenendo dei gruppi adimensionali (Π*). Il numero di gruppi adimensionali sarà sempre uguale al numero totale di variabili meno il numero di variabili chiave individuate.* Nell'esempio, il numero complessivo di variabili era 6, il numero di variabili chiave era 3 e quindi il numero di gruppi adimensionali sarà 3 ed in particolare:

$$\pi_1 = \frac{\tau}{\rho U^2}, \qquad \pi_2 = \frac{\mu}{\rho U D}, \qquad \pi_3 = \frac{z_0}{D}$$

E' interessante notare che nell'esempio siamo partiti con 6 variabili e dopo questi passi di analisi dimensionale abbiamo ridotto i gradi di libertà del problema a solo 3.

Passo 8

Se si desidera, possono essere individuati gruppi adimensionali alternativi a partire da quelli individuati precedentemente ed in loro sostituzione, rispettando però le regole seguenti:

1) *il numero complessivo di gruppi adimensionali deve rimanere inalterato*
2) *tutte le variabili chiave devono essere presenti,*
3) *tutti i gruppi adimensionali devono essere tra loro indipendenti.*

Nell'esempio considerato, si può sostituire a π_2 e π_3 i gruppi $\pi_4=\pi_2/\pi_3$ e $\pi_5 = 1/\pi_3$, ottenendo:

$$\pi_1 = \frac{\tau}{\rho U^2}, \qquad \pi_4 = \frac{\mu}{\rho U z_0}, \qquad \pi_5 = \frac{D}{z_0}$$

Questa scelta viene fatta per avere tra i gruppi adimensionali che descrivono la situazione esaminata, alcuni gruppi *storicamente celebri*. Nel nostro caso π_1 altro non è che *il coefficiente di resistenza aerodinamica* (*drag coefficient*) C_D, π_2 è il *numero di Reynolds Re* per le tubazioni scabre e π_5 è la *rugosità relativa*.

La procedura di Buckingham termina qui, con l'individuazione dei gruppi adimensionali descrittori della situazione esaminata. Va però fatta qualche osservazione per comprendere meglio il risultato ottenuto. Se, come nel caso esempio considerato, alla fine dell'Analisi di Similarità sono stati individuati 3 gruppi adimensionali, il vero risultato è che ci si deve aspettare che esistano delle relazioni semiempiriche che legano tra loro questi gruppi adimensionali e l'indagine sperimentale dovrà effettivamente individuare semiempiricamente tali leggi di correlazione. Interessante è comprendere che significa quando si ottiene *un solo rapporto adimensionale* (caso che incontreremo frequentemente nella Teoria della Similarità di Monin Obukhov). In questo caso la situazione considerata è *totalmente rappresentata* da questo rapporto adimensionale che si comporterà in pratica come l'unico elemento caratterizzante. In pratica, l'indagine sperimentale dovrebbe confermarci che il rapporto adimensionale individuato non dipende da null'altro e quindi si mantiene costante.

L'analisi di Similarità procede, a questo punto, con un'indagine sperimentale volta all'individuazione quantitativa delle relazioni tra i gruppi adimensionali individuati. I risultati di tale indagine, inizialmente espressi in termini grafici, conducono all'individuazione di relazioni analitiche mediante *tecniche di regressione (best fitting)*. Le funzioni matematiche impiegate per il *best fitting* dei dati sperimentali

possono essere scelte in base a considerazioni di praticità oppure rispettando forme funzionali suggerite da eventuali relazioni teoriche note per il problema in esame. L'operazione di *best fitting* (si veda Bard (1974) per una introduzione sui metodi numerici di *fitting*) porta, oltre che all'individuazione dei coefficienti presenti nelle relazioni analitiche, anche alla valutazione del *coefficiente di correlazione* che può essere considerato un indice significativo della dispersione dei dati e quindi della significatività della procedura adottata. Una gran dispersione dei dati sperimentali spesso è un chiaro indice di una scelta sbagliata delle variabili rilevanti.

4.2 ESEMPIO DIDATTICO DI APPLICAZIONE DELL'ANALISI DI SIMILARITÀ

Prima di presentare i risultati ottenuti nell'applicazione dell'Analisi di Similarità, è opportuno descrivere nel dettaglio un esempio realistico, direttamente applicato alla realtà del *PBL*. Immaginiamo di essere interessati alla determinazione di una relazione semiempirica che descriva *il profilo verticale della deviazione standard della temperatura potenziale entro Strato Superficiale nelle situazioni convettive*. Ottenere un tale profilo partendo dalle relazioni di base della fluidodinamica, presentate al Cap.2 è sinceramente sconfortante, anche perché l'intuizione ci suggerisce che *dovrebbe* esistere una relazione ragionevolmente semplice nel caso in cui si stia considerando un sito con un'elevata omogeneità superficiale, piano ed in situazioni meteorologiche non perturbate.

Prima di realizzare un vero esperimento, vediamo di applicare l'Analisi di Similarità. La prima domanda che si poniamo è: quali potrebbero essere le variabili rilevanti per il fenomeno che stiamo considerando? La risposta viene direttamente da quanto abbiamo appreso nel Cap.1. Sicuramente, visto che siamo interessati alla deviazione standard della temperatura, σ_T sarà una variabile rilevante e, dato siamo interessati al suo profilo verticale, la quota di misura z rispetto al suolo sarà un'altra variabile rilevante. Oltre a ciò, siamo interessati alle sole situazioni convettive in cui è presente:

- la turbolenza di origine meccanica, ben descritta dalla velocità di frizione u_*,
- la turbolenza di origine convettiva, ben rappresentata dal flusso turbolento di calore sensibile o meglio dalla covarianza $\overline{w'\theta'}$
- il galleggiamento, ben rappresentato dal flusso di galleggiamento $\beta = g/T$

Proviamo quindi, con questi elementi, ad applicare la metodologia appena descritta. Le variabili rilevanti sono in tutto 5 e le unità di misura coinvolte sono in totale 3 (lunghezza, tempo e temperatura). Scegliamo come variabili chiave z, β e u_* che rispettano i vincoli imposti dal Passo 4 dell'analisi di Similarità ed esprimiamo le variabili restanti in funzione di queste, ottenendo, come è facile verificare,

$$[\overline{w'\theta'}] = [z]^{-1}\,[\beta]^{-1}\,[u^*]^3$$
$$[\sigma_T] = [z]^{-1}\,[\beta]^{-1}\,[u^*]^2$$

cosa che porta a definire i due rapporti adimensionali seguenti:

$$\pi_1 = \beta z \frac{\overline{w'\theta'}}{u_*^3} \qquad \pi_2 = \beta z \frac{\sigma_T}{u_*^2}$$

che, a prima vista, appaiono abbastanza misteriosi. Tuttavia possiamo sempre impiegare il Passo 8

dopo però aver riletto l'ultimo paragrafo del Cap.1. In particolare, vediamo immediatamente che π_1 altro non è che il rapporto di stabilità z/L, a meno del segno e della moltiplicazione per la costante di von Karman k. Quindi il primo rapporto adimensionale che otteniamo è:

$$\pi_3 = -k\pi_1 = z / L \qquad [4.1]$$

Per quanto riguarda il secondo rapporto adimensionale, possiamo per esempio sostituire a π_2 il rapporto $\pi_3 = \pi_2/\pi_1$ ed è immediatamente visibile che :

$$\pi_4 = \frac{\pi_2}{\pi_1} = -\frac{\sigma_T}{T_*} \qquad [4.2]$$

In pratica l'Analisi di Similarità afferma che è pensabile sperare di ottenere una relazione per il profilo verticale di σ_T del tipo:

$$\frac{\sigma_T}{|T_*|} = F(z/L) \qquad [4.3]$$

tuttavia non ci dice *quale forma dovrebbe assumere la Funzione Universale F*. Per prima cosa è immediato verificare che la (4.3) è una relazione di tipo *prognostico* (non fa alcuna menzione di come evolverà nel tempo il profilo di σ_T) ed è un *profilo* (lega tra loro σ_T e z) ed è anche *universale* perché è potenzialmente in grado di descrivere tutte le possibili situazioni convettive che possono capitare.

A questo punto, abbiamo *la possibilità* di ottenere veramente questa Relazione di Similarità e quindi prepariamo la campagna sperimentale volta ad individuare la funzione *F*. Per prima cosa cerchiamo un sito congruente con le ipotesi fatte all'inizio della ricerca, cioè un sito piano, senza ostacoli e omogeneo in senso orizzontale. In questo sito collochiamo un palo meteorologico non troppo elevato (dobbiamo stare entro lo Strato Superficiale), per esempio di 16 metri, e lo attrezziamo in modo da poter fare misure di temperatura a 1, 2, 4, 8 e 16 m dal suolo. Inoltre, dopo un'attenta lettura del Cap.9, selezioniamo delle termocoppie sottili (e quindi a risposta rapida per essere in grado di misurare realmente la deviazione standard della temperatura) e le connetteremo ad un sistema di acquisizione dati adeguato. E fin qui ci siamo attrezzati per misurare σ_T. Per poter poi caratterizzare la turbolenza ci serve un apparato in grado di misurare u_* e $\overline{w'\theta'}$ e sempre dal Cap.9 realizziamo che l'anemometro ultrasonico è lo strumento ideale. Lo collochiamo ad una appropriata distanza dal suolo e gli affianchiamo un normale termometro per poter misurare la temperatura dell'aria. A questo punto la campagna sperimentale può partire.

Un possibile risultato di una tale campagna è quello illustrato in *Fig. 4.1* (nella Legenda sono riportati i valori di u_* ed H_0 relativi a ciascun profilo). Come si vede, i profili ottenuti presentano una certa regolarità, ma non aiutano certo a determinare la relazione cercata. L'unica cosa che evidenziano è una diminuzione di σ_T con la quota. Dato che, per ogni profilo, conosciamo il valore corrispondente di u_* e H_0 e dato che è semplice da quest'ultimo ottenere la covarianza $\overline{w'\theta'}$ una volta nota la temperatura (che in questo campagna ideale era di 300 K), possiamo prendere tutte le misure di tutti i profili e calcolare per ogni coppia (σ_T, z) il valore dei due rapporti adimensionali $-\sigma_T/T_*$ e $-z/L$, ottenendo quanto riportato in *Fig.4.2*. Il risultato è che tutti i profili *collassano* attorno ad una curva *unica* (*universale*) che rappresenta *tutte* le situazioni convettive. Ci resta solo un problema aperto: determinare la forma funzionale della curva universale (disegnata in *Fig.4.2*). Ci si deve qui affidare all'intuizione e, per esempio, possiamo provare una relazione del tipo:

$$\frac{\sigma_T}{|T_*|} = a \cdot \left(1 - b\,\frac{z}{L}\right)^c \qquad [4.4]$$

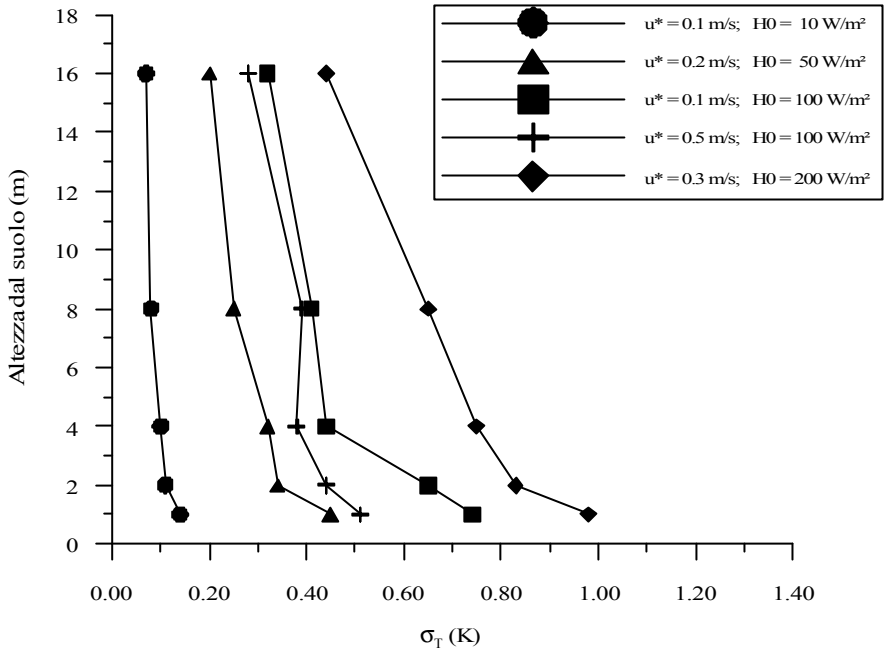

Fig. 4.1: possibili risultati ottenuti in una campagna per la determinazione di una relazione tra σ_T e la quota nello Strato Superficiale.

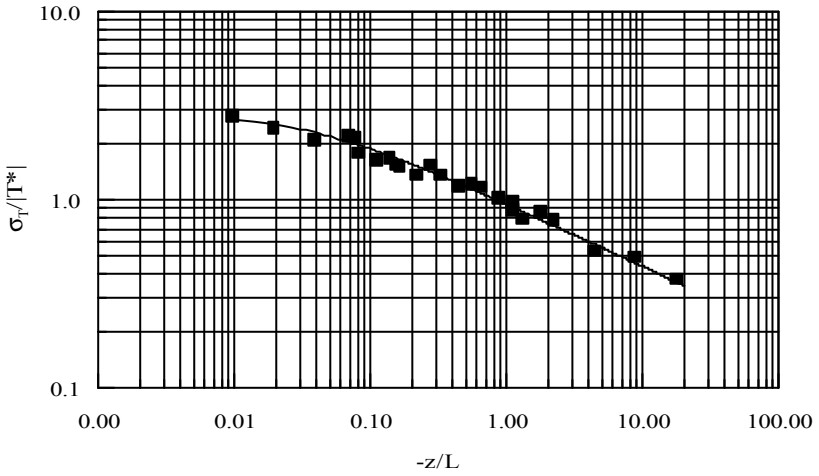

Fig. 4.2: applicazione dell'analisi di Similarità ai dati raccolti nella campagna ideale.

Utilizzando metodi di *best fitting non lineare* otteniamo per le costanti *a*, *b* e *c* rispettivamente i valori 2.9, 28.4 e –1/3. La nostra indagine è finita, ma osserviamo con attenzione cosa abbiamo ottenuto. Il nostro risultato finale è la relazione:

$$\frac{\sigma_T}{|T_*|} = 2.9 \cdot \left(1 - 28.4\,\frac{z}{L}\right)^{-1/3}$$

in grado di prevedere in qualsiasi situazione convettiva il valore di σ_T ad una quota z purché entro lo Strato Superficiale, se siamo in grado di conoscere le forzanti della turbolenza a livello del suolo (cioè u_* e H_0) e la temperatura media del *SL*. Ecco quindi un *modello prognostico universale,* alternativo al modello fluidodinamico, ma molto meno generale rispetto a quest'ultimo; infatti, per come è stato individuato, *può essere applicato solo alla determinazione del profilo verticale di* σ_T *in situazioni convettive, entro lo Strato Superficiale, in siti pianeggianti ed omogenei ed in condizioni meteorologiche non perturbate.*

4.3 LA SIMILARITÀ DI MONIN-OBUKHOV

4.3.1 GENERALITÀ

La prima e più importante applicazione dell'Analisi di Similarità riguarda lo Strato Superficiale. Se inoltre si considerano:

- situazioni stazionarie,
- situazione geografiche a completa omogeneità spaziale (situazioni piane e con rugosità omogenea),
- gradienti di pressione orizzontali trascurabili,

le equazioni del moto, l'equazione di conservazione del calore e dell'umidità atmosferica si semplificano in maniera considerevole. Per prima cosa, le uniche derivate che sopravvivono in tali equazioni sono quelle rispetto alla coordinata verticale z e quindi non è più necessario usare l'operatore derivata parziale che può essere sostituito con la derivata totale. In secondo luogo, se ci si pone in una situazione in cui l'asse x è diretto lungo la direzione del vento medio, o meglio secondo la *streamline*, risulta che:

$$\frac{d\overline{u'w'}}{dt} = 0 \qquad \frac{d\overline{w'\theta_v'}}{dt} = 0 \qquad [4.5]$$

cioè *lo sforzo di Reynolds ed il flusso turbolento di calore sensibile sono costanti.* E' immediato verificare che anche il flusso turbolento di calore latente è costante. Nella realtà succede che, entro lo Strato Superficiale, i flussi turbolenti sono *quasi costanti* (o meglio variano meno del 10%).

In una tale situazione siamo interessati ad investigare se sia possibile individuare relazioni di Similarità in grado di descrivere *in termini universali* il profilo verticale delle principali variabili descrittrici della turbolenza. Le principali variabili a cui siamo inizialmente interessati sono:

- lo *shear del vento*, o meglio du/dz (dove con u si indica la velocità media del vento),
- la stratificazione termica del *SL* o meglio $d\theta/dz$ (dove con θ si indica la temperatura potenziale virtuale media),
- la deviazione standard delle tre componenti del vento,
- la deviazione standard della temperatura potenziale virtuale.

L'ipotesi avanzata da Monin e Obukhov (1971a) è che le variabili rilevanti per la loro descrizione (le *forzanti*) fossero:

- z, la quota entro il *SL*,
- u_*, indicatore della turbolenza di natura meccanica,

- $\overline{w'\theta'} = H_0 / \rho C_p$, indicatore della turbolenza di natura convettiva,
- $\beta = g/T$ (g è l'accelerazione di gravità e T è la temperatura media del *SL*), come indicatore del galleggiamento,

naturalmente oltre la variabile di interesse stessa. Se si considera una generica variabile f di cui si desidera conoscere il profilo verticale (shear del vento, gradiente di temperatura e deviazioni standard), tra tali variabili e le forzanti z, u_*, $\overline{w'\theta'}$ e β, è possibile definire due rapporti adimensionali. Il primo lo si ottiene da z, u_*, $\overline{w'\theta'}$ e β, giungendo ad una *lunghezza di scala* $\zeta = z/L$, in cui L, detta lunghezza di Monin-Obukhov, già stata definita al Cap.1, vale

$$L = -\frac{u_*^3}{kg \cdot \overline{w'\theta'}/g} \qquad [4.6]$$

dove il segno meno e la presenza della costante di von Karman (pari a 0.4) deriva da una consuetudine storica. Il secondo parametro adimensionale è pari a f/f_0, dove f_0 ha le stesse dimensioni di f e viene costruito a partire da z, u_*, $\overline{w'\theta'}$ e β, come si vedrà meglio nel seguito. Dal Teorema di Buckingham, visto il numero di dimensioni fisiche coinvolte ed il numero di variabili rilevanti, il numero di rapporti adimensionali non può che essere 2. Da queste constatazioni, la Teoria della Similarità di Monin-Obukhov afferma che, in generale, per una generica variabile f che descrive la turbolenza nel *SL*, esiste uno ed un solo *profilo verticale universale* espresso dalla relazione:

$$f/f_0 = F_f(\zeta) \qquad [4.7]$$

in cui F_f è la Funzione Universale di Similarità per la variabile f. Va sottolineato che, nonostante le apparenze, la (4,7) definisce una relazione di profilo, visto che lega tra loro la quota z con la variabile di interesse f. Ovviamente dall'analisi dimensionale non è possibile determinare la forma di queste funzioni universali e le sperimentazioni condotte in questi ultimi decenni hanno consentito di determinarle con un elevato grado di certezza. In teoria le variabili di interesse sono infinite, tuttavia nella pratica si focalizza l'attenzione su un numero limitato di esse, che qui di seguito discuteremo più in dettaglio.

4.3.2 RELAZIONE DI SIMILARITÀ PER LA VELOCITÀ DEL VENTO ED IL SUO GRADIENTE

Consideriamo inizialmente il gradiente verticale del vento. Assumendo come rilevanti le variabili z, u_*, $\overline{w'\theta'}$ e β, vediamo immediatamente che una possibile scelta di f_0 è u_*/z. In pratica, quindi, la (4.7) si può scrivere come:

$$\frac{du}{dz} = \frac{u_*}{kz}\Phi_M\left(\frac{z}{L}\right) \qquad [4.8]$$

dove Φ_m è la Funzione Universale di Similarità per il gradiente della velocità del vento.

La (4.8) suggerisce che, se è nota la forma della funzione universale Φ_m, è possibile per integrazione ottenere anche il profilo verticale della velocità del vento. Prima di effettuare effettivamente l'integrazione è opportuna qualche osservazione sui limiti d'integrazione. Sicuramente il limite superiore sarà una generica quota z, purché interna al *SL*, mentre, per la *no-slip condition*, verrebbe spontaneo porre a zero il limite di integrazione inferiore. In realtà la presenza della rugosità superficiale fa si che la

velocità del vento si annulli ad una quota z_0, in genere piccola e proporzionale alla dimensione verticale degli elementi di rugosità presenti sulla superficie. Del parametro z_0 (*lunghezza di rugosità*) si tratterà nel Cap.6. Come esempio, z_0 per un prato d'erba di media altezza può valere circa 0.1 m. Premesso ciò, il profilo verticale del vento si ottiene come:

$$u(z) = \frac{u_*}{k} \int_{z_0}^{z} \frac{\Phi(\zeta)}{z} dz \qquad [4.9]$$

che può essere espresso nella forma (Panofsky e Dutton, 1983):

$$u(z) = \frac{u_*}{k} \left[\ln\left(\frac{z}{z_0} \right) - \Psi_m(\zeta) + \Psi_m(\zeta_0) \right] \qquad [4.10a]$$

dove $\zeta = z/L$, $\zeta_0 = z_0/L$ e:

$$\Psi_m(\zeta) = \int_0^{\zeta} [1 - \Phi_m(\zeta)] \cdot \frac{d\zeta}{\zeta} \qquad [4.10b]$$

Dato che, normalmente l'ultimo termine in parentesi quadra della (4.10a) è molto piccolo, è consuetudine inglobarlo direttamente nella Ψ_m, quindi la (4.10a) diventa:

$$u(z) = u_* / k \cdot [\ln(z/z_0) - \Psi_m(\zeta)] \qquad [4.10c]$$

La relazione (4.10c) è la *Relazione di Similarità per il profilo verticale della velocità del vento* e la funzione Ψ_m è la Funzione Universale di Similarità relativa.

La forma funzionale delle due Funzioni Universali di Similarità Φ_m e Ψ_m, è stata determinata grazie a numerose campagne sperimentali.

⇒ La Funzione Universale del gradiente di velocità del vento.
Per quanto riguarda la Funzione Universale del gradiente della velocità del vento Φ_m, i dati sperimentali hanno condotto alle relazione seguenti:

- *situazioni convettive* ($\zeta<0$): in tali situazioni si ha che:

$$\Phi_m = (1 - a\zeta)^b \qquad [4.11a]$$

  dove al coefficiente a viene attribuito normalmente il valore 16 e a b il valore -1/4 (Dyer e Hicks, 1970). In Sorbjan (1989) sono presentati altri valori dei coefficienti a e b riportati in letteratura.

- *situazioni stabili* ($\zeta>0$): in tali situazioni si ha che:

$$\Phi_m = (1 + a\zeta) \qquad [4.11b]$$

  dove il parametro a vale 5 (Hicks, 1976).

E' interessante notare come il limite delle (4.11) per $\zeta \to 0$ (cioè per situazioni adiabatiche) è 1.

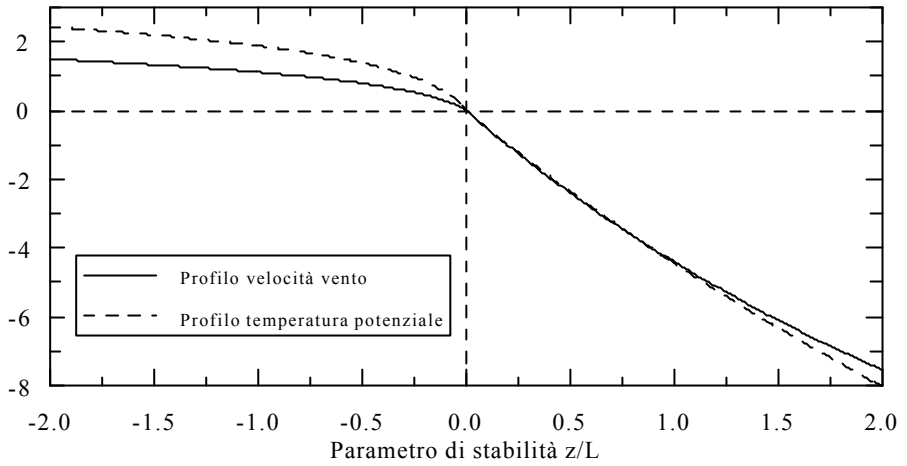

Fig. 4.3: variazione della Funzione di Similarità per il profilo verticale della velocità media del vento (Ψ_m) e della temperatura potenziale media (Ψ_H).

⇒ La Funzione Universale della velocità del vento.

Per quanto riguarda la Funzione Universale Ψ_m, i dati sperimentali hanno portato alle relazioni seguenti:

- situazioni convettive ($\zeta<0$): è universalmente impiegata la relazione di Businger-Dyer (Paulson, 1970):

$$\Psi_m(\zeta) = \ln\left[\left(\frac{1+x^2}{2}\right)\cdot\left(\frac{1+x}{2}\right)^2\right] - 2\tan^{-1} x + \frac{\pi}{2} \qquad [4.12a]$$

in cui:

$$x = (1-16\zeta)^{1/4} \qquad [4.12b]$$

- situazioni stabili ($\zeta>0$): per valori di $\zeta<1$, è normalmente impiegata la relazione

$$\Psi_m = -5\zeta \qquad [4.13a]$$

Tuttavia, quando la stabilità diventa più elevata, la (4.13a) non rappresenta più i dati sperimentali. Van Ulden e Holtslag (1985) e Beljaars e Holtslag (1990) hanno proposto le seguenti due relazioni più adatte ad elevate stabilità e che si riconducono alla (4.13a) quando $\zeta<1$

$$\Psi_m(\zeta) = -17\left[1 - \exp(-0.29\zeta)\right] \qquad [4.13b]$$

$$\Psi_m(\zeta) = -a\zeta - b\left(\zeta - \frac{c}{d}\right)\exp(-d\zeta) - \frac{bc}{d} \qquad [4.13c]$$

dove i coefficienti *a, b, c, d* valgono rispettivamente 0.7, 0.75, 5, 0.35.

Si noti come per $\zeta \to 0$, $\Psi_m \to 0$, cosa che evidenzia il fatto che nelle situazioni vicine all'adiabaticità, il profilo verticale della velocità del vento presenta il ben noto andamento logaritmico. Nella *Fig.4.3* è

presentato l'andamento della Funzione Universale di Similarità Ψ_m per il profilo verticale della velocità del vento in funzione del parametro di stabilità *z/L*.

4.3.3 RELAZIONE DI SIMILARITÀ PER LA TEMPERATURA POTENZIALE VIRTUALE ED IL SUO GRADIENTE

Considerazioni analoghe possono essere fatte anche per il gradiente verticale della temperatura potenziale, pertanto anche in questo caso è possibile giungere ad una relazione di Similarità del tipo:

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{T_*}{kz}\Phi_H\left(\frac{z}{L}\right) \qquad [4.14]$$

dove Φ_H è la Funzione Universale di Similarità per il gradiente della temperatura potenziale virtuale.

La (4.14) si presta ad essere integrata per ottenere una relazione che descriva il profilo verticale della temperatura potenziale media entro il *SL*, una volta definiti in modo appropriato i limiti di integrazione. Nel caso del limite superiore, esso sarà una quota generica *z* purché entro il *SL*, mentre per il limite inferiore è necessario fare alcune importanti osservazioni. La temperatura potenziale media, pari a θ alla quota *z*, assumerà al *suolo* un valore θ_0. Il problema sta nel definire che cosa significhi suolo. Discuteremo di questo problema nel seguito; qui possiamo semplicemente premettere la conclusione secondo cui esiste anche per il profilo di temperatura *una lunghezza di rugosità termica* z_{0H}, normalmente inferiore a z_0 e frequentemente dell'ordine di 10^{-3}m. A tale *quota* si assume che la temperatura potenziale assuma il valore θ_0. Premesso ciò, la (4.14) può essere integrata da z_{0H} a *z*, ottenendo:

$$\theta(z) = \theta_0 + \frac{T_*}{k}\left[\ln\left(\frac{z}{z_{0H}}\right) - \Psi_H(\zeta)\right] \qquad [4.15a]$$

dove

$$\Psi_H = \int_0^{\zeta}(1-\Phi_H)\frac{d\zeta}{\zeta} \qquad [4.15b]$$

La (4.15a) è *la Relazione di Similarità per il profilo verticale della temperatura potenziale media* e Ψ_H è la Funzione Universale di Similarità relativa. Anche in questo caso la forma funzionale delle due Funzioni Universali di Similarità è stata determinata grazie a numerose campagne sperimentali.

⇒ <u>La Funzione Universale del gradiente di temperatura potenziale.</u>
Per quanto riguarda la funzione Φ_H, i dati sperimentali hanno condotto alle relazioni seguenti:

- <u>*situazioni convettive*</u> ($\zeta<0$): in tali situazioni:

$$\Phi_H = (1-a\zeta)^{-1/2} \qquad [4.16]$$

dove al coefficiente *a* viene attribuito il valore 16 (Dyer e Hicks, 1070). In Sorbjan (1989) sono riportati altre forme funzionali per Φ_H proposte in Letteratura. Va rilevato che, se si considera la (4.16) con il valore indicato per il parametro *a*, risulta che $\Phi_H = \Phi_m^2$.

- *situazioni stabili* ($\zeta>0$): in tali situazioni si ha che:

$$\Phi_H = 1 + b\zeta \qquad [4.17]$$

dove al parametro b è attribuito il valore 5 (Hicks, 1976).

Anche in questo caso il *limite adiabatico* ($\zeta \rightarrow 0$) della (4.16) e (4.17) è 1.

⇒ La Funzione Universale del profilo verticale della temperatura potenziale.
Per quanto riguarda la Funzione Universale Ψ_H, l'integrazione dell'equazione del gradiente e i dati sperimentali hanno portato alle relazioni seguenti:

- situazioni convettive ($\zeta<0$): è universalmente impiegata la relazione di Paulson (1970):

$$\Psi_H(\zeta) = 2\ln\left[\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{1-16\zeta}\right)\right] \qquad [4.18]$$

- situazioni stabili ($\zeta>0$): per valori di $\zeta<1$ è normalmente utilizzata la relazione:

$$\Psi_H = -5\zeta \qquad [4.19a]$$

Per Stabilità più elevate, la (4.19a) non risulta in accordo con i dati sperimentali. Van Ulden e Holtslag (1985) e Beljaars e Holtslag (1990) hanno proposto le due seguenti relazioni che meglio rappresentano la realtà sperimentale e che si riconducono alla (4.19a) per $\zeta<1$:

$$\Psi_H(\zeta) = -17\left[1-\exp(-0.29\zeta)\right] \qquad [4.19b]$$

$$\Psi_H(\zeta) = -\left(1+\frac{2}{3}a\zeta\right)^{3/2} - b\left(\zeta - \frac{c}{d}\right)\exp(-d\zeta) - \frac{bc}{d} + 1 \qquad [4.19c]$$

dove i coefficienti *a, b, c, d* valgono rispettivamente 1, 0.667, 5, 0.35.

Nella *Fig.4.3* è presentato l'andamento di Ψ_H in funzione del parametro di stabilità *z/L*.

4.3.4 RELAZIONE DI SIMILARITÀ PER L'UMIDITÀ DELL'ARIA ED IL SUO GRADIENTE

Anche per l'umidità specifica è possibile impiegare i concetti di analisi dimensionale e quindi produrre Relazioni di Similarità per il profilo verticale sia del gradiente che dell'umidità stessa. In particolare se si considera l'umidità specifica q e se, in analogia con la definizione di temperatura di scala, si definisce una *umidità specifica di scala* definita come:

$$q_* = -\overline{w'q'}/u_* \qquad [4.20]$$

la Relazione di Similarità è data da:

$$\frac{dq}{dz} = \frac{q_*}{kz}\Phi_q\left(\frac{z}{L}\right) \qquad [4.21]$$

I risultati finora ottenuti (Brutsaert, 1984) hanno evidenziato che, se si considera l'umidità specifica media q, la Funzione Universale Φ_q non è differente da Φ_H, cioè:

$$\Phi_q = \begin{cases} (1-16\zeta)^{-1/2} & \text{per} \zeta < 0 \\ 1+5\zeta & \text{per} \zeta > 0 \end{cases} \qquad [4.22]$$

Anche in questo caso la (4.22) può essere integrata da una quota minima z_{oq} (*lunghezza di rugosità per l'umidità*, di cui poco si conosce e che spesso è posta pari a z_{0H}) alla quota generica z entro il *SL*, ottenendo:

$$q(z) = q_0 + \frac{q_*}{k}\left[\ln\left(\frac{z}{z_{0q}}\right) - \Psi_q(\zeta)\right] \qquad [4.23]$$

dove q_0 è il valore dell'umidità al *suolo* (cioè alla quota z_{0q}) e la Funzione Universale Ψ_q non risulta essere differente dalla Ψ_H data dalle relazioni (4.18) e (4.19).

4.3.5 RELAZIONE DI SIMILARITÀ PER LA DEVIAZIONE STANDARD DELLE COMPONENTI DEL VENTO

4.3.5.1 Deviazione standard della componente verticale del vento

La deviazione standard della componente verticale del vento σ_w è un indicatore estremamente importante della turbolenza del *PBL* e della sua capacità disperdente. Entro il *SL* le variabili rilevanti alla sua descrizione sono z, u_*, $\overline{w'\theta'}$ e β, come nel caso della velocità del vento, della temperatura potenziale e dell'umidità dell'aria e quindi ragionamenti di Similarità analoghi portano a dire che il rapporto adimensionale σ_w/u_* dovrà dipendere solo da z/L (Monin e Yaglom, 1971a), secondo una relazione del tipo:

$$\frac{\sigma_w}{u_*} = \Phi_{ww}(\zeta) \qquad [4.24]$$

dove Φ_{ww} è la Funzione Universale di Similarità per la componente w del vento. Anche in questo caso la Teoria della Similarità non è in grado di definire la forma funzionale della funzione universale, tuttavia alcuni interessanti ragionamenti sono in grado di indicarne il comportamento *asintotico*.

Nel caso però di elevata convettività ($\zeta \rightarrow -\infty$) la u_* tende a ridursi drasticamente, giocando un ruolo sempre meno importante nei processi turbolenti, dominati quasi totalmente dalla convettività e dal galleggiamento. In questo caso (noto come *limite di free convection*) le variabili rilevanti si riducono a z, $\overline{w'\theta'}$ e β e l'Analisi Dimensionale (Monin e Yaglom, 1971a) individua *un solo parametro adimensionale:*

$$\pi = \frac{\sigma_w}{\zeta^{1/3} u_*} \qquad [4.25]$$

che dovrà quindi essere una costante per ogni situazioni di *free convection*. Ciò quindi richiede che il comportamento di Φ_{ww} debba essere del tipo $|\zeta|^{1/3}$. Va notato che in queste situazioni è comune definire una nuova *velocità di scala* U_f definita come:

$$U_f = \left[\frac{g}{T}\overline{w'\theta'}z\right]^{1/3} \qquad [4.26]$$

in cui compaiono come variabili rilevanti solo la quota, il flusso turbolento di calore sensibile ed il galleggiamento.

Al contrario, in situazioni di forte stabilità ($\zeta \rightarrow +\infty$) le fluttuazioni della componente verticale del vento, come quelle di ogni altra variabile meteorologica, acquistano un carattere molto *locale* ed *indipendente dalla quota*. In questo caso applicando l'Analisi Dimensionale, è facile constatare che (Monin e Yaglom, 1971a) il comportamento asintotico di Φ_{ww} è quello di tendere ad una costante.

Tenendo presente queste considerazioni e basandosi sui dati sperimentali ottenuti in molte campagne sperimentali, sono state proposte le seguenti Relazioni di Similarità.

Situazioni convettive ($\zeta<0$): in queste condizioni è stata proposta la seguente Relazione di Similarità:

$$\frac{\sigma_w}{u_*} = a(1-b\zeta)^{1/3} \qquad [4.27a]$$

che presenta il previsto comportamento asintotico in regime di *free convection*. Panofsky e Dutton (1983) e Kaimal e Finnigan (1994) propongono per *a* e *b* rispettivamente i valori 1.25 e 3, tuttavia in letteratura sono stati ottenuti valori anche differenti, derivanti probabilmente da differenti situazioni sperimentali (tempo di mediazione, tipo di *detrending* dei dati sperimentali ecc.). In una recente campagna sperimentale realizzata con strumentazione di concezione moderna, Andreas e al (1998) hanno ottenuto per i due parametri rispettivamente i valori 1.07 e 4.29. In *Fig.4.4* è presentato l'andamento di Φ_{ww} in funzione di *z/L* per le situazioni convettive (z/L<0).

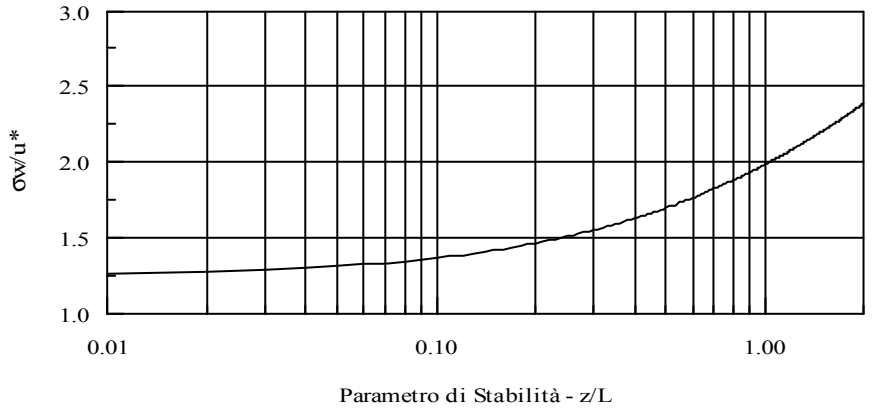

Fig.4.4: Funzione Universale di Similarità Φ_{ww} nelle situazioni convettive (z/L<0).

La (4.27a) non è l'unica Relazione di Similarità proposta, anche se sicuramente è la più utilizzata. Panofsky e al. (1977) hanno proposto un'altra forma funzionale per Φ_{ww} del tipo:

$$\frac{\sigma_w^2}{u_*^2} = c + d(-\zeta)^{2/3} \qquad [4.27b]$$

dove per i coefficienti c e d sono stati proposti rispettivamente i valori 1.5 e 2.9. Questa relazione riveste un'importanza notevole visto che, a differenza della (4.27a), può essere dedotta direttamente dal modello spettrale con cui viene descritta la componente verticale del vento (Hojstrup, 1981).

Entrambe le (4.27) rispettano il comportamento asintotico previsto in regime di *free convection*, quando $\zeta \rightarrow -\infty$, visto che entrambe tendono ai limiti seguenti:

$$\Phi_{ww}(\zeta) = a^{1/3}(-\zeta)^{1/3} \qquad \Phi_{ww}(\zeta) = d^{1/2}(-\zeta)^{1/3} \qquad [4.28]$$

Teoricamente, la *free convection* avrebbe luogo per $-\zeta$ tendente ad infinito, tuttavia i dati sperimentali mostrano che si è già di fatto in tale regime per $-\zeta > 0.4$ (Sorbjan, 1989).

Situazioni stabili ($\zeta>0$): in queste situazioni la dispersione dei dati sperimentali è notevolmente elevata e ciò ha impedito finora di individuare con ragionevole certezza un'unica forma funzionale per Φ_{ww}. Panofsky e Dutton (1983) hanno proposto la forma funzionale seguente, attualmente molto utilizzata:

$$\frac{\sigma_w}{u_*} = a \qquad [4.29a]$$

dove il coefficiente a assume un valore pari a 1.2÷1.25. Campagne sperimentali più recenti hanno suggerito anche una relazione lineare del tipo

$$\frac{\sigma_w}{u_*} = a(1 - b\zeta) \qquad [4.29b]$$

dove per i coefficienti a e i b, sono stati attribuiti rispettivamente i valori 1.2÷1.25 e 0.2 (Kaimal e Finnigan, 1994 e Andreas e al., 1997). Va rilevato che la (4.29b) a differenza della (4.29a) non rispetta il limite asintotico in caso di elevata stabilità che prevede per Φ_{ww} un valore costante.

4.3.5.2 Deviazione standard delle componenti orizzontali del vento

Per quanto riguarda le componenti orizzontali del vento, la situazione risulta apparentemente complessa. In Panofsky e Dutton (1983) si afferma che l'andamento temporale di queste variabili nelle situazioni convettive presenta sovrapposte due componenti distinte: una ad alta frequenza, caratteristica della turbolenza atmosferica, ed una a bassa frequenza. Mentre la prima dipende dalla quota, la seconda non lo è ed è legata solo all'estensione verticale del *PBL*. A rigore un tale comportamento non potrebbe essere descritto dalla Teoria della Similarità di Monin-Obukhov. In effetti, Panofsky e al. (1977) hanno proposto una relazione di Similarità in cui la quota z è stata sostituita dall'altezza del *PBL* z_i:

$$\frac{\sigma_u^2}{u_*^2} = \frac{\sigma_u^2}{u_*^2} = 4 + 0.6 \cdot \left(\frac{z_i}{|L|}\right)^{2/3} \qquad [4.30]$$

In contrasto con tale opinione, Monin e Yaglom (1971a) prevedevano invece un comportamento di queste variabili molto simile a quello mostrato dalla componente verticale del vento, cosa riaffermata anche nelle campagne sperimentali più recenti (Andreas e al., 1998) dove si è notato che per la componente u applicando l'analisi di Similarità in cui è presente come lunghezza caratteristica la quota z e non z_i, i risultati ottenuti portavano ad una Relazione di Similarità del tipo:

$$\frac{\sigma_u}{u_*} = a(1 - b\zeta)^{1/3} \qquad [4.31]$$

dove i valori attribuiti ai due coefficienti a e b erano 2.55 e 1.2 rispettivamente. Si noti che la (4.31) presenta il limite asintotico in *free convection* analogo a quello della componente verticale del vento, come previsto in Monin e Yaglom (1971a). Queste due affermazioni apparentemente inconciliabili, lo saranno molto meno quando si presenterà il modello spettrale delle componenti orizzontali del vento. In effetti, attualmente si è giunti alla conclusione che è decisamente più reale l'ipotesi fatta da Panofsky e al. (1977) che conduce alla (4.30) secondo cui l'influenza dell'altezza del *PBL* è un fattore determinante, soprattutto ad elevata convettività. Tuttavia tale influenza ha caratteristiche di bassa frequenza, che possono essere facilmente *filtrate* dai processi di *detrending* operate nell'elaborazione dei dati elementari raccolti e soprattutto dalla scelta del tempo di mediazione, come sarà più chiaro nel Cap.10. Pertanto particolari scelte di tempo di mediazione e di filtraggio possono ridimensionare il contributo legato a z_i e far emergere il contributo legato a z.

Per quanto riguarda il comportamento di σ_u/u_* in condizioni stabili, la situazione si presenta ancora più incerta. Se la quasi unanimità dei ricercatori concorda in un valore circa costante e pari a circa 2 per σ_u/u_*, Andreas e al. (1998) hanno viceversa evidenziato la presenza di un chiaro incremento di σ_u/u_*, con ζ, che hanno modellizzato con la relazione lineare:

$$\frac{\sigma_u}{u_*} = 2.55(1 + 0.8\zeta) \qquad [4.32]$$

4.3.6 RELAZIONE DI SIMILARITÀ PER LA DEVIAZIONE STANDARD E LA SKEWNESS DELLA TEMPERATURA

Lo studio del segnale di temperatura è stato sempre un tema affascinante per i ricercatori, soprattutto per la sua caratteristica *segnatura*. In effetti esso mostra nelle situazioni convettive una serie di evidenti rampe (Tillman, 1972) che stanno ad evidenziare l'instaurarsi nei pressi del suolo di situazioni in cui dell'aria inizia un riscaldamento progressivo (determinato dal calore proveniente dal suolo), riscaldamento che ha termine quando questa massa d'aria (struttura coerente) *abbandona* il suolo, innalzandosi nel *PBL* e determinando localmente un *rinnovo di aria più fredda* destinata a riscaldarsi e a riproporre questa sequenza di generazione di strutture coerenti.

Uno degli indicatore più importanti di questo processo è la deviazione standard della temperatura potenziale σ_T e per essa Monin e Yaglom (1971a) hanno proposto un'Analisi di Similarità in cui i parametri rilevanti, come nel caso della componente verticale del vento, erano z, u_*, $\overline{w'\theta'}$ e β. La forma generale della Relazione di Similarità è quindi:

$$\frac{\sigma_T}{|T_*|} = \Phi_{\theta\theta} \qquad [4.33]$$

dove $\Phi_{\theta\theta}$ è la Funzione Universale della Similarità. Anche in questo caso la Similarità non è in grado di prevedere la forma matematica della Funzione Universale, anche se è possibile ottenere alcune informazioni analizzando il comportamento nelle situazioni di *free convection* in cui $\zeta \to -\infty$. In queste situazioni, u_* cessa di essere un parametro significativo e quindi le variabili rilevanti diventano z, $\overline{w'\theta'}$ e β. Applicando il Teorema di Buckingham, si ha che le variabili chiave diventano z, $\overline{w'\theta'}$ e β ed è

possibile ottenere solo il gruppo adimensionale:

$$\pi = \frac{\sigma_T}{z^{-1/3}\,\beta^{-1/3}\,\overline{w'\theta'}^{2/3}} \qquad [4.34]$$

che, introducendo la costante di von Karman e arrangiando algebricamente il denominatore, diventa:

$$\pi' = \frac{\sigma_T}{|T_*|\zeta^{-1/3}} \qquad [4.35]$$

L'esistenza di un solo gruppo adimensionale sta a significare che tale gruppo dovrà mantenersi *costante* e quindi il comportamento asintotico in condizioni di *free convection* di $\sigma_T/|T_*|$ sarà dato da:

$$\frac{\sigma_T}{|T_*|} = C\zeta^{-1/3} \qquad [4.36]$$

dove C è una appropriata costante.

Viceversa, nelle situazioni di elevata stabilità, z smette di rivestire un ruolo rilevante, vista il carattere locale della turbolenza. Quindi le variabili rilevanti diventano u_*, $\overline{w'\theta'}$ e β. Impiegando ancora una volta il Teorema di Buckingham, si ha che è possibile ottenere un solo rapporto adimensionale (anche in questo caso una costante del sistema) espresso dalla relazione:

$$\pi = \frac{\sigma_T}{u_*^{-1}\overline{w'\theta'}} \qquad [4.37a]$$

cioè:

$$\pi = \frac{\sigma_T}{T_*} \qquad [4.37b]$$

relazione che sta a significare che $\sigma_T/|T_*|$ tenderà ad una costante (da determinare) nel caso $\zeta \to +\infty$.

Le attività sperimentali hanno condotto alla individuazione delle Funzioni di Similarità per $\sigma_T/|T_*|$ sia nelle condizioni convettive che in quelle stabili, con una notevole incertezza per queste ultime, dovuta alla notevole dispersione sempre presente nei dati sperimentali.

Nelle situazioni convettive, Wyngaard e al. (1971) e Tillman (1972) hanno proposto la relazione:

$$\frac{\sigma_T}{|T_*|} = a(1-b\zeta)^{-1/3} \qquad [4.38]$$

dove i coefficienti a e b valgono rispettivamente 2.9 e 28.4, cosa sostanzialmente confermata anche da Andreas e al. (1998) con il coefficiente a pari a 3.2. Kaimal e Finnigan (1994) confermano anch'essi la forma funzionale (4.38), ma con i due coefficienti pari a 2 e 9.5. Va rilevato che i dati sperimentali evidenziano un comportamento congruente con il limite di *free convection* per valori di $-\zeta > 0.1$ (Sorbjan, 1989).

Per quanto riguarda il comportamento nelle situazioni stabili, Tillman (1972) ha proposto e normalmente viene accettato una costanza di $\sigma_T/|T_*|$ attorno al valore di 1.8÷2. Una valutazione differente viene fatta da Kaimal e Finnigan (1994) che propongono un andamento leggermente decrescente con ζ, in evidente disaccordo con il comportamento asintotico a stabilità elevate previsto dall'Analisi di Similarità. In particolare la Relazione di Similarità che essi propongono è

$$\frac{\sigma_T}{T_*} = 2(1+0.5\zeta)^{-1} \qquad [4.39]$$

In *Fig. 4.5* è illustrato l'andamento nelle situazioni convettive della Funzione di Similarità $\Phi_{\theta\theta}$.

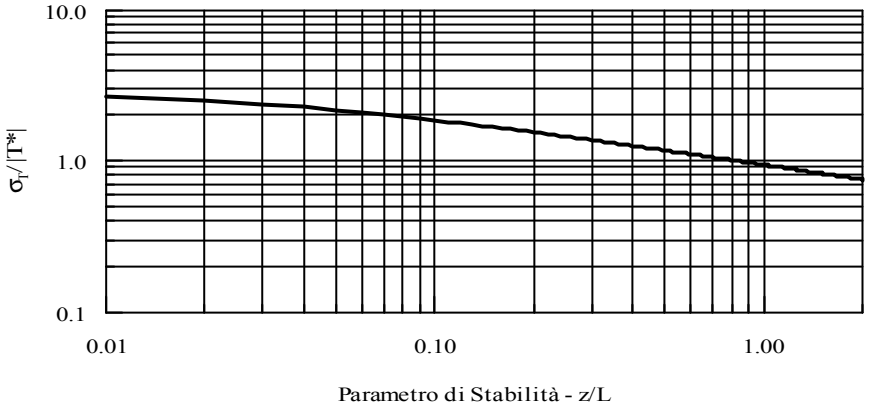

Fig. 4.5: variazione della Funzione di Similarità $\Phi_{\theta\theta}$ con la stabilità nelle situazioni convettive.

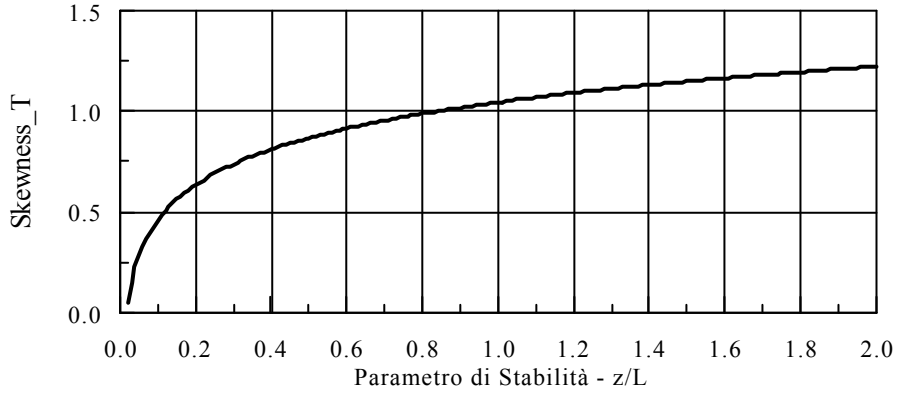

Fig.4.6: variazione della Funzione di Similarità Φ_{TTT} (profilo verticale della skewness della temperatura potenziale) con la stabilità nelle situazioni convettive.

Per quanto riguarda la *skewness* S_T della temperatura potenziale, definita dalla relazione (1.32), ben poco si conosce attualmente. Da Tillman (1972) e Andreas e al. (1998) si può affermare che è possibile definire una relazione di Similarità del tipo:

$$S_T = \Phi_{TTT}(\zeta) \qquad [4.40]$$

dove la Funzione Universale di Similarità è data da

$$\Phi_{TTT}(\zeta) = \begin{cases} a + b\ln(-\zeta) & \text{se} \zeta < 0 \\ c & \text{se} \zeta \geq 0 \end{cases} \qquad [4.41]$$

in cui i parametri a,b e c assumono rispettivamente i valori 1.044, 0.255 e 0.15. Tal Funzione di Similarità è illustrata in *Fig.4.6*.

4.3.7 RELAZIONE DI SIMILARITÀ PER LA DEVIAZIONE STANDARD DELL'UMIDITÀ

Come nel caso del profilo verticale, anche per la deviazione standard dell'umidità è possibile individuare una relazione di Similarità. Finora sono stati pubblicati pochissimi lavori in cui vengono presentate misure sperimentali di tale parametro e ciò deriva dal fatto che la misura veloce dell'umidità dell'aria è tuttora un problema tecnico non semplice da risolvere. I risultati ottenuti da Weaver (1990) e Andreas e al. (1998) hanno evidenziato come la forma funzionale della relazione di Similarità sia la seguente:

$$\frac{\sigma_q}{|q_*|} = \Phi_{qq}\left(\frac{z}{L}\right) \qquad [4.42]$$

La Funzione Universale Φ_{qq} presenta le stesse caratteristiche comportamentali in situazioni di *free convection* e in *situazioni di elevata stabilità* della relativa funzione universale σ_T. In particolare, Andreas e al. (1998) ha proposto *per le situazioni convettive* la relazione:

$$\frac{\sigma_q}{|q_*|} = 4.1(1 - 28.4\zeta)^{-1/3} \qquad [4.43]$$

mentre per le *situazioni stabili*, in accordo con Weaver (1990), propone che la Funzione Universale Φ_{qq} sia indipendente da ζ e pari ad un valore costante (pari a 4.1).

4.3.8 RELAZIONE DI SIMILARITÀ PER LA DISSIPAZIONE DI ENERGIA CINETICA TURBOLENTA

La dissipazione di energia turbolenta ε è stata definita compiutamente nel Cap.2 e nel Cap.1 si è evidenziata la sua importanza nella descrizione spettrale della turbolenza atmosferica nell'*inertial subrange*. In questo paragrafo siamo interessati a verificare (ed eventualmente individuare) l'esistenza di una Relazione di Similarità (cioè di un profilo) valido entro il SL e relativa ad ε. La grandezza ε entro il *SL* è ragionevole che dipenda da (Monin e Yaglom, 1971a) z, u_*, $\overline{w'\theta'}$ e β, pertanto l'Analisi Dimensionale ci suggerisce l'esistenza di due rapporti adimensionali:

$$kz\varepsilon/u_*^3 \quad \text{e} \quad \zeta = z/L \qquad [4.44]$$

Ciò porta ad individuare una possibile Relazione di Similarità del tipo:

$$kz\varepsilon/u_*^3 = \Phi_\varepsilon \qquad [4.45]$$

dove Φ_ε è la funzione Universale per la dissipazione di energia cinetica turbolenta. Il comportamento asintotico della Φ_ε in situazioni di *free convection* lo si ottiene dall'Analisi Dimensionale ricordando che u_* non riveste alcun ruolo in questo tipo di regime fluidodinamico. In questo caso si vede che:

$$\frac{kz\varepsilon}{u_*^3} \to |\zeta| \qquad [4.46]$$

Nel caso, invece di forte stabilità, è la quota di misura che riveste in ruolo irrilevante. In tal caso si ha che il limite asintotico curiosamente resta identico a quello nel caso della *free convection*.

Sono state proposte in Letteratura alcune Relazione di Similarità per Φ_ε. Kaimal e Finnigan (1994), per esempio, hanno consigliato la relazione seguente:

$$\frac{kz\varepsilon}{u_*^3} = \begin{cases} \left(1+0.5|\zeta|^{2/3}\right)^{3/2} & \text{per } \zeta < 0 \\ (1+5\zeta) & \text{per } \zeta > 0 \end{cases} \qquad [4.47a]$$

riportate in *Fig.4.7,* che, come è immediatamente verificabile, rispetta i limiti asintotici individuati. Va rilevato che è anche possibile ottenere Φ_ε partendo semplicemente dall'equazione di bilancio dell'energia cinetica turbolenta in condizioni stazionarie (Hicks e Dyer, 1972). In tal caso Φ_ε è esprimibile come:

$$\frac{kz\varepsilon}{u_*^3} = \Phi_M - \zeta \qquad [4.47b]$$

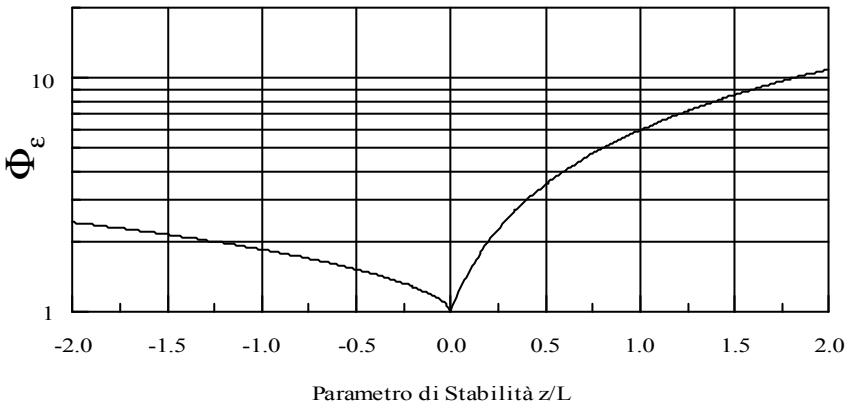

Fig. 4.7: andamento con la stabilità atmosferica della Funzione Universale di similarità Φ_ε

.

4.3.9 RELAZIONE DI SIMILARITÀ PER I PARAMETRI DI STRUTTURA

Nelle (1.90) e (1.91) è stata definita la *Funzione di Struttura, misura* dell'autocorrelazione spaziale di una data variabile meteorologica. Se f è una generica variabile meteorologica, normalmente u o θ o q (umidità specifica dell'aria), e $\underline{x}_1$ e $\underline{x}_2$ sono due punti qualsiasi dello spazio tali che $\underline{x}_2 = \underline{x}_1 + \underline{r}$ ($\underline{r}$ è il vettore distanza tra i due punti dati, di modulo r), la *Funzione di Struttura* D_f si definisce come:

$$D_f(\underline{x}_1, \underline{x}_2) = \overline{[f(\underline{x}_1) - f(\underline{x}_2)]^2} \qquad [4.48]$$

Se la distanza $\underline{r}$ tra i due punti tende a zero, D_f tende a zero; se viceversa $\underline{r}$ cresce, nella maggior parte dei fluidi turbolenti anche D_f tende a crescere. In generale si è visto che (Tatarski, 1961) nell'*inertial subrange* (si veda il Cap.1 e il Cap.5) D_f dipende solo da $\underline{r}$ secondo una relazione generale del tipo:

$$D_f(r) = C_f^2 r^{2/3} \qquad [4.49]$$

dove C_f^2 è il *Parametro di Struttura*, variabile molto usata nella pratica e dipendente dalla stabilità atmosferica. L'applicazione dell'Ipotesi di Taylor consente di trasformare la distanza spaziale r (se è lungo la *streamline*) in una *distanza temporale* τ, purché τ rispetti la condizione seguente (Kaimal e al., 1972 e Fairall e al., 1990):

$$\tau \le 0.5\,\bar{u}/z \qquad [4.50]$$

in cui $\bar{u}$ è la velocità media del vento e z è la quota di misura. In questo caso, la definizione di D_f è del tutto analoga a quella data in precedenza in cui si sostituisce a r il prodotto $\bar{u}\tau$.

In linea di principio, il parametro di struttura può essere definito per ogni variabile di interesse micrometeorologico, tuttavia i casi più comuni sono quello per la componente u del vento (C_V^2), per la temperatura potenziale (C_T^2) e per l'umidità specifica q (C_Q^2). Come per le statistiche *one-point*, così anche per le statistiche *two-point* è possibile individuare relazioni di Similarità in grado di predire il loro comportamento al variare della quota e della stabilità, sempre entro il *SL*. Va comunque sottolineato che nel caso delle statistiche *two-point* e quindi in particolare nel caso dei Parametri di Struttura, l'ulteriore vincolo insito nell'individuazione delle Relazioni di Similarità è che la *distanza* (spaziale o temporale) sia entro l'*inertial subrange* dove la turbolenza è localmente isotropa.

Consideriamo inizialmente C_V^2. Gli stessi argomenti di Similarità utilizzati a proposito di σ_w conducono ad individuare i due rapporti adimensionali caratteristici:

$$\frac{C_V^2 z^{2/3}}{u_*^2} \quad \text{e} \quad \zeta = \frac{z}{L} \qquad [4.51]$$

da cui è immediato cercare una Relazione di Similarità del tipo:

$$\frac{C_V^2 z^{2/3}}{u_*^2} = F_{uu}(\zeta) \qquad [4.52]$$

Il comportamento asintotico per $\zeta \to -\infty$ (*free convection*) è individuabile con i soliti argomenti di Analisi Dimensionale, tenendo conto che in queste situazioni u_* risulta del tutto ininfluente. In questo caso si vede immediatamente che:

$$\frac{C_V^2 z^{2/3}}{u_*^2} \to C_1 |\zeta|^{2/3} \qquad [4.53]$$

dove C_1 è una appropriata costante da individuare sperimentalmente.

Nel caso invece di *forte stabilità* ($\zeta \to +\infty$), risulta del tutto ininfluente la quota di misura z e quindi il comportamento asintotico previsto (e confermato in Wyngaard e Kosovic, 1994) è:

$$\frac{C_V^2 z^{2/3}}{u_*^2} \to C_2 \zeta^{2/3} \qquad [4.54]$$

Anche in questo caso con C_2 si è indicata un'appropriata costante.

Dalle campagne sperimentali realizzate sono state ottenute le Relazioni di Similarità seguenti (Kaimal e Finnigan, 1994):

$$\frac{C_V^2 z^{2/3}}{u_*^2} = \begin{cases} 4(1+0.5|\zeta|)^{2/3} & \text{per } \zeta < 0 \\ 4(1+5\zeta)^{2/3} & \text{per } \zeta > 0 \end{cases} \qquad [4.55a]$$

In Fairall e al. (1990) è stata proposta la seguente relazione, lievemente differente dalla precedente:

$$\frac{C_V^2 z^{2/3}}{u_*^2} = \begin{cases} 4.2\left(1+0.5|\zeta|^{2/3}\right) & \text{per } \zeta < 0 \\ 4.2\left(1+2.5\zeta^{2/3}\right) & \text{per } \zeta > 0 \end{cases} \qquad [4.55b]$$

Va comunque rilevato che entrambe le correlazioni riportate rispettano i limiti asintotici previsti dall'Analisi Dimensionale.

Consideriamo ora C_T^2. Applicando anche in questo i ragionamenti di Analisi Dimensionale fatti a proposito di σ_T, è facile vedere come siano individuabili due rapporti adimensionali rilevanti:

$$\frac{C_T^2 z^{2/3}}{T_*^2} \quad \text{e} \quad \zeta = \frac{z}{L} \qquad [4.56]$$

da cui è immediato ipotizzare l'esistenza di una Relazione di Similarità del tipo:

$$\frac{C_T^2 z^{2/3}}{T_*^2} = F_{TT}(\zeta) \qquad [4.57]$$

Anche in questo caso è conveniente impiegare l'Analisi Dimensionale per individuare il comportamento asintotico di F_{TT}. Nel caso di *free convection*, l'indipendenza da u_* porta a dire che:

$$\frac{C_T^2 z^{2/3}}{T_*^2} \to C|\zeta|^{-2/3} \qquad [4.58]$$

dove C è una costante. Nel caso, invece, di *forte stabilità*, il Parametro di struttura tende ad essere indipendente dalla quota di misura z, pertanto l'Analisi Dimensionale conduce al risultato seguente:

$$\frac{C_T^2 z^{2/3}}{T_*^2} \to C|\zeta|^{2/3} \qquad [4.59]$$

relazione confermata anche da Wyngaard e Kosovic (1994), dove C è una costante. E' estremamente interessante notare come il comportamento asintotico a forti stabilità presenti una dipendenza da ζ opposta al limite ottenuto nel caso di *free convection*.

I dati ottenuti nelle campagne sperimentali hanno portato alla Relazione di Similarità seguente (Fairall e al., 1990):

$$\frac{C_T^2 z^{2/3}}{T_*^2} = \begin{cases} 5(1+7|\zeta|)^{-2/3} & \text{per } \zeta < 0 \\ 5(1+2.5\zeta)^{2/3} & \text{per } \zeta > 0 \end{cases} \qquad [4.60a]$$

Come si nota immediatamente, tale relazione rispetta i limiti asintotici previsti. Tuttavia De Bruin e al. (1993) e Kaimal e Finnigan (1994) hanno presentato anche la relazione seguente

$$\frac{C_T^2 z^{2/3}}{T_*^2} = \begin{cases} 5(1+6.4|\zeta|)^{-2/3} & \text{per } \zeta < 0 \\ 5(1+3\zeta) & \text{per } \zeta > 0 \end{cases} \qquad [4.60b]$$

che non rispetta il limite asintotico per $\zeta \to +\infty$.

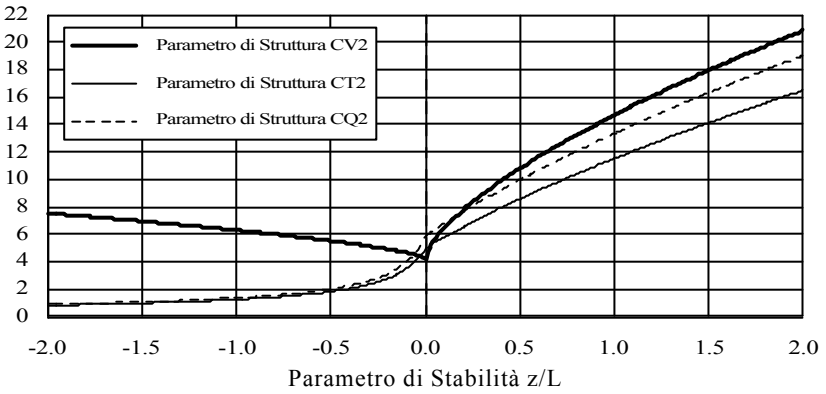

Fig. 4.8: andamento con la stabilità delle Funzioni universali di Similarità F_{uu}, F_{TT}, F_{qq}.

Per quanto riguarda C_q^2, analogamente a quanto detto per la deviazione standard dell'umidità specifica q, è possibile ipotizzare una relazione di Similarità del tipo:

$$\frac{C_q^2 z^{2/3}}{q_*^2} = F_{qq}(\zeta) \qquad [4.61]$$

con comportamenti asintotici analoghi a quelli riscontrati per F_{TT}. Sono molto scarsi i dati sperimentali che consentono di verificare tale ipotesi e di individuare la F_{qq}. Edson e Fairall (1998) propongono la relazione seguente:

$$\frac{C_q^2 z^{2/3}}{q_*^2} = \begin{cases} 5.9(1+8|\zeta|)^{-2/3} & \text{per } \zeta < 0 \\ 5.9(1+2.4\zeta)^{2/3} & \text{per } \zeta > 0 \end{cases} \qquad [4.62]$$

In *Fig.4.8* è presentato l'andamento delle varie Funzioni Universali di Similarità in funzione della stabilità.

4.3.10 PARAMETRI DERIVATI

Per concludere la rassegna delle diverse Relazioni di Similarità relative al SL, che costituiscono nel loro complesso la Teoria della Similarità di Monin-Obukhov, prendiamo in esame alcuni parametri derivati, spesso impiegati nella pratica.

4.3.10.1 Coefficienti di scambio turbolento e numeri di Richardson

Si definisce *coefficiente di scambio turbolento per la quantità di moto* K_m e *per il calore sensibile* K_H i coefficienti seguenti:

$$\frac{\tau}{\rho} = K_m \frac{d\bar{u}}{dz} \qquad [4.63a]$$

$$\frac{-H_0}{\rho C_p} = K_H \frac{d\bar{\theta}}{dz} \qquad [4.63b]$$

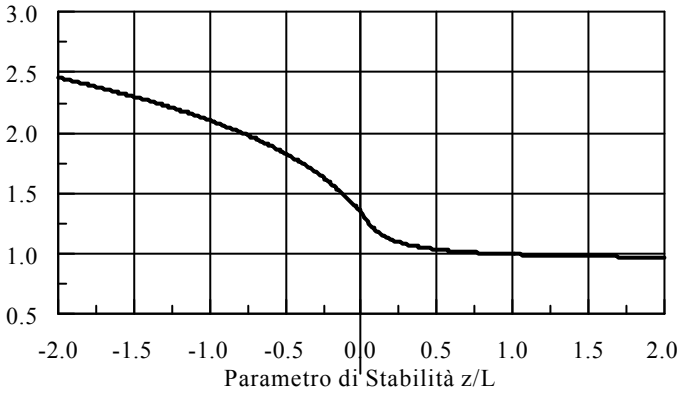

Fig.4.9; andamento con la stabilità della Funzione universale di Similarità $\alpha(\zeta)$.

Dalle Relazioni di Similarità e dalla definizione di u_* e H_0 si verifica immediatamente che:

$$K_m = \frac{k u_* z}{\Phi_m(\zeta)} \qquad [4.64a]$$

$$K_H = \frac{k T_* z}{\Phi_H(\zeta)} \qquad [4.64b]$$

e quindi il loro rapporto è rappresentato dalla Relazione di Similarità seguente:

$$\frac{K_H}{K_m} = \alpha(\zeta) = \frac{\Phi_m(\zeta)}{\Phi_H(\zeta)} \qquad [4.65a]$$

Se si utilizzano le Relazioni di Similarità introdotte in questo capitolo, la funzione $\alpha(\zeta)$ assumerà la

forma riportata in *Fig.4.9*.

Come già detto nel Cap.2, sono stati introdotti nello studio della Micrometeorologia due parametri di stabilità estremamente interessanti, il *Numero di Richardson Gradiente Ri* ed *il Numero di Richardson Flusso* R_f. Riesaminiamoli ora alla luce della Teoria della Similarità di Monin-Obukhov. La definizione del *Numero di Richardson* Gradiente *Ri* è la seguente:

$$Ri = \frac{g}{T}\frac{d\bar{\theta}/dz}{\left(d\bar{u}/dz\right)^2} \qquad [4.66a]$$

Tenendo conto delle Relazioni di Similarità e con semplici passaggi algebrici si giunge alla conclusione che:

$$Ri = \zeta\,\frac{\Phi_H(\zeta)}{(\Phi_m(\zeta))^2} \qquad [4.66b]$$

Per quanto riguarda, invece, il *Numero di Richardson Flusso* R_f, la sua definizione è:

$$Rf = \frac{g}{T}\frac{\overline{w'\theta'}}{\overline{u'w'}\cdot d\bar{u}/dz} \qquad [4.67a]$$

che, tenendo conto delle Relazioni di Similarità, diventa:

$$Rf = \frac{\zeta}{\Phi_m(\zeta)} \qquad [4.67b]$$

A questo punto è interessante dimostrare che:

$$\frac{Rf}{Ri} = \frac{K_H(\zeta)}{K_m(\zeta)} = \alpha(\zeta) \qquad [4.68]$$

4.3.10.2 I coefficienti di drag e le resistenze aerodinamiche

Si definisce *coefficiente di drag per il trasporto di quantità di moto* C_D (Stull, 1988) il parametro seguente:

$$C_D = \left(\frac{u_*}{\bar{u}}\right)^2 \qquad [4.69a]$$

Ricordando la (4.10c) è immediato constatare che:

$$C_D = \frac{k^2}{\left[\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \Psi_M(\zeta)\right]^2} \qquad [4.69b]$$

relazione che evidenzia la dipendenza di C_D dal livello di stabilità presente nel *SL*. Questo parametro non riveste un'importanza particolare nel contesto della Teoria della Similarità, tuttavia spesso viene

usato nella pratica, soprattutto modellistica, dopo aver opportunamente semplificato la dipendenza dalla stabilità descritta dalla (4.69b).

Analogamente è possibile definire un *coefficiente di drag per il flusso di calore sensibile* C_H, come:

$$C_H = \frac{\overline{w'\theta'}}{\bar{u}(\theta_0 - \theta)} \qquad [4.70a]$$

Anche questo parametro è interessante, visto che lega tra loro flusso di calore sensibile, gradiente di temperatura e velocità media del vento. Dalla (4.10c) e (4.15a) si ha che:

$$C_H = \frac{k^2}{\left[\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \Psi_M(\zeta)\right] \cdot \left[\ln\left(\frac{z}{z_{0H}}\right) - \Psi_H(\zeta)\right]} \qquad [4.70b]$$

Un coefficiente del tutto analogo può essere individuato anche per il flusso di umidità dell'aria.

Oltre ai coefficienti di *drag,* vengono usate comunemente anche le cosiddette *resistenze aerodinamiche,* da essi derivate direttamente. In particolare si ha la *resistenza aerodinamica per il trasferimento di quantità di moto* r_{aM}*,* definita come:

$$r_{aM} = \frac{\bar{u}}{u_*^2} = \left(C_D \bar{u}\right)^{-1} \qquad [4.71a]$$

e la *resistenza aerodinamica per il trasferimento di calore sensibile* r_{aH},:

$$r_{aH} = \frac{\theta - \theta_0}{u_* T_*} = \left(C_H \bar{u}\right)^{-1} \qquad [4.71b]$$

4.3.10.3 Coefficienti di correlazione lineare

I coefficienti di correlazione lineare sono stati definiti nella (1.85) e sono il rapporto tra la covarianza di due variabili meteorologiche di interesse e il prodotto delle loro deviazioni standard. E' estremamente interessante, dal punto di vista pratico, analizzare il loro andamento in funzione del grado di stabilità rappresentato dal valore del parametro ζ. Sfortunatamente non per tutte le variabili di interesse sono state individuate delle Relazioni di Similarità sempre valide: l'esempio più interessante è costituito dalla deviazioni standard delle componenti orizzontali del vento che, nelle situazioni convettive, dipendono dall'estensione verticale del *PBL*.

Consideriamo inizialmente r_{uw}, definita come:

$$r_{uw} = \frac{\overline{u'w'}}{\sigma_u \sigma_w} \qquad [4.73]$$

che ovviamente sarà anche uguale a:

$$r_{uw} = -\frac{1}{\Phi_{uu}\Phi_{ww}} \qquad [4.74]$$

Nelle situazioni convettive, tenendo conto della (4.27a) e della (4.30) si ottiene:

$$r_{uw} = -\frac{1}{1.25(1-3\zeta)^{1/3}\left[4+0.6\left(\frac{z_i}{|L|}\right)^{1/3}\right]} \qquad [4.75a]$$

relazione che presenta una dipendenza non solo dal livello di stabilità ζ, ma anche da z_i Se però adottiamo la (4.31) al posto della (4.30) e studiamo il limite asintotico in condizioni di *free convection*, otteniamo la relazione seguente:

$$r_{uw} = -0.2|\zeta|^{-2/3} \qquad [4.75b]$$

che evidenza una continua diminuzione della correlazione con l'aumentare della convettività, confermando ancora una volta che in *free convection* u_* non assume un ruolo rilevante.

Nel caso, delle *situazioni stabili*, considerando che σ_w/u_* e σ_u/u_* sono entrambe costanti e pari rispettivamente a 1.25 e 2.55, r_{uw} assume un valore costante e apri a -0.31.Evidentemente, scelte differenti per le due costanti impiegate porteranno a valori un poco differenti per r_{uw} (per esempio in (Kaimal e Finnigan, 1994) r_{uw} = -0.35).

Molto più interessante è il caso di $r_{w\theta}$ definito come:

$$r_{w\theta} = \frac{\overline{w'\theta'}}{\sigma_w \sigma_T} \qquad [4.76]$$

cioè pari a:

$$r_{w\theta} = \frac{1}{\Phi_{ww}\Phi_{\theta\theta}} \qquad [4.77]$$

Se si considerano le *situazioni convettive* e le Relazioni di Similarità per σ_w/u_* e $\sigma_T/|T_*|$ (quest'ultima nella sua forma asintotica) si giunge alla relazione seguente:

$$r_{w\theta} = 0.84\frac{\zeta^{1/3}}{(1-3\zeta)^{1/3}} \qquad [4.78]$$

che in *free convection* tende ad un valore costante pari a 0.58 (naturalmente valori un poco differenti per i coefficienti adottati nelle Relazioni di Similarità possono portare ad un valore asintotico un poco differente).

Nelle *situazioni stabili* se si consideriamo costanti le funzioni di Similarità per w e θ, anche $r_{w\theta}$ tenderà ad un valore costante che, con questa scelta di coefficienti è pari a -0.28.

In *Fig.4.10* è presentato l'andamento di $r_{w\theta}$ in funzione del parametro di stabilità *z/L*.

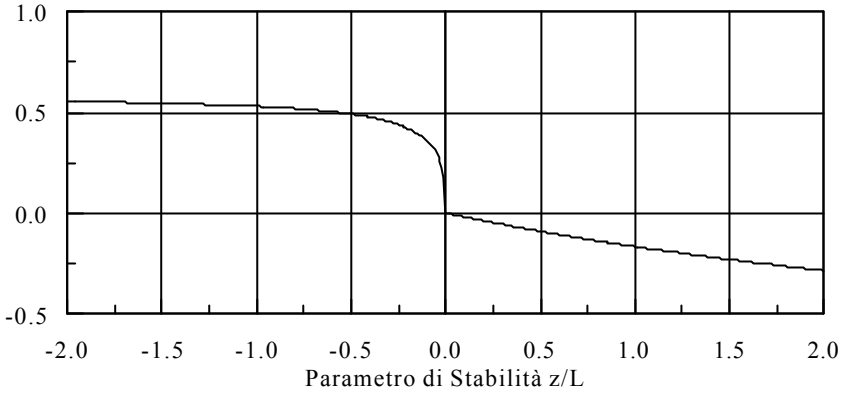

Fig. 4.10: andamento con la stabilità del coefficiente di correlazione lineare $r_{w\theta}$.

4.4 TEORIA DELLA SIMILARITÀ PER L'INTERO PBL

La teoria della Similarità di Monin-Obukhov limita la propria validità alla previsione del profilo verticale delle principali variabili meteorologiche (medie e i principali momenti di ordine superiore) entro il *SL*. Per tale caratteristica le Relazioni di Similarità ottenute in questo contesto vengono usate normalmente più nei metodi indiretti di stima dei parametri della turbolenza del *PBL* (come si vedrà nel Cap.10) che in un contesto veramente modellistico in cui quasi sempre è richiesta la previsione dei profili delle principali variabili di interesse entro tutto il *PBL*.

Va subito detto che finora non è stata ottenuta una teoria coerente della Similarità valida per l'intero *PBL*, anche se sono disponibili Relazioni di Similarità che coprono quasi tutti gli impieghi modellistici più comuni. Qui di seguito vengono presentate le correlazioni usate più frequentemente. Queste Relazioni, di tipo diagnostico e di fatto ancora basate sull'Analisi Dimensionale (e quindi di Similarità), hanno come linea guida il fatto che devono rappresentare la dipendenza con la quota di *misura* delle principali variabili meteorologiche di interesse non solo dalle forzanti presenti al suolo (*friction velocity*, galleggiamento e flusso turbolento di calore sensibile e latente), ma anche dall'estensione verticale del *PBL* stesso che esercita un'azione di *confinamento* che si ripercuote inevitabilmente sui profili stessi. Se le *variabili rilevanti* sopra elencate possono bastare per la descrizione del profilo dei momenti di ordine superiore al primo, per il profilo dei valori medi è abbastanza verosimile che gli effetti a mesoscala abbiano anch'essi un'influenza importante, cosa non facilmente modellizzabile in un contesto di Similarità

4.4.1 IL PROFILO VERTICALE DEL VENTO

Il profilo verticale del vento è l'oggetto principale della Teoria della Similarità di Rossby, che non riteniamo opportuno trattare in dettaglio, ma che è ben descritta in Sorbjan (1989) e Garratt (1992). Il limite di tale trattazione sta nel fatto che una delle grandezze su cui si fonda è il parametro di Coriolis *f*, che normalmente compare a denominatore dei parametri di stabilità in essa utilizzati. Ciò quindi comporta che i risultati di questa teoria possano essere impiegati solo alle medie-alte latitudini, ma non all'equatore, dove *f* è nulla. Oltre a ciò, non sempre la corrispondenza tra previsioni delle relazioni di Similarità e dati misurati è così buona come nel caso riscontrato dalla Teoria della Similarità di Monin-Obukhov entro il *SL*.

Una delle Relazioni di Similarità della Teoria di Rossby più usate è quella che deriva da Zilitinkevich (1989) e Yamada (1976), nella forma proposta da Ratto (1996) e che è valida per l'intero *PBL* sia in condizioni convettive, che in situazioni adiabatiche e stabili. Se si considera un sistema di assi cartesiani ortogonali con la *x* orientata secondo la direzione media del vento al suolo (o ad una quota di riferimento z_r prossima al suolo), le due componenti orizzontali del vento ad una generica quota *z* (u_x e u_y) sono date dalla relazione seguente:

$$u_x(z) = \frac{u_*}{k}\left[\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - A_\mu(z)\right] \qquad [4.79a]$$

$$u_y(z) = -\frac{u_*}{k} B_\mu(z) \qquad [4.79b]$$

in cui z_i è l'altezza del *PBL* e le Funzioni di Similarità A_μ e B_μ sono date dalla relazioni seguenti:

$$A_\mu(z) = a_\mu\left(\frac{z - z_0}{z_i}\right) + a_\mu^*\left(\frac{z - z_0}{z_i}\right)^2 \qquad [4.80a]$$

$$B_\mu(z) = b_\mu\left(\frac{z - z_0}{z_i}\right) + b_\mu^*\left(\frac{z - z_0}{z_i}\right)^2 \qquad [4.80b]$$

I coefficienti *a* e *b* dipendono dalla stabilità atmosferica ed, in particolare dal parametro μ, definito come:

$$\mu = \frac{k u_*}{fL} \qquad [4.81]$$

in cui *f* è il parametro di Coriolis ed *L* è la lunghezza di Monin-Obukhov. Si nota immediatamente come una tale relazione di Similarità possa essere impiegata solo lontano dall'equatore, in corrispondenza del quale *f* si annulla e μ tende all'infinito. Premesso ciò, la dipendenza dei coefficienti presenti nelle (4.80) è la seguente:

- <u>*nelle situazioni convettive*</u> si ha che

$$a_\mu = 34 - \frac{38}{1 + 0.027\sqrt{-\mu}} \qquad a_\mu^* = -24 + \frac{28.5}{1 + 0.027\sqrt{-\mu}}$$

$$b_\mu = \frac{-10}{1 + 1.581\sqrt{-\mu}} \qquad b_\mu^* = \frac{5.5}{1 + 1.581\sqrt{-\mu}}$$

- <u>*nelle situazioni adiabatiche*</u> si ha che

$$a_\mu = -4 \qquad a_\mu^* = 4.5 \qquad b_\mu = -10 \qquad b_\mu^* = 5.5$$

- <u>*nelle situazioni stabili*</u> *si ha che*

$$a_\mu = -4.0 - 10.20\sqrt{\mu} \qquad a_\mu^* = 4.5 + 7.65\sqrt{\mu}$$

$$b_\mu = -10. \qquad b_\mu^* = 5.5 + 1.7647\sqrt{\mu}$$

Un metodo alternativo che può essere impiegato nelle zone equatoriali e che non richiede l'impiego

diretto del parametro di Coriolis è presentato in Ulke (2000). Tale metodo si basa sulle equazioni del moto per le componenti medie (orizzontali) del vento scritte per una situazione stazionaria, in cui si è adottata una chiusura del primo ordine (chiusura di tipo *K*) con il coefficiente di *eddy diffusivity* dato nelle situazioni stabili da:

$$k_m(z) = k u_* z_i \left(\frac{z}{z_i}\right)\cdot\left(1-\frac{z}{h}\right)\cdot\left(1+6.9\frac{h}{L}\cdot\frac{z}{h}\right)^{-1} \qquad [4.82a]$$

e nelle situazioni convettive da:

$$k_m(z) = k u_* z_i \left(\frac{z}{z_i}\right)\cdot\left(1-\frac{z}{z_i}\right)\cdot\left(1-22\frac{z_i}{L}\cdot\frac{z}{z_i}\right)^{1/4} \qquad [4.82b]$$

In queste relazioni k è la costante di von Karman, h è l'altezza del *PBL* stabile mentre z_i è l'altezza del *PBL* convettivo. Se con U si considera la velocità del vento (cioè il modulo della vettore vento orizzontale), si ha che nelle *situazioni convettive:*

$$U(z) = \frac{u_*}{k}\left\{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) + \ln\left[\frac{\left(1+\mu_0^2\right)\cdot\left(1+\mu_0\right)^2}{\left(1+\mu^2\right)\cdot\left(1+\mu\right)^2}\right] + 2\left[\tan^{-1}\mu - \tan^{-1}\mu_0\right] + \frac{2L}{33 z_i}\left[\mu^3 - \mu_0^3\right]\right\} \qquad [4.83a]$$

in cui:

$$\mu = \left(1-22\frac{z}{L}\right)^{1/4} \qquad \mu_0 = \left(1-22\frac{z_0}{L}\right)^{1/4} \qquad [4.83b]$$

mentre nelle *situazioni stabili:*

$$U(z) = \frac{u_*}{k}\left\{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \left[1-6.9\frac{h}{L}\right]\cdot\left[\frac{z-z_0}{h}\right] - \frac{6.9h}{2L}\cdot\left[\frac{z^2}{h^2} - \frac{z_0^2}{h^2}\right]\right\} \qquad [4.83c]$$

4.4.2 IL PROFILO VERTICALE DELLA TEMPERATURA POTENZIALE

Nell'ambito della Teoria della Similarità di Rossby sono state proposte delle Relazioni di Similarità per descrivere il profilo verticale della temperatura potenziale media. Facendo riferimento a Yamada (1976), Brutsaert (1982), Garratt (1992) e Stull (1988), si può descrivere il profilo verticale della temperatura potenziale entro il *PBL* mediante la relazione seguente:

$$\theta(z) - \widehat{\theta} = \frac{-T_*}{k}\left[\ln\left(\frac{h}{z}\right) + \Psi_H(z/L) - C(\mu)\right] \qquad [4.84]$$

In questa relazione $\widehat{\theta}$ è una temperatura potenziale *di riferimento*, spesso definita come il valor medio entro il *PBL* della temperatura potenziale, h è l'altezza del *PBL,* Ψ_H è la funzione di Similarità nel *SL* per la temperatura (data dalla (4.18) nelle situazioni convettive e dalla (4.19) nelle situazioni stabili), μ

è il parametro di stabilità $\mu = h/L$ e C è la Funzione Universale di Similarità di Rossby che, secondo Yamada (1976) è data dalle relazioni seguenti:

$$C(\mu)=\begin{cases} -4.32(\mu-11.21)^{1/2} & \mu \geq 18 \\ 3.665-0.829\mu & 0 \leq \mu < 18 \\ 12-8.336(1-0.03106\mu)^{-1/3} & \mu \leq 0 \end{cases} \qquad [4.85]$$

La presenza di $\hat{\theta}$ rende la (4.84) impossibile da usare direttamente, pertanto per la determinazione del profilo verticale di temperatura potenziale entro il *PBL,* si può adottare la metodologia seguente a due step:

- sia nota la temperatura potenziale ad una generica quota di riferimento z_r, prossima al suolo; con tale informazione, noti anche i parametri che caratterizzano la turbolenza del *SL* (u_*, T_* e L) e del PBL (h) è possibile dalla (4.84) ottenere il valore di $\hat{\theta}$;
- noto il valore di $\hat{\theta}$, l'impiego diretto della (4.84) fornisce il profilo desiderato entro l'intero *PBL*.

La (4.84), nelle *situazioni convettive,* è in grado di riprodurre il profilo verticale della temperatura potenziale media solo fino alla sommità dello Strato Rimescolato (*Mixed Layer*) ma non può descrivere il forte gradiente positivo che si riscontra nell'*entrainment layer*.

4.4.3 IL PROFILO VERTICALE DELLA VARIANZA DELLE COMPONENTI DEL VENTO

Lo stato attuale della tecnologia non è ancora sufficiente per consentire di determinare in maniera agevole e sicura i profili verticali della varianza delle componenti del vento. Attualmente sono disponibili molti dati sperimentali, ma essi spesso coprono una porzione limitata del *PBL* e non sono in grado di rappresentare un esteso spettro delle possibili condizioni di turbolenza. Nella trattazione che segue seguiremo i risultati ottenuti da Rodean (1996) nel suo lavoro di sintesi dell'enorme massa di risultati sperimentali e teorici attualmente disponibili sull'argomento.

4.4.3.1 Il profilo verticale della varianza della componente verticale del vento

Le misure disponibili suggeriscono che la varianza della componente w del vento nelle situazioni convettive è il risultato della sovrapposizione di due distinti contributi. Il primo contributo deriva principalmente dalla turbolenza di origine meccanica, ben rappresentata da u_* e quindi proporzionale alla velocità del vento, oltre che al livello di stabilità del *SL*, mentre il secondo contributo deriva dall'azione della convettività presente, cioè dell'effetto combinato del flusso di calore sensibile, del galleggiamento e dell'effetto di costrizione esercitato dall'estensione verticale z_i del *PBL*. Questo secondo contributo è ben rappresentato globalmente dalla *velocità convettiva di scala* w_*, definita nella relazione (1.117). E' interessante poi ricordare anche che $k\,(w_*/u_*)^3 = -z_i/L$.

Tutti questi contributi erano stati evidenziati nei differenti lavori pubblicati ed in particolare in Hicks (1985), Nieuwstadt (1984) e Caughey e al. (1979). Dalla composizione di tutti questi contributi parziali è nata la Relazione di Similarità seguente:

$$\sigma_w^2(z)=1.7u_*^2\left(1-\frac{z}{h}\right)^{3/2}+1.3w_*^2\left(\frac{z}{h}\right)^{2/3}\left(1-0.8\frac{z}{h}\right)^2 \qquad [4.86]$$

dove con h si è indicata l'estensione verticale del *PBL* (sia stabile che convettivo). E' importante sottolineare che la (4.86) può essere usata sia nelle situazioni convettive che in quelle stabili, dato che in queste ultime w_* è nullo e che quindi è in grado di rappresentare in maniera *continua* la transizione dalle condizioni diurne a quelle notturne. Nella *Fig. 4.11* è presentato il grafico della (4.86) in tre situazioni convettive tipiche (u_*/w_* pari rispettivamente a 0.1, 0.2 e 0.3) in maniera da poter apprezzare l'influenza della turbolenza meccanica.

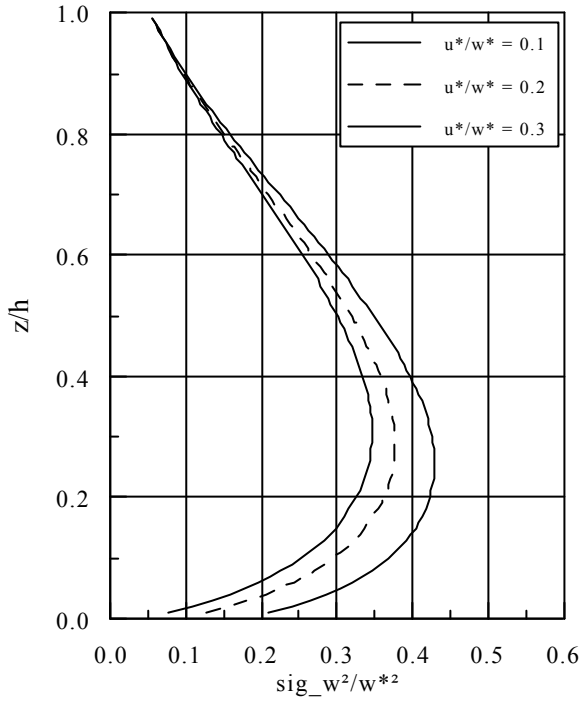

Fig. 4.11: profilo verticale nel PBL convettivo di $(\sigma_w/w_*)^2$ in tre situazioni tipiche.

Il profilo verticale, in tutti e tre i casi, presenta un valor massimo nella porzione inferiore del *PBL* ed un andamento decrescente fino ad annullarsi nella parte superiore. Dalla differenza tra le curve riportate si può valutare che l'influenza della turbolenza meccanica non è trascurabile.

Nel caso, invece, delle situazioni stabili, il profilo verticale della varianza di w presenterà un diminuzione continua fino al suo annullamento alla sommità del *PBL*.

4.4.3.1 Il profilo verticale della varianza delle componenti orizzontali del vento

La prima domanda che ci si pone è se nel *PBL* le due componenti orizzontali del vento presentano la medesima deviazione standard. In Letteratura sono state presentate opinioni contrastanti, tuttavia visto che comunque le differenze sono relativamente piccole (se esistono), seguendo Lenschow e al. (1988) esse sono state ritenute uguali. Rodean, nel già citato lavoro, sintetizzando i risultati ottenuti in Caughey e Palmer (1979), Hicks (1985) e Lenschow e al. (1988), ha ottenuto la relazione seguente:

$$\sigma_u^2(z) = \sigma_v^2(z) = 4.5u_*^2\left(1-\frac{z}{h}\right)^{3/2} + 0.33w_*^2 \qquad [4.87]$$

Anche in questo caso h è l'estensione verticale del *PBL* ed anche in questo caso la Relazione di Similarità si applica sia alle situazioni convettive che a quelle stabili, ricordando che in queste ultime w_*

è nullo. Nelle situazioni convettive il profilo della varianza delle componenti orizzontali del vento presenta una lieve diminuzione con la quota nella parte più bassa del *PBL*, fino a raggiungere un valore che resta praticamente costante ed elevato in tutta la parte superiore.

4.4.4 IL PROFILO VERTICALE DELLA VARIANZA DELLA TEMPERATURA POTENZIALE

Per quanto riguarda la varianza della temperatura potenziale, le misure disponibili sono veramente poche e le incertezze molte. Seguendo Sorbjan (1989), nelle *situazioni convettive* si può considerare la Relazione di Similarità seguente:

$$\frac{\sigma_T^2}{T_*^2} = 2\left(\frac{z}{h}\right)^{-2/3}\left(1-\frac{z}{h}\right)^{4/3} + 0.94\left(\frac{z}{h}\right)^{4/3}\left(1-\frac{z}{h}\right)^{-2/3} \qquad [4.88a]$$

mentre da Caughey e al. (1979) è possibile derivare la seguente Relazione di Similarità valida per le *condizioni stabili*:

$$\frac{\sigma_T^2}{T_*^2}(z) = 6\left(1-\frac{z}{h}\right)^4 \qquad [4.88b]$$

L'impiego di queste relazioni deve essere molto cauto, dato che esse si basano su un numero di misure estremamente esiguo.

Considerando il caso convettivo (*Fig.4.12*) si nota come il profilo presenti un andamento caratteristico molto singolare: infatti nella parte bassa del *PBL* si ha una diminuzione del valore di σ_T/T_*^2 fino a raggiungere un minimo a circa metà del *PBL*, dopo di che σ_T/T_*^2 continua a crescere fino all'*entrainment.*

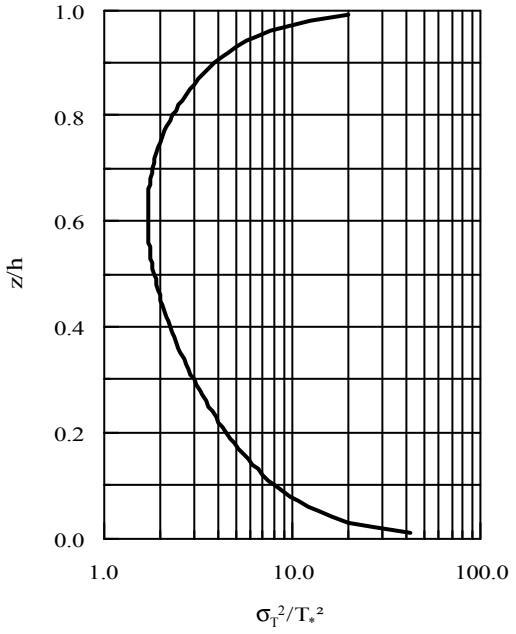

Fig. 4.12: profilo verticale nel PBL convettivo di σ_T/T_* .

4.4.5 IL PROFILO VERTICALE DELLA DISSIPAZIONE DI ENERGIA CINETICA TURBOLENTA

La misura della dissipazione di energia cinetica turbolenta entro il *PBL* è ben al di la delle possibilità sperimentali attuali e i dati sicuri attualmente disponibili sono molto pochi. Di conseguenza definire una Relazione di Similarità per tale parametro è difficile e l'incertezza intrinseca è molto elevata, anche se nelle applicazioni pratiche, soprattutto legate alla modellizzazione della dispersione degli inquinanti, è necessario disporre di una relazione che ne descriva almeno il profilo verticale. In Rodean (1996) e in Rotach e al. (1995) sono disponibili informazioni al riguardo. In particolare, seguendo Rotach e al. (1995) si giunge alla Relazione di Similarità seguente, anch'essa valida sia nelle situazioni convettive che in quelle stabili (in cui w_* è nullo):

$$\varepsilon(z)=\frac{u_*^3}{h}\left\{1.07\left[\frac{(1-z/h)^2}{kz/h}\right]+2.56\right\}+\frac{w_*^3}{h}\left\{1.5-1.2\left(\frac{z}{h}\right)^{1/3}\right\} \qquad [4.89]$$

4.4.6 IL PROFILO VERTICALE DELLA SKEWNESS DELLA COMPONENTE VERTICALE DEL VENTO

I pochi dati disponibili ci fanno ritenere che la *skewness* della componente verticale del vento sia differente da zero solo nelle situazioni convettive e sia tanto maggiore quanto più elevata è w_*. Seguendo (Rotach e al., 1996), nelle situazioni convettive il profilo verticale della skewness di w ($\overline{w^3}$) è dato dalla relazione di Similarità seguente:

$$\frac{\overline{w^3}}{w_*^3}(z)=1.3\left(\frac{z}{h}\right)\cdot\left(1-\frac{z}{h}\right)^2 \qquad [4.90]$$

4.4.7 IL PROFILO VERTICALE DELLO STRESS DI REYNOLDS

Nel caso dello stress di Reynolds $\overline{u'w'}$, le informazioni disponibili sono ancora più scarse. Seguendo Rodean (1996) si ottiene la seguente Relazione di Similarità:

$$\frac{\overline{u'w'}}{u_*^2}(z)=\left(1-\frac{z}{h}\right)^{3/2-q} \qquad [4.91a]$$

dove

$$q=\begin{cases}\dfrac{-h/L}{2\cdot(1-h/L)} & \text{per } L<0\\ 0 & \text{per } L>0\end{cases} \qquad [4.91b]$$

Anche questa relazione vale sia nelle situazioni convettive che in quelle stabili, in cui w_* è nullo.

4.5 OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

L'enorme sforzo sperimentale realizzato in questo ultimo mezzo secolo ha consentito la raccolta di una grossa mole di informazioni sperimentali, sia nello Strato superficiale che nel *PBL*, soprattutto grazie all'attuale disponibilità di sensori di tipo *remote sensing*. Ciò ha incoraggiato e consentito un'estensiva applicazione dell'Analisi Dimensionale nello studio del *PBL* che ha portato all'individuazione di un numero rilevante di Relazioni di Similarità Il risultato che emerge da quanto presentato in questo capitolo è che si è ottenuto da questo tipo di analisi semiempirica un *modello alternativo di PBL*, di tipo completamente diagnostico (quindi di tipo algebrico), molto maneggevole e le cui informazioni di ingresso sono costituite dalle forzanti superficiali (velocità di frizione, flusso turbolento di calore sensibile e latente e galleggiamento) e l'estensione verticale del *PBL*. In pratica, note queste variabili, che di fatto caratterizzano in maniera pressoché completa lo stato di turbolenza del *PBL*, l'applicazione pratica di questo *modello alternativo* risulta immediata. Tale modello si applica solo in situazioni stazionarie o quasi-stazionarie in cui sia estremamente elevato il grado di omogeneità orizzontale ed in cui sia assente l'orografia; in sostanza è prevedibile che esso sia in grado di rappresentare bene situazioni piane, con rugosità omogenea e in situazioni meteorologiche poco perturbate. I limiti al suo impiego non sono pochi, tuttavia in moltissimi casi reali esso rappresenta un mezzo relativamente semplice per modellizzare il *PBL*. Vista la sua semplicità ed il suo realismo esso è attualmente il modello micrometeorologico più usato per determinare la struttura della turbolenza atmosferica necessaria ai modelli di simulazione della dispersione degli inquinanti in atmosfera di medio-alta complessità.

5. ANALISI SPETTRALE DELLA TURBOLENZA DEL PBL

Nel *PBL* l'energia dei moti atmosferici medi viene convertita nell'energia cinetica turbolenta posseduta dalle strutture coerenti di maggiori dimensioni (*eddy*); tali strutture, a loro volta, trasferiscono questa energia cinetica ai vortici di dimensione inferiore, finché questo processo *a cascata* si esaurisce nella conversione in calore, ad opera della viscosità dell'aria. Ciò è già stato descritto nel Cap.1, tuttavia quello che ancora non si è studiato è il *peso* che i vortici di differente dimensione hanno in questo *energy cascade,* cosa che costituisce l'obiettivo *dell'Analisi Spettrale.* E' abbastanza naturale che le tecniche fin qui descritte non consentano di studiare in modo agevole questo problema e questo Capitolo sarà interamente dedicato alla presentazione di alcune tecniche di *analisi spettrale* appropriate per lo studio del *PBL*, prediligendo gli aspetti di rilevanza teorica. L'applicazione pratica di queste tecniche sarà invece un tema trattato con maggior dettaglio nel Cap.10.

Per prima cosa va sottolineato il fatto che possiamo partire da due distinti punti di vista: il punto di vista *lagrangiano* ed il punto di vista *euleriano*. Per il momento trascureremo il primo punto di vista e ci concentreremo solo sul secondo. In questo caso le *osservazioni* vengono fatte in *punti fissi dello spazio-tempo* ed in questo sistema di riferimento fisso si cerca di evidenziare i vortici responsabili della turbolenza del *PBL*. Come già sottolineato, anche in questo caso ci sono due modi di vedere il problema. In un caso ci si può porre *in un punto fisso dello spazio* e si può analizzare la variazione nel tempo delle differenti variabili meteorologiche, realizzando quindi un'*analisi temporale del fenomeno* e, come si è già visto, la correlazione temporale tra le differenti variabili e la loro autocorrelazione definiscono completamente, anche se in maniera molto scomoda, questa analisi temporale. Tuttavia essa trascura di considerare come il fenomeno ad un dato istante temporale vari nello spazio e le funzioni di correlazione ed autocorrelazione spaziali sopperiscano a tale difficoltà, anche in questo caso in maniera molto scomoda. Se però, in entrambi i casi, si introducesse un metodo di analisi *armonico* basato sul fatto che una qualsiasi funzione comunque variabile nello spazio o nel tempo può essere vista come la sovrapposizione di segnali *armonici* (trigonometrici), inevitabilmente la scomodità d'analisi, tipica delle funzioni di correlazione, cederà il passo ad una visione molto più comprensibili. Questo è proprio il filo conduttore che si seguirà in questo Capitolo.

5.1 SPETTRI E COSPETTRI TEMPORALI

Il metodo di osservazione più comodo e frequente è quello di collocarsi in un punto fisso dello spazio e realizzare misure prolungate nel tempo di una generica variabile meteorologica α (la temperatura, l'umidità o le tre componenti del vettore vento). Dall'andamento temporale $\alpha(t)$ è possibile costruire la *funzione di autocovarianza* $R_\alpha(\tau)$ definita come:

$$R_\alpha(\tau) = \overline{\alpha'(t) \cdot \alpha'(t+\tau)} \qquad [5.1]$$

dove α' è la *fluttuazione di* α *attorno al proprio valor medio* e l'operatore $\overline{(\ )}$ è la *media*

temporale discussa nel Cap.1 Se α è un processo stocastico stazionario, $R_\alpha(\tau)$ dipende solo dal *tempo di ritardo* (*time lag*) τ e la funzione di autocovarianza descrive quanto la variabile α resta correlata con se stessa al variare del tempo. Questa informazione è estremamente importante, ma scomoda; se, per esempio, considerassimo un segnale variabile sinusoidalmente nel tempo ad una data frequenza, tutte le informazioni contenute nella sua funzione di autocovarianza ne descriverebbero completamente l'andamento nel tempo, ma dall'analisi di tale funzione non sarebbe immediato comprendere che effettivamente ci si trova di fronte ad un segnale "monocromatico".

Per evidenziare in modo più immediato questi andamenti oscillatori del segnale, è opportuno usare forme di analisi differenti. Per esempio, il *Teorema di Fourier* dice che *ogni segnale $\alpha(t)$ può essere decomposto in un numero infinito di armoniche e l'ampiezza di ogni singola armonica rappresenta il peso che essa ha nel segnale originario analizzato*. Questo non è l'unico metodo di analisi possibile, anche se sicuramente è il più utilizzato. A questo punto cerchiamo di applicare il Teorema di Fourier per presentare in maniera più chiara le informazioni contenute nella funzione $R_\alpha(\tau)$. A tal proposito, la *Trasformata di Fourier* (cioè la decomposizione in armoniche) della funzione di autocovarianza $R_\alpha(\tau)$, è data dalla relazione seguente (Sorbjan, 1989):

$$S_\alpha(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_\alpha(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} \cdot d\tau \qquad [5.2a]$$

dove j è l'unità immaginaria ($\sqrt{-1}$) e ω è la *frequenza angolare dell'armonica* (rad·s^{-1}). Va ricordato che, se T è il periodo di una generica armonica (in secondi), $\omega = 2\pi/T$. In base al Teorema di Fourier, $R_\alpha(\tau)$ risulta quindi decomposta nelle singole armoniche di frequenza ω nel modo seguente (*Antitrasformata di Fourier*):

$$R_\alpha(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} S_\alpha(\omega) \cdot e^{j\omega\tau} d\omega \qquad [5.2b]$$

in cui si vede chiaramente che la funzione di autocovarianza risulta essere la somma di infinite armoniche; ognuna di esse ha frequenza ω ed il *peso* con cui essa è presente nel segnale originario è pari a $S_\alpha(\omega)$. A causa della stazionarietà del segnale, si ha che $R_\alpha(\tau) = R_\alpha(-\tau)$ (cioè la funzione $R_\alpha(\tau)$ è una funzione *pari*) e quindi si può più comodamente definire la *densità spettrale di* α come:

$$S_\alpha(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_\alpha(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\infty} R_\alpha(\tau) \cdot \cos(\omega\tau) \cdot d\tau \qquad [5.2c]$$

E' facile mostrare che $S_\alpha(\omega)$ è una funzione pari, cosa che consente di riscrivere la (5.2b) nel modo seguente:

$$R_\alpha(\tau) = \int_{0}^{\infty} S_\alpha(\omega) \cdot \cos(\omega\tau) \cdot d\omega \qquad [5.2d]$$

L'impiego della *frequenza angolare* ω risulta spesso scomoda nelle applicazioni pratiche, in cui si usa più frequentemente la *frequenza f* in Hz (1*Hz* = 1s^{-1}). Si vede subito che:

$$\omega = 2\pi f \qquad [5.3a]$$

$$S_\alpha(f) = 2\pi S_\alpha(\omega) \qquad [5.3b]$$

Se ricordiamo che la *varianza* di α altro non è che la *funzione di autocovarianza con time lag nullo*, dalla (5.2d) e dalla (5.3b) si ha che:

$$\sigma_\alpha^2 = R_\alpha(0) = \int_0^\infty S_\alpha(f) \cdot df \qquad [5.4]$$

cioè la varianza è l'integrale su tutte le frequenze *f* della densità spettrale S_α. Riassumendo, la densità spettrale relativa a ciascuna armonica indica il peso che quell'armonica ha entro il segnale originario e la somma (integrale) di tutte le densità spettrali possibili è pari alla varianza complessiva del segnale.

Dal punto di vista pratico l'aver basato la definizione di densità spettrale sulla funzione di autocorrelazione $R_\alpha(\tau)$ invece che direttamente sul segnale $\alpha(t)$ è sicuramente scomodo. Vediamo ora come ci si arriva partendo da quest'ultimo. Per prima cosa, possiamo applicare al segnale $\alpha(t)$ il Teorema di Fourier e quindi l'espressione della trasformata e della antitrasformata del segnale sarà la seguente:

$$A(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(t) \cdot e^{-j\omega t}\, dt \qquad \alpha(t) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega) \cdot e^{j\omega t}\, d\omega \qquad [5.5a]$$

La trasformata $A(\omega)$ è in generale un numero complesso. Per il <u>*Teorema della Correlazione*</u> ed il <u>*Teorema di Wiener-Khinchin*</u>, si ha che la *Trasformata di Fourier dell'autocorrelazione $R_\alpha(\tau)$ è il prodotto della Trasformata di Fourier di $\alpha(t)$, cioè $A(\omega)$ per la sua complessa coniugata*, quindi:

$$S_\alpha(\omega) = A(\omega) \cdot A^*(\omega) = |A(\omega)|^2 \qquad [5.5b]$$

dove A^* è la complessa coniugata di A.

Il <u>*Teorema di Parseval*</u> ci assicura, inoltre, che la *potenza* totale del segnale rimane la stessa sia che la si calcoli nel dominio delle frequenze che nel dominio del tempo. Ciò quindi porta a dire che:

$$P_t = \int_{-\infty}^{+\infty} |\alpha(t)|^2\, dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |A(\omega)|^2\, d\omega \qquad [5.5c]$$

Nel caso del nostro segnale, potenza e varianza σ^2_α sono sinonimi, pertanto, tenendo conto anche del fatto che la trasformata $A(\omega)$ è una funzione pari, risulta che:

$$\sigma_\alpha^2 = 2 \int_0^{+\infty} |A(\omega)|^2\, d\omega \qquad [5.5d]$$

Guardando con attenzione la relazione precedente, si vede come il contributo alla varianza totale del segnale attribuibile alle frequenze appartenenti all'intervallo spettrale $\omega - d\omega/2 \div \omega + d\omega/2$ centrato sulla

frequenza ω sia:

$$d\sigma_\alpha(\omega) = 2|A(\omega)|^2 d\omega \qquad [5.5e]$$

e quindi dovrebbe risultare chiaro ora come la densità spettrale $S_\alpha(\omega)=|A(\omega)|^2$ sia il *peso* che ha l'armonica di frequenza ω nel segnale che si sta analizzando.

Tradizionalmente nell'analisi spettrale del *PBL* si impiega al posto della densità spettrale $S_\alpha(f)$ la funzione $f \cdot S_\alpha(f)$. La ragione principale di ciò sta nel fatto che se f tende a zero, $f \cdot S_\alpha(\omega)$ tende anch'essa a zero e se invece f tende all'infinito $f \cdot S_\alpha(f)$ tende ancora una volta a zero. Se la varianza del segnale non è nulla, è necessario quindi che la funzione $f \cdot S_\alpha(f)$ abbia un *massimo* tra zero e infinito e questo massimo è di estremo interesse. Infatti, se definiamo come *Tempo Euleriano Integrale di scala* $T_{E\alpha}$:

$$T_{E\alpha} = \frac{1}{\sigma_\alpha^2}\int_0^\infty R_\alpha(\tau)\cdot d\tau = \int_0^\infty \rho(\tau)\cdot d\tau \qquad [5.6a]$$

dove $\rho(\tau)$ è la familiare *funzione di autocorrelazione*, dalle relazioni precedenti si ha che:

$$T_{E\alpha} = \frac{1}{4\sigma_\alpha^2}[S_\alpha(f)]_{f=0} \qquad [5.6b]$$

Come mostrato in Kaimal e Finnigan (1994), se si indica con f_m la frequenza corrispondente al picco dello spettro, cioè il massimo della funzione $fS(f)$, tra il *Tempo Euleriano di scala* e f_m si può individuare la seguente relazione approssimata:

$$T_{E\alpha} \approx \frac{1}{6.3 f_m} \qquad [5.6c]$$

Consideriamo ora due variabili meteorologiche differenti α e β (per esempio la componente verticale del vento e la temperatura potenziale). La loro *intercovarianza* (*cross-covariance*) è data dalla relazione seguente:

$$R_{\alpha\beta}(\tau) = \overline{\alpha'(t)\cdot\beta'(t+\tau)} \qquad [5.7]$$

che, nel caso in cui i due segnali siano stazionari, è funzione del solo *time lag*. Applicando la Trasformata di Fourier alla *cross-covarianza* e verificando che $R_{\alpha\beta}$ *non è una funzione pari*, si ha che il *cross-spettro* è definito come:

$$\Psi_{\alpha\beta}(\omega) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} R_{\alpha\beta}(\tau)\cdot e^{-j\omega\tau}\, d\tau = C_{\alpha\beta}(\omega) - jQ_{\alpha\beta}(\omega) \qquad [5.8a]$$

Come si vede immediatamente, il cospettro alle diverse frequenze ω è un numero complesso. La parte reale del *cross-spettro* $C_{\alpha\beta}$ (detta *cospettro*) è data da:

$$C_{\alpha\beta}(\omega)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}R_{\alpha\beta}(\tau)\cdot\cos(\omega\tau)\cdot d\tau = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}\left[R_{\alpha\beta}(\tau)+R_{\alpha\beta}(-\tau)\right]\cdot\cos(\omega\tau)\cdot d\tau \qquad [5.8b]$$

mentre la parte immaginaria $Q_{\alpha\beta}$ (detta *spettro di quadratura*) è data da:

$$Q_{\alpha\beta}(\omega)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}R_{\alpha\beta}(\tau)\cdot\sin(\omega\tau)\cdot d\tau = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}\left[R_{\alpha\beta}(\tau)-R_{\alpha\beta}(-\tau)\right]\cdot\sin(\omega\tau)\cdot d\tau \qquad [5.8c]$$

In pratica la funzione $\Psi_{\alpha\beta}(\omega)$ è una *funzione complessa* che può essere espressa nella forma seguente:

$$\Psi_{\alpha\beta}(\omega)=\left|\Psi_{\alpha\beta}\right|\cdot e^{-j\Theta(\omega)} \qquad [5.9a]$$

con l'*ampiezza* del cross-spettro data da:

$$\left|\Psi_{\alpha\beta}(\omega)\right|^2=\left[C_{\alpha\beta}(\omega)\right]^2+\left[Q_{\alpha\beta}(\omega)\right]^2 \qquad [5.9b]$$

e *l'angolo di fase* dato da:

$$\Theta(\omega)=\tan^{-1}\frac{Q_{\alpha\beta}(\omega)}{C_{\alpha\beta}(\omega)} \qquad [5.9c]$$

Normalizzando l'ampiezza del *cross-spettro*, si ottiene una nuova quantità, chiamata *coerenza,* che risulta definita nel modo seguente:

$$\Gamma(\omega)=\frac{\left[C_{\alpha\beta}(\omega)\right]^2+\left[Q_{\alpha\beta}(\omega)\right]^2}{S_{\alpha}(\omega)\cdot S_{\beta}(\omega)} \qquad [5.9d]$$

Anche in questo caso è semplice verificare che la *covarianza* tra α e β è esprimibile come:

$$\overline{\alpha'\beta'}=R_{\alpha\beta}(0)=\int_{-\infty}^{\infty}C(\omega)\cdot d\omega \qquad [5.10]$$

5.2 SPETTRI SPAZIALI

Se invece di analizzare l'andamento temporale di una o più variabili micrometeorologiche in un punto fisso dello spazio, ne analizzassimo la variazione spaziale in due punti fissi del *PBL*, con l'aiuto delle

funzioni di *autocovarianza spaziale* potremmo descrivere, anche in questo caso in maniera molto scomoda, quanto un valore di una generica variabile misurata in un punto è *parente* del valore della stessa variabile (o di un'altra) rilevata in un punto differente dello spazio. Nel Cap.1 è stata introdotta la funzione di autocovarianza e si è anche visto che l'infinità di tali funzioni possono essere ricondotte alle tre funzioni base relative riferite alle tre localizzazioni tipiche dei due punti di misura: la *funzione di autocovarianza longitudinale* in cui i due punti di misura sono localizzati lungo una linea parallela alla direzione media del vento (R_{11}) e le *funzioni di autocovarianza trasversali*, una localizzata su una linea perpendicolare alla direzione media del vento ma giacente nel piano orizzontale (R_{22}) e l'altra sempre perpendicolare alla direzione media del vento, ma giacente nel piano *y,z* (R_{33}). Detta α una generica variabile di interesse micrometeorologico, in generale una di queste funzioni di autocorrelazione è data dalla relazione:

$$R^{\alpha\alpha}(\underline{r}) = \overline{\alpha'(\underline{x}) \cdot \alpha'(\underline{x}+\underline{r})} \qquad [5.11]$$

che, nel caso in cui ci si trovi in una situazione omogenea, dipende solo dalla distanza $\underline{r}$ tra i due punti di misura. Come nell'analisi temporale, anche in questo caso siamo interessati ad individuare andamenti oscillatori, questa volta nello spazio. Per prima cosa dobbiamo definire l'equivalente spaziale della *frequenza*. Se nel tempo il *periodo* (inverso della frequenza) caratterizza un'armonica, nello spazio è la *lunghezza d'onda* λ a caratterizzare completamente una funzione trigonometrica. Attenzione che mentre l'analisi temporale era intrinsecamente monodimensionale, l'analisi spaziale, al contrario, è intrinsecamente tridimensionale, pertanto è opportuno vedere in generale un'armonica nello spazio come una entità vettoriale avente tre componenti orientate secondo i tre assi del sistema cartesiano con l'asse *x* lungo la direzione media del vento nel punto di misura. Sono quindi definibili tre lunghezze d'onda λ_j ($j = 1,2,3$) secondo i tre assi coordinati. Per una generica direzione *j* è possibile definire la componente *j-esima* del *numero d'onda*, come:

$$k_j = 2\pi / \lambda_j \qquad [5.12]$$

e quindi l'armonica spaziale che stiamo considerando ha come equivalente della frequenza il *vettore numero d'onda* $\underline{\boldsymbol{k}}$, le cui componenti sono date dalla (5.12). Anche in questo caso è applicabile il Teorema di Fourier e la *densità spettrale* $B(\underline{\boldsymbol{k}})$ *e la autocovarianza* $R^{\alpha\alpha}$ sono legati tra loro dalle relazioni seguenti:

$$B^{\alpha\alpha}(\underline{k}) = \frac{1}{\pi^3} \int_{-\infty}^{\infty}\int\int R^{\alpha\alpha}(\underline{r}) \cdot e^{-j\underline{k}\bullet\underline{r}} \cdot d\underline{r} \qquad [5.13a]$$

$$R^{\alpha\alpha}(\underline{r}) = \frac{1}{2^3} \int_{-\infty}^{\infty}\int\int B^{\alpha\varepsilon}(\underline{k}) \cdot e^{j\underline{k}\bullet\underline{r}} \cdot d\underline{k} \qquad [5.13b]$$

dove $\underline{\boldsymbol{k}} = (k_1, k_2, k_3)$, $d\underline{\boldsymbol{k}} = dk_1 \cdot dk_2 \cdot dk_3$ e $d\underline{\boldsymbol{r}} = dr_1 \cdot dr_2 \cdot dr_3$.. Quanto detto vale per ogni generica variabile micrometeorologica di interesse e si può estendere anche alla *covarianza spaziale* tra variabili meteorologiche differenti, per le quali la funzione di autocovarianza è data da:

$$R^{\alpha\beta}(\underline{r}) = \overline{\alpha'(\underline{x}) \cdot \beta'(\underline{x}+\underline{r})} \qquad [5.14]$$

Nel caso particolare in cui si considerino le tre componenti del vento, la somma delle tre *autocovarianze* con distanza tra i due punti di misura nulla ($\underline{r} = 0$), cioè la somma delle varianze, risulta

pari a due volte l'energia cinetica turbolenta E che, nell'ambito dell'analisi di Fourier, porta a:

$$\sum_{i=1}^{3} R^{u_i u_i}(\underline{0}) = 2E = \frac{1}{2^3}\int_{-\infty}^{\infty}\int\sum_{i=1}^{3} B^{u_i u_i}(\underline{k})\cdot d\underline{k} = 2\int_{0}^{\infty}\Psi_E(k)\cdot dk \qquad [5.15]$$

dove u_i è la generica componente del vettore vento, $k^2=k_1^2+k_2^2+k_3^2$ e Ψ_E è detto *densità spettrale tridimensionale dell'energia cinetica*.

Ovviamente non è facile misurare uno spettro tridimensionale e quindi l'attenzione viene focalizzata prevalentemente su ciò che realisticamente è possibile misurare nel *PBL*. In effetti solo gli spettri monodimensionali (longitudinale e trasversali), che dipendono dal numero d'onda in una particolare direzione, possono essere agevolmente misurati e su di essi concentriamo la nostra attenzione, anche se non sono completamente appropriati per descrivere la struttura tridimensionale della turbolenza del *PBL* (Sorbjan, 1989). In particolare, se si considera la direzione del vento medio (k_1), lo *spettro longitudinale e laterale* possono essere definiti come:

$$H_{11}(k_1) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} R^{uu}(r,0,0)\cdot e^{-jk_1 r}\,dr \qquad [5.16a]$$

$$H_{22}(k_1) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} R^{vv}(r,0,0)\cdot e^{-jk_1 r}\,dr \qquad [5.16b]$$

Se si è in condizioni isotropiche, k_1 può essere sostituito da k (da non confondere nelle formule con la costante di von Karman).

Consideriamo ora con maggior dettaglio *la densità spettrale dell'energia cinetica* Ψ_E presentata schematicamente nella *Fig.5.1.* Essa rappresenta la distribuzione dimensionale dei vortici presenti entro il *PBL*, dato che Ψ_E rappresenta il contributo all'energia cinetica totale portato dalle armoniche caratterizzate da un numero d'onda compreso tra k e $k+dk$. Per comprendere meglio il suo significato è opportuno richiamare quanto già presentato alla fine del Cap.1. Kolmogorov ha mostrato come lo spettro dell'energia cinetica possa essere suddiviso *qualitativamente* in tre zone distinte (Trombetti e Tagliazucca, 1994):

1) <u>*la zona dei vortici di maggior dimensione a carattere permanente*</u> che acquisiscono l'energia cinetica dall'instabilità dei moti a grande scala derivante dallo *shear* e dal *galleggiamento*. Pertanto, le caratteristiche della densità spettrale dipendono dalle condizioni di formazione (velocità del vento, stabilità, rugosità superficiale ed estensione verticale del *PBL*) ed in questa zone la turbolenza è permanente, cioè $\partial\Psi_E(\underline{k},t)/\partial t$ è piccolo.

2) <u>*Zona dei vortici di grandi dimensioni contenenti energia*</u>; in questa zona l'energia cinetica passa dai vortici a maggior dimensione a quelli a dimensione inferiore senza perdite dissipative. La densità spettrale ad ogni numero d'onda dipende quindi dall'energia che transita in questa zona. La tipica lunghezza di scala nello Strato Superficiale è dell'ordine dell'estensione verticale del *PBL*.

3) <u>*Zona di isotropia locale*</u> (o <u>*zona di equilibrio universale*</u>). In questa zona i vortici di dimensione inferiore ad una lunghezza d'onda critica λ_c hanno subito un decadimento sufficiente ad aver completamente perso le caratteristiche dei vortici più grandi da cui hanno avuto origine. Così, i

vortici di dimensione inferiore a λ_c presentano proprietà statistiche indipendenti dai vortici di dimensioni superiori e sono caratterizzati da *isotropia, omogeneità e stazionarietà locali*. In questa zona, quindi, le caratteristiche statistiche della turbolenza saranno *universali*, cioè indipendenti dalle condizioni esterne e determinate unicamente dalla viscosità dinamica ν e dal tasso di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta ε (*Prima ipotesi di Kolmogorov*). Questa zona non è completamente omogenea, ma può essere suddivisa in due sottozone distinte:

3a) <u>*Inertial subrange*</u>: in questa zona il rapporto tra le forze di inerzia e le forze viscose (cioè il Numero di Reynolds) è così elevato che le forze viscose, e quindi ν, possono essere trascurate. Il comportamento della turbolenza dipenderà esclusivamente da ε (*Seconda ipotesi di Kolmogorov*) e dall'analisi Dimensionale si ha che:

$$\Psi_E(\underline{k}) = C_{\underline{k}} \varepsilon^{2/3} \underline{k}^{-5/3} \qquad [5.17a]$$

in cui $C_{\underline{k}}$ è la costante universale adimensionale di Kolmogorov. Questa relazione vale finché la lunghezza caratteristica del vortice risulta inferiore a μ, microscala di Kolmogorov, che rappresenta la tipica dimensione dei vortici che dissipano energia in calore (dell'ordine dei millimetri) e che è definita come:

$$\mu = \left(\nu^3/\varepsilon\right)^{1/4} \qquad [5.17b]$$

3b) <u>*viscous subrange*</u>: intervallo spettrale in cui l'energia dei vortici di dimensione piccolissima viene irrimediabilmente trasformata in moti molecolari e rimossa dal sistema sotto forma di calore.

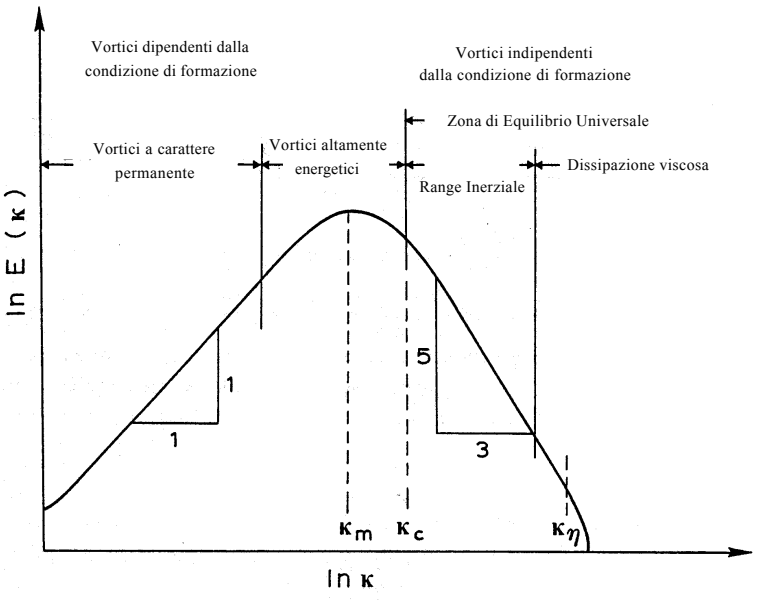

Fig. 5.1: rappresentazione schematica della densità spettrale dell'energia cinetica (Trombetti e Tagliazucca, 1994).

5.3 SPETTRI NELL'INERTIAL SUBRANGE

Limitando l'attenzione esclusivamente all'*inertial subrange,* è possibile definire in termini più quantitativi le caratteristiche spettrali delle tre componenti del vento, della temperatura potenziale ed anche le caratteristiche principali dei cospettri relativi. Da quanto detto e tenendo conto dell'isotropia locale tipica di questa zona spettrale, si ha che gli spettri monodimensionali per le tre componenti del vento sono dati dalle relazioni seguenti:

$$H_u(k) = \alpha_u \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \qquad [5.18a]$$

$$H_v(k) = \alpha_v \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \qquad [5.18b]$$

$$H_w(k) = \alpha_w \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \qquad [5.18c]$$

dove α_u è una costante universale (costante di Kolmogorov) che deve essere determinata sperimentalmente e α_v e α_w sono analoghe costanti legate alla precedente dalla relazione seguente, imposta dall'isotropia locale:

$$\alpha_v = \alpha_w = 4/3\alpha_u \qquad [5.19]$$

In letteratura sono stati pubblicati i risultati di molte ricerche volte alla determinazione sperimentale di α_u, la principale delle quali è riportata in Dyer e Hicks (1982); in Trombetti e Tagliazucca (1994) è presentata una sintesi dei risultati ottenuti da cui risulta che α_u = 0.5±0.05 (si veda anche Sorbjan (1989)). In Kaimal e Finnigan (1994) è mostrato come il valore numerico di α_u sia intrinsecamente collegato con il valore attribuito alla costante di von Karman. Il valore qui riportato è basato sull'attribuzione del valore 0.4 alla costante di von Karman.

La teoria della turbolenza isotropica locale è stata estesa anche allo studio della temperatura potenziale (e di sostanze passive) in fluidi ad alto numero di Reynolds. Il risultato è riassunto dalla relazione seguente:

$$H_\theta(k) = \alpha_T \varepsilon^{-1/3} N_\theta k^{-5/3} \qquad [5.20]$$

dove α_T è *costante di Kolmogorov* per la temperatura pari a 0.8 e N_θ è il tasso di distruzione di $\overline{\theta'^2}/2$. Un'analoga relazione vale per l'umidità specifica q dove α_q pari a circa 0.85.

In modo simile, per i cospettri unidimensionali (la parte reale dei cross-spettri), Wyngaard e Cotè (1972) hanno ottenute le relazioni seguenti:

$$H_{uw}(k) = -\alpha_{uw} \varepsilon^{1/3} \frac{d\bar{u}}{dz} k^{-7/3} \qquad [5.21a]$$

$$H_{w\theta}(k) = -\alpha_{w\theta} \varepsilon^{1/3} \frac{d\bar{\theta}}{dz} k^{-7/3} \qquad [5.21b]$$

in cui le costanti universali α_{uw} e $\alpha_{w\theta}$ valgono rispettivamente 0.12 e 0.2.

Finora abbiamo considerato gli spettri ed i cospettri monodimensionali *spaziali*, tuttavia sperimentalmente è molto più agevole misurare gli spettri *temporali* ed il problema che ci poniamo ora è se sia possibile utilizzare questi ultimi al posto dei precedenti. Come sempre la risposta ci viene data dall'*Ipotesi di Taylor* del *congelamento della turbolenza* secondo cui la correlazione tra due eventi simultanei riscontrati in due punti distinti posti lungo la direzione del moto medio è uguale alla correlazione tra gli eventi riscontrati in due istanti temporali distinti rilevati nel medesimo punto dello spazio. Ovviamente secondo l'ipotesi di Taylor tra spazio e tempo esiste quindi la trasformazione lineare $x = Ut$, dove U è la velocità media del fluido. Se è valida l'ipotesi di Taylor, è possibile esprimere il numero d'onda k in funzione della frequenza f e la relazione che lega tra loro questi parametri è: $k=2\pi f/U$. Oltre a ciò, si può facilmente dimostrare che:

$$k \cdot H_u(k) = f \cdot S(f) \qquad [5.22]$$

e questa relazione tra densità spettrali spaziali e temporali vale in generale. Sulla base di questa constatazione, una volta definita la *frequenza adimensionale n* come:

$$n = fz/U \qquad [5.23]$$

le relazioni (5.18) ÷ (5.21) possono essere riscritte nel modo seguente:

$$fS_u(f) = \left(\frac{z}{2\pi}\right)^{2/3} \alpha_u \varepsilon^{2/3} n^{-2/3} \qquad [5.24a]$$

$$fS_v(f) = \left(\frac{z}{2\pi}\right)^{2/3} \alpha_v \varepsilon^{2/3} n^{-2/3} \qquad [5.24b]$$

$$fS_w(f) = \left(\frac{z}{2\pi}\right)^{2/3} \alpha_w \varepsilon^{2/3} n^{-2/3} \qquad [5.24c]$$

$$fS_\vartheta(f) = \left(\frac{z}{2\pi}\right)^{2/3} \alpha_T \varepsilon^{-1/3} N_\theta \cdot n^{-2/3} \qquad [5.25]$$

$$fC_{uw}(f) = -\left(\frac{z}{2\pi}\right)^{4/3} \alpha_{uw} \varepsilon^{1/3} \frac{dU}{dz} n^{-7/3} \qquad [5.26]$$

$$fC_{w\theta}(f) = -\left(\frac{z}{2\pi}\right)^{4/3} \alpha_{w\theta} \varepsilon^{1/3} \frac{d\overline{\theta}}{dz} n^{-7/3} \qquad [5.27]$$

L'ipotesi di Taylor è valida solo per trasformare in prima approssimazione *spettri spaziali monodimensionali longitudinali in spettri temporali*, quindi le relazioni (5.24)÷(5.27) devono essere considerate delle approssimazioni ragionevoli. Una discussione sui limiti e sulla validità dell'ipotesi di Taylor è presentata in Kaimal e Finnigan (1994).

5.4 SPETTRI NELLO STRATO SUPERFICIALE

Dopo aver introdotto le principali nozioni generali di analisi spettrale, ora ci accingiamo a studiare più in dettaglio gli spettri che si ottengono entro il *SL*, dove tutte le attività sperimentali risultano molto più agevoli. Dalle osservazioni sperimentali finora realizzate entro il *SL* è stata evidenziata la complessa struttura spettrale prevista teoricamente e soprattutto è stata verificata la presenza dell'*inertial*

subrange. Alla luce di ciò, prima di studiare gli spettri in tutta la finestra spettrale di interesse (che ricordiamo si estende per circa cinque decadi), ci limiteremo a focalizzare lo studio sul solo *inertial subrange*.

5.4.1 RELAZIONI DI SIMILARITÀ NELL'INERTIAL SUBRANGE

Nell'inertial subrange, la Teoria della Similarità di Monin-Obukhov consente di affermare che gli spettri e i cospettri logaritmici (cioè le densità spettrali moltiplicate per la frequenza f), opportunamente normalizzate, dipendono *solo* da Funzioni Universale di $\zeta=z/L$ e dalla frequenza adimensionale n.

Consideriamo inizialmente lo spettro della componente u del vento. Dalla (5.24a), normalizzata con u_*^2, si ha che (attenzione che da questo momento in poi il simbolo k torna a rappresentare la costante di von Karman):

$$\frac{fS_u(f)}{u_*^2} = \frac{\alpha_u}{(2\pi k)^{2/3}} \cdot \left(\frac{kz\varepsilon}{u_*^3}\right)^{2/3} \left(\frac{fz}{U}\right)^{-2/3} \qquad [5.28a]$$

che, ricordando la (4.45a) e la (5.23), diventa:

$$\frac{fS_u(f)}{u_*^2} = \frac{\alpha_u}{(2\pi k)^{2/3}} \cdot \Phi_\varepsilon^{2/3} n^{-2/3} \qquad [5.28b]$$

in cui Φ_ε è la Funzione Universale di Similarità per la dissipazione di energia cinetica turbolenta. Se riscriviamo la (5.28b) nel modo seguente:

$$\frac{fS_u(f)}{u_*^2 \Phi_\varepsilon^{2/3}} = \frac{\alpha_u}{(2\pi k)^{2/3}} \cdot n^{-2/3} \qquad [5.28c]$$

ci accorgiamo immediatamente che così normalizzata, la porzione inerziale di tutti gli spettri della componente u, qualunque sia la stabilità, *collassano* in un'unica curva, funzione solo della frequenza adimensionale n.

Comportamento analogo presentano le altre due componenti del vettore vento, per le quali si giunge alle relazioni seguenti:

$$\frac{fS_v(f)}{u_*^2} = \frac{\alpha_v}{(2\pi k)^{2/3}} \cdot \Phi_\varepsilon^{2/3} n^{-2/3} \qquad [5.29]$$

$$\frac{fS_w(f)}{u_*^2} = \frac{\alpha_w}{(2\pi k)^{2/3}} \cdot \Phi_\varepsilon^{2/3} n^{-2/3} \qquad [5.30]$$

Per quanto riguarda lo spettro logaritmico della temperatura potenziale, si può operare in maniera analoga, giungendo inizialmente alla relazione:

$$\frac{fS_\theta}{T_*^2} = \frac{\alpha_T}{(2\pi k)^{2/3}} \cdot \frac{(kz)^{2/3} N_\theta}{T_*^2} \cdot \varepsilon^{-1/3} n^{-2/3} \qquad [5.31]$$

Non è difficile mostrare che con la dissipazione della varianza della temperatura N_θ,, u_*, T_* e la quota di misura z è possibile ottenere un'ulteriore Relazione di Similarità:

$$\frac{kzN_\theta}{u_* T_*^2} = \Phi_N \qquad [5.31]$$

in cui Φ_N è una Funzione Universale di Similarità. Se si considera, inoltre, che:

$$N_\theta \approx -\overline{w'\theta'}\frac{d\bar{\theta}}{dz} \qquad [5.32]$$

è immediato verificare che $\Phi_N \approx \Phi_H$. Con queste considerazioni, la (5.30) può essere ora riscritta nella forma seguente:

$$\frac{fS_\theta}{T_*^2} = \frac{\alpha_T}{(2\pi k)^{2/3}} \cdot \Phi_\varepsilon^{-1/3} \cdot \Phi_N n^{-2/3} \qquad [5.33]$$

che, opportunamente normalizzata, diventa:

$$\frac{fS_\theta}{\Phi_\varepsilon^{-1/3} \cdot \Phi_N T_*^2} = \frac{\alpha_T}{(2\pi k)^{2/3}} \cdot n^{-2/3} \qquad [5.34]$$

cioè, lo spettro logaritmico della temperatura potenziale normalizzato, non dipende più dalla stabilità atmosferica, ma solo dalla frequenza adimensionale n. Analogamente si può operare per lo spettro dell'umidità specifica q.

Studiamo ora i cospettri. Se si considera la (5.26) e la si scala con u_*^2, si ottiene:

$$\frac{fC_{uw}(f)}{u_*^2} = -\frac{\alpha_{uw}}{(2\pi k)^{4/3}} \cdot \frac{(kz)^{4/3}\varepsilon^{1/3}}{u_*^2}\frac{dU}{dz} n^{-4/3} \qquad [5.35]$$

Ricordando le Relazioni di Similarità per la dissipazione dell'energia cinetica turbolenta e per il gradiente verticale della velocità media del vento, la relazione precedente può essere riscritta nella forma:

$$\frac{fC_{uw}(f)}{u_*^2} = -\frac{\alpha_{uw}}{(2\pi k)^{4/3}} \cdot \Phi_\varepsilon^{1/3}\Phi_m n^{-4/3} \qquad [5.36]$$

che può essere ulteriormente normalizzata, giungendo a:

$$\frac{fC_{uw}(f)}{\Phi_\varepsilon^{1/3}\Phi_m u_*^2} = -\frac{\alpha_{uw}}{(2\pi k)^{4/3}} n^{-4/3} \qquad [5.37]$$

in cui tutti i cospettri della covarianza tra u *e* w collassano su di un'unica curva indipendente dalla stabilità atmosferica e dipendente solo dalla frequenza adimensionale n. Da ultimo, consideriamo il cospettro $C_{w\theta}$. Dalla (5.27), scalando il cospettro logaritmico con $u_* T_*$ si ha che:

$$\frac{fC_{w\theta}(f)}{u_* T_*} = -\frac{\alpha_{w\theta}}{(2\pi k)^{4/3}} \cdot \frac{(kz)^{4/3\varepsilon^{1/3}}}{u_* T_*} \frac{d\bar{\theta}}{dz} n^{-4/3} \qquad [5.38]$$

Ricordando le opportune Relazioni di Similarità, la (5.38) si riduce alla forma:

$$\frac{fC_{w\theta}(f)}{u_* T_*} = -\frac{\alpha_{w\theta}}{(2\pi k)^{4/3}} \cdot \Phi_\varepsilon^{1/3} \Phi_H n^{-4/3} \qquad [5.39]$$

che anche in questo caso può essere ulteriormente adimensionalizzata, giungendo alla relazione:

$$\frac{fC_{w\theta}(f)}{\Phi_\varepsilon^{1/3} \Phi_H u_* T_*} = -\frac{\alpha_{w\theta}}{(2\pi k)^{4/3}} n^{-4/3} \qquad [5.40]$$

su cui collassano tutti i cospettri $w\theta$ normalizzati, indipendentemente dalla stabilità atmosferica.

Perché tutto questo apparato teorico sia valido, è necessario considerare la porzione di spettro entro l'*inertial subrange*. Non è facile stabilire con esattezza questa finestra spettrale, anche se, dal punto di vista pratico, si può adottare quanto proposto da Kaimal e al. (1972) e Fairall e al. (1990), secondo cui l'estremo inferiore di tale intervallo, in termini di frequenza adimensionale, risulta pari a $n = 2$. Da quanto fin qui presentato, risulta che entro il *SL* la porzione *inerziale* (entro l'inertial subrange) degli spettri e dei cospettri delle variabili meteorologiche ammette una Relazione di Similarità che li descrive in maniera universale. A parte l'indubbio interesse teorico, questo risultato riveste anche un importante risvolto pratico; infatti esse costituiscono un ulteriore mezzo di stima dei principali parametri descrittori della turbolenza atmosferica. Se infatti non risultassero applicabili altri metodi di stima (cosa che, per esempio, capita quando si stima la turbolenza del *PBL* sopra la superficie marina a bordo di navi opportunamente attrezzate), la misura dello spettro entro l'*inertial subrange* e l'impiego delle Relazioni di Similarità sopra riportate consente di stimare u_* e T_*. Dettagli su questo metodo, noto col nome di *inertial dissipation method,* verranno dati al Cap.10.

5.4.2 MODELLI SPETTRALI PER LO STRATO SUPERFICIALE

Dopo aver studiato le proprietà degli spettri entro l'*inertial subrange*, volgiamo ora l'attenzione all'intera finestra spettrale di interesse micrometeorologico, analizzando separatamente gli spettri delle principali variabili meteorologiche, sempre limitatamente allo Strato Superficiale.

5.4.2.1 Spettro della componente verticale del vento

Se si grafica lo spettro logaritmico, opportunamente scalato, in funzione della frequenza adimensionale, si ottengono i tipici andamenti riportati nella *Fig.5.2*. Come si può notare, alle alte frequenze appare la zona inerziale in cui collassano tutti gli spettri misurati a differente stabilità. A frequenze inferiori, invece, ogni spettro presenta un tipico andamento caratterizzato da un massimo che è l'unica caratteristica che accomuna spettri a differente stabilità. Si nota inoltre un altro elemento di regolarità. Se si fissa l'attenzione allo spettro corrispondente alla situazione adiabatica, tutti gli spetti convettivi si trovano alla sua sinistra (verso frequenze inferiori) e si dispongono tanto più a sinistra quanto maggiore è il livello di convettività. Al contrario, le situazioni stabili esibiscono spettri con massimi meno marcati e sempre più spostati alla destra dello spettro adiabatico quanto maggiore è il livello di stabilità.

Un'ulteriore osservazione che si può fare è che nello spettro della componente *w*, come nel caso della sua varianza, l'estensione verticale del *PBL* non gioca un ruolo rilevante (almeno entro il *SL*).

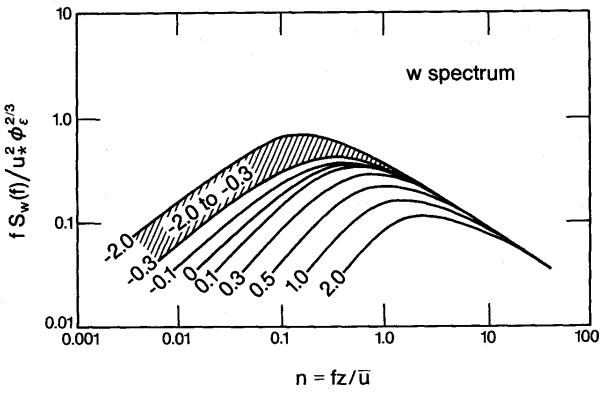

Fig 5.2: spettro logaritmico della componente w del vento (da Kaimal e Finnigan,1994).

Per quanto riguarda le <u>*situazioni convettive*</u>, Peltier e al. (1996) e Hojstrup (1981) hanno proposto un modello matematico descrittivo. Qui di seguito viene presentato il più usato e semplice modello di Hojstrup, secondo cui lo spettro logaritmico normalizzato risulta composto dalla sovrapposizione di *due contributi distinti*, uno dipendente solo dalla frequenza adimensionale n e l'altro dal parametro di stabilità ζ ,secondo la relazione seguente:

$$\frac{fS_w(f)}{u_*^2} = \frac{32n}{(1+17n)^{5/3}}(-\zeta)^{2/3} + \frac{2n}{1+5.3n^{5/3}} \qquad [5.41]$$

Considerando il limite per n tendente all'infinito della relazione precedente, si ha che:

$$\frac{fS_w(f)}{u_*^2} \to 0.28(-\zeta)^{2/3} n^{-2/3} + 0.38n^{-2/3} \qquad [5.42]$$

Il modello quindi presenta il tipico andamento previsto per l'inertial subrange in termini di dipendenza dalla frequenza adimensionale, anche se il primo addendo del membro di destra indica anche una dipendenza da ζ. Tanto più piccolo è ζ e tanto maggiore è n, tanto inferiore è il peso di questo termine e quindi tanto più ci si avvicina all'andamento previsto nell'inertial subrange. Questo spiega perché nella *Fig.5.2* sia visibile un *inertial subrange*, però a frequenze adimensionali piuttosto elevate. Se invece si considera il limite della (5.41) per n tendente a zero, si vede immediatamente che:

$$\frac{fS_w(f)}{u_*^2} \to 32(-\zeta)^{2/3} n + 2n \qquad [5.43]$$

da cui risulta che lo spettro logaritmico segue un andamento lineare con la frequenza adimensionale, cosa riscontrata sperimentalmente. Si nota inoltre che il termine dipendente dalla stabilità è predominante, ricordando, come già detto, che le dimensioni dei vortici di grandi dimensioni sono enormemente dipendenti dalle condizioni di stabilità in cui vengono generati.

Lo spettro della componente *w* del vento nelle situazioni stabili ($\zeta>0$) è stato studiato nei lavori di Olesen e al. (1984) e nel lavoro di Moraes e Epstein (1987), in cui sono stati proposti due modelli spettrali molto differenti, ma del tutto equivalenti ai fini pratici. Consideriamo inizialmente il modello di Olesen. Le considerazioni su cui esso si basa sono le seguenti:

- gli spettri logaritmici normalizzati da u_*^2 raccolti nelle situazioni a differenti valori del parametro di stabilità ζ sono tutti rappresentabili da una funzione del tipo:

$$\frac{fS_w}{u_*^2} = \frac{a}{1+bn^{5/3}} \qquad [5.44a]$$

- una funzione di questo tipo presenta un limite asintotico per $f\to\infty$ pari a:

$$\frac{fS_w}{u_*^2} \to \frac{a}{b}\cdot n^{-2/3} \qquad [5.44b]$$

  che ci assicura che la forma funzionale (5.44a) prevede l'esistenza di un inertial subrange, esistenza confermata dalle osservazioni sperimentali.

- la frequenza normalizzata n_{max} corrispondente al massimo della (5.44a) dipende dal parametro di stabilità, cosa confermata dalle osservazioni sperimentali. Se consideriamo la (5.44a) , vediamo che:

$$n_{\max} = \left[\frac{3}{2b}\right]^{3/5} \qquad [5.44c]$$

Olesen a al.(1984) a questo punto, per giungere ad una quantificazione di n_{max} , partono dall'ipotesi che il vortice cui corrisponde la frequenza normalizzata n_{max} e che, quindi, influenza maggiormente la componente *w*, sia anche il responsabile dello shear dl vento nel *SL*. Rifacendosi *alla Teoria della Lunghezza di Rimescolamento* di Prandtl (si ricordi quanto detto al punto 2.5.1.1.1), lo *shear* è direttamente proporzionale ad una velocità caratteristica ed inversamente proporzionale ad una lunghezza caratteristica. Entro il *SL* la velocità caratteristica è sicuramente u_*, mentre si può ipotizzare che la lunghezza caratteristica sia la lunghezza d'onda λ_m associata al vortice di frequenza normalizzata n_{max} . Nell'ambito della velocità dell'ipotesi di Taylor si ha che $\lambda_m = \bar{u}/f_m$. Dato che $n_{\max} = f_m z/\bar{u}$, si ha che $n_{max}= z/\lambda_m$. Pertanto, alla luce della Teoria della Lunghezza di Rimescolamento:

$$\frac{d\bar{u}}{dz} = c\cdot u_*/\ell = cu_* n_{\max}/z \qquad [5.44d]$$

dove *c* è una costante numerica. D'altro canto nel *SL* il gradiente verticale della velocità media del vento è ben descritta dalla Relazione di Similarità (4.8) . Ciò porta a concludere che:

$$n_{\max} = C_2\Phi_m(\zeta) \qquad [5.44e]$$

dove $C_2=1/(kc)$. La relazione precedente porta a concludere che n_{max} dipende dal parametro ζ ed in particolare cresce con esso, cosa confermata dalle misure sperimentali. Dalle misure ottenute in condizioni adiabatiche, quando $\Phi_m(0)=1$, si è ottenuto per C_2 il valore 0.35 , pertanto :

$$n_{\max} = 0.35\Phi_m(\zeta) \qquad [5.44f]$$

e dalla (5.44c) :

$$b = 8.63\Phi_m^{-5/3} \qquad [5.44g]$$

Uguagliamo la (5.44b), cioè il comportamento asintotico dello spettro nell'inertial subrange, con la Relazione di Similarità (5.30), si ottiene il valore di *a* della (5.44a), che si trasforma in:

$$\frac{fS_w}{u_*^2} = \frac{\alpha_w}{(2\pi k)^{2/3}} \cdot \frac{8.6(n/\Phi_m(\zeta))}{1+8.6(n/\Phi_m(\zeta))^{5/3}} \cdot \left(\frac{\Phi_\varepsilon(\zeta)}{\Phi_m(\zeta)}\right)^{2/3} \qquad [5.44h]$$

che è la forma finale del modello spettrale di Olesen in condizioni stabili.

Moraes e Epstein (1987) e Kaimal e Finnigan (1994) hanno proposto un modello differente per lo spettro stabile di w, dato da:

$$\frac{fS_w(f)}{\sigma_w^2} = \frac{0.164\, f/f_{0w}}{1+0.164(f/f_{0w})^{5/3}} \qquad [5.45a]$$

in cui:

$$f_{0w} = 0.094\Phi_\varepsilon \qquad [5.45b]$$

E' facile verificare che anche questo modello nell'inertial subrange (*f* tendente all'infinito) si comporta come previsto dalla Teoria della Similarità

E' interessante analizzare la dipendenza della frequenza adimensionale corrispondente al picco dello spettro logaritmico dalla stabilità. Tale relazione potrebbe essere dedotta dal modello di Hojstrup per le situazioni convettive e dal modello di Olesen (o di Moraes) per le situazioni stabili, derivandoli rispetto a *n* ed eguagliando a zero il risultato. Ciò che risulta è una relazione analiticamente abbastanza complessa e poco attraente. Tuttavia, Dutton e al. (1980) hanno ottenuto per questo la relazione semiempirica seguente:

$$n_w^{\max} = \begin{cases} 0.183 & \text{per } \zeta < -0.7 \\ 0.482 + 0.437\zeta & \text{per } -0.7 \le \zeta < 0 \\ 0.482 + 0.87\zeta & \text{per } \zeta \ge 0 \end{cases} \qquad [5.46]$$

Dato che gli spettri logaritmici sono abbastanza *piatti*, non è agevole sperimentalmente determinare la frequenza adimensionale corrispondente al picco. Viceversa è molto più agevole determinare il valore di $fS_w(f)/u_*^2$ di picco. Anche in questo caso, Dutton e al. (1980) ha determinato la relazione semiempirica seguente:

$$\left(\frac{fS_w(f)}{u_*^2}\right)_{\max} = \begin{cases} 0.4 + 0.2|\zeta|^{1/2} - 0.35\zeta - 0.03\zeta^2 & \text{per } \zeta \le 0 \\ 1.22\zeta + 0.4 & \text{per } 0 \le \zeta < 0.18 \\ 0.62 & \text{per } \zeta < 0.18 \end{cases} \qquad [5.47]$$

5.4.2.2. Spettro delle componenti orizzontali del vento

Molto più complessa è la situazione per gli spettri delle componenti *u e v* del vento. Nella *Fig.5.3* e *5.4* sono riportati rispettivamente gli andamenti degli spettri logaritmici opportunamente scalati rispetto alla frequenza adimensionale *n*, della componente *u* e *v* del vento.

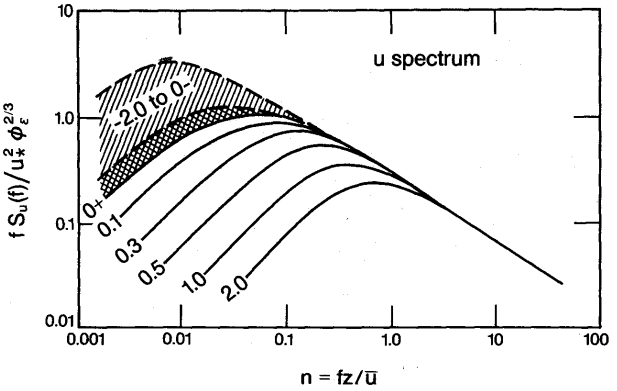

Fig 5.3: spettro logaritmico della componente u del vento (da Kaimal e Finnigan,1994).

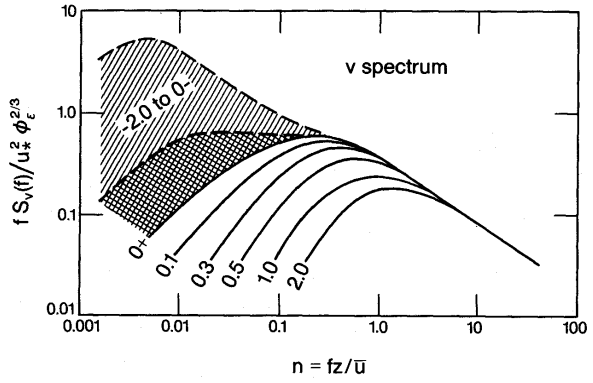

Fig 5.4: spettro logaritmico della componente v del vento (da Kaimal e Finnigan,1994).

Da esse è evidente alle alte frequenze l'andamento previsto per l'*inertial subrange*, mentre a frequenze inferiori il comportamento è estremamente complesso e dipendente dalla stabilità atmosferica. I risultati ottenuti nelle situazioni convettive sono apparsi inizialmente molto inconsueti. In certe situazioni era evidente la presenza di un massimo unico, in altre era altrettanto evidente la presenza di due massimi distinti. In realtà ciò può essere spiegato dal modello proposto per le situazioni convettive da Hojstrup (1984) secondo cui a determinare lo spettro delle componenti orizzontali del vento intervengono non solo u_* e ζ, ma anche l'estensione verticale z_i del *PBL*. Una volta definita una nuova frequenza adimensionale n_i come:

$$n_i = \frac{nz_i}{U} \qquad [5.48]$$

i due spettri nelle situazioni convettive possono essere descritti dalle relazioni seguenti:

$$\frac{fS_u(f)}{u_*^2} = \frac{0.5n_i}{1+2.2n_i^{5/3}}\left(-\frac{z_i}{L}\right)^{2/3} + \frac{105n}{(1+33n)^{5/3}} \qquad [5.49a]$$

$$\frac{fS_v(f)}{u_*^2} = \frac{0.32n_i}{1+1.1n_i^{5/3}}\left(-\frac{z_i}{L}\right)^{2/3} + \frac{17n}{(1+9.5n)^{5/3}} \qquad [5.49b]$$

E' opportuno a questo punto operare una lieve trasformazione nelle due relazioni precedenti. Ricordando che:

$$\frac{w_*}{u_*} = \left(-\frac{z_i}{kL}\right)^{1/3} \qquad [5.50]$$

si ha che:

$$fS_u(f) = \frac{0.27n_i}{1+2.2n_i^{5/3}} w_*^2 + \frac{105n}{(1+33n)^{5/3}} u_*^2 \qquad [5.51a]$$

$$fS_v(f) = \frac{0.17n_i}{1+1.1n_i^{5/3}} w_*^2 + \frac{17n}{(1+9.5n)^{5/3}} u_*^2 \qquad [5.51b]$$

da cui risulta che lo spettro complessivo delle due componenti orizzontali del vento nelle situazioni convettive è il risultato della sovrapposizione di *una componente a bassa frequenza* dominata dalla convettività e direttamente dipendente dall'altezza del *PBL* e *di una componente ad alta frequenza* dipendente solo dalla turbolenza di tipo meccanico. Quando la frequenza tende all'infinito, entrambe le relazioni tendono a comportarsi secondo le previsioni della Teoria della Similarità di Monin-Obukhov. Nella *Fig.5.5* è sono presentate le previsioni di questo modello a differenti valori del rapporto z/z_i, da cui è evidente che il modello risulta completamente in grado di riprodurre le *apparenti stranezze* riscontrate nelle misure sperimentali.

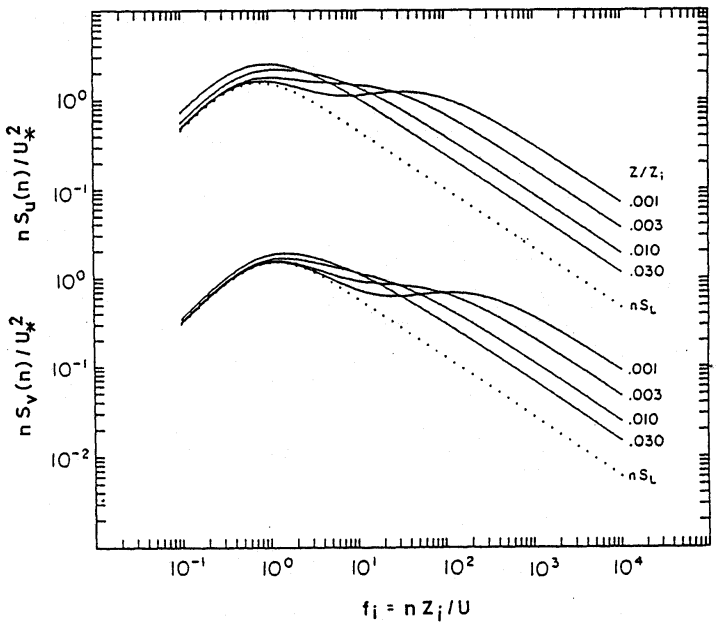

Fig. 5.5: spettri logaritmici delle componenti orizzontali del vento in funzione dell'altezza del PBL (da Hojstrup,1981).

Nel caso stabile, anche questa volta Olesen e al. (1984) e Moraes e Epstein (1987) hanno proposto dei modelli spettrali per le componenti *u* e *v* del vento. Il modello di Olesen si fonda su considerazioni del tutto analoghe a quelle che hanno portato alla formulazione dello spettro di *w* nelle situazioni stabili. Il risultato ottenuto è rappresentato dalle relazioni seguenti:

$$\frac{fS_u}{u_*^2} = \frac{\alpha_u}{(2\pi k)^{2/3}} \cdot \frac{263 \cdot (n/\Phi_m(\zeta))}{1 + 263 \cdot (n/\Phi_m(\zeta))^{5/3}} \cdot \left(\frac{\Phi_\varepsilon(\zeta)}{\Phi_m(\zeta)} \right)^{2/3} \qquad [5.52a]$$

$$\frac{fS_v}{u_*^2} = \frac{\alpha_v}{(2\pi k)^{2/3}} \cdot \frac{32 \cdot (n/\Phi_m(\zeta))}{1 + 32 \cdot (n/\Phi_m(\zeta))^{5/3}} \cdot \left(\frac{\Phi_\varepsilon(\zeta)}{\Phi_m(\zeta)} \right)^{2/3} \qquad [5.52b]$$

Il modello di Moraes ed Epstein , invece, è rappresentato dalle relazioni seguenti:

$$\frac{fS_{u,v}(f)}{\sigma_{u,v}^2} = \frac{0.164\, f/f_{0u,v}}{1 + 0.164 (f/f_{0u,v})^{5/3}} \qquad [5.53a]$$

in cui:

$$f_{0u} = 0.012 \Phi_\varepsilon \qquad [5.53b]$$

$$f_{0v} = 0.045 \Phi_\varepsilon \qquad [5.53c]$$

5.4.2.3 Spettro della temperatura potenziale

Lo spettro logaritmico della temperatura potenziale, opportunamente scalato, è presentato in *Fig.5.6*. Anche in questo caso sono evidenti delle caratteristiche che già abbiamo incontrato discutendo delle componenti orizzontali del vento, cioè la presenza di *un inertial subrange* e la forte dipendenza dalla stabilità e dall'estensione verticale del *PBL* z_i nella parte di spettro a bassa frequenza e nelle situazioni convettive. Una volta fissata l'attenzione sulla situazione adiabatica, le situazioni stabili si trovano alla sua destra (lo spettro risulta traslato verso le alte frequenze) e le situazioni convettive alla sua sinistra.

Nelle *situazioni convettive*, seguendo Kaimal e Finnigan (1994) si ha che:

$$\frac{fS_\theta(f)}{\gamma T_*^2} = \frac{\alpha_T}{(2\pi)^{2/3}} n_i^{-2/3} \qquad [5.54a]$$

dove:

$$\gamma = \frac{N_\theta \varepsilon^{-1/3}}{T_*^2 z_i^{-2/3}} \qquad [5.54b]$$

Un'utile approssimazione di γ è la seguente (Kaimal e al. , 1976):

$$\gamma = \begin{cases} 0.83(z/z_i)^{-4/3} & z \le 0.5 z_i \\ 2.1 & 0.5 z_i \le z \le 0.7 z_i \\ 6.1(z/z_i)^3 & 0.7 z_i \le z \le z_i \end{cases} \qquad [5.54c]$$

Sorbjan (1989) ha presentato per le situazioni convettive un modello spettrale molto più complesso a cui rimandiamo per ulteriori dettagli.

Nelle *situazioni stabili* lo spettro logaritmico della temperatura potenziale viene normalmente scalato dalle varianze relative ed è espressa dalla relazione seguente (Kaimal e Finnigan, 1994):

$$\frac{fS_\theta}{\sigma_T^2} = \frac{a \cdot (n/n_{0\theta})}{1 + a \cdot (n/n_{0\theta})^{5/3}} \qquad [5.55a]$$

In questa relazione il parametro numerico a risulta pari a 0.164 (Kaimal, 1973) e la frequenza $n_{0\theta}$ è definita come il valore di n a cui l'estrapolazione dell'inertial subrange raggiunge il valore $fS_\theta(f)/\sigma_T^2 = 1$. La definizione di $n_{0\theta}$ è ben poco operativa e nell'uso pratico della (5.55a) si impiega per $n_{0\theta}$ la correlazione seguente (Coughey, 1982):

$$n_{0\theta} = 0.0013 + 0.74\zeta \frac{\Phi_h(\zeta)}{\Phi_m^2(\zeta)} \qquad [5.55b]$$

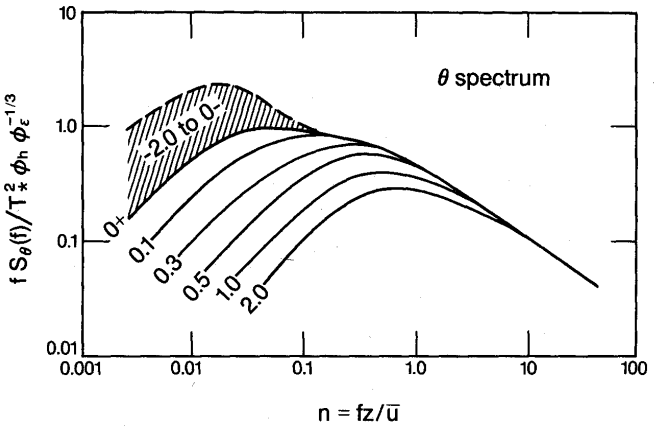

Fig 5.6: spettro logaritmico della temperatura potenziale (da Kaimal e Finnigan,1994).

5.4.2.4 Cospettri

Nella *Fig.5.7.* sono mostrati i cospettri logaritmici, opportunamente scalati, tra le componenti u e w del vento e tra w e la temperatura potenziale. Come si nota, tutte le curve collassano in un'unica curva entro l'*inertial subrange*, a frequenze normalizzate elevate e ad elevate stabilità. I modelli proposti finora sono meno *ricchi* rispetto ai modelli spettrali presentati precedentemente ed in pratica si riducono a quanto proposto in Kaimal e Finnigan (1994).

Consideriamo inizialmente il cospettro C_{uw}. In generale, il modello spettrale normalmente impiegato è dato dalla relazione :

$$\frac{fC_{uw}}{u_*^2} = -\frac{12n}{(1+9.6n)^{7/3}} \cdot G(\zeta) \qquad [5.56a]$$

dove la funzione $G(\zeta)$, che rappresenta un fattore correttivo dipendente dalla stabilità, risulta pari a:

$$G(\zeta) = \begin{cases} 1 & -2 \le \zeta \le 0 \\ 1 + 7.9\zeta & 0 \le \zeta \le 2 \end{cases} \qquad [5.56b]$$

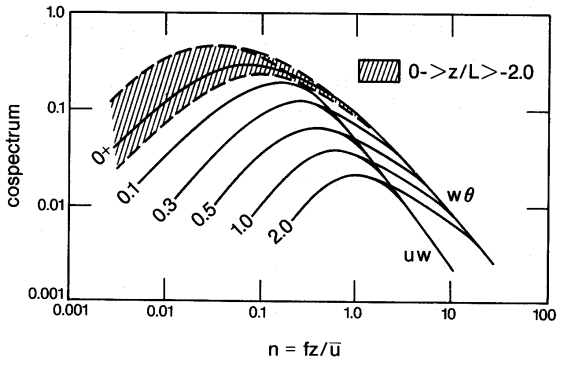

Fig 5.7:cospettro logaritmico uw e wθ (da Kaimal e Finnigan,1994).

Il modello spettrale proposto per C_{wa} è lievemente più complesso ed è rappresentato dalle relazioni seguenti:

$$\frac{fC_{w\theta}}{u_* T_*} = -F_{w\theta}(n)\cdot H(\zeta) \qquad [5.57a]$$

dove

$$F_{w\theta}(n) = \begin{cases} \dfrac{11n}{(1+13.3n)^{7/4}} & n \le 1 \\ \dfrac{4n}{(1+3.8n)^{7/3}} & n > 1 \end{cases} \qquad [5.57b]$$

e la correzione rispetto alla stabilità è descritta da:

$$H(\zeta) = \begin{cases} 1 & -2 \le \zeta \le 0 \\ 1+6.4\zeta & 0 \le \zeta \le 2 \end{cases} \qquad [5.57c]$$

5.4.2.5 Parametri di struttura e spettri

Spesso abbiamo parlato dei parametri di struttura C_V^2 e C_T^2 e per essi sono state sviluppate apposite Relazioni di Similarità, come si è visto nel Cap.4. Dato che esse, in qualche modo, rappresentano una correlazione spaziale (e quindi temporale se si utilizza l'ipotesi di Taylor), non è inattesa una loro *parentela* con gli spettri.

Se si considera l'*inertial subrange*, Kaimal e Finnigan (1994) hanno mostrato che:

$$C_V^2 = 4\alpha_u \varepsilon^{2/3} \qquad [5.58a]$$

$$C_T^2 = 4\alpha_T N_\theta \varepsilon^{-1/3} \qquad [5.58b]$$

da cui risulta:

$$\frac{C_V^2 z^{2/3}}{u_*^2} = 2.2k^{-2/3}\Phi_\varepsilon^{2/3} \qquad [5.59a]$$

$$\frac{C_T^2 z^{2/3}}{T_*^2} = 3.2k^{-2/3}\Phi_H \Phi_\varepsilon^{-1/3} \qquad [5.59b]$$

5.5 MODELLI SPETTRALI PER L'INTERO PBL

Misurare gli spettri lontano dal suolo è un'impresa ancor oggi estremamente ardua e non è sorprendente che le misure disponibili siano molto scarse. Sfruttando al meglio questa conoscenza parziale, parecchi autori hanno presentato lavori in cui propongono modelli spettrali validi per l'intero *PBL*, sia in condizioni convettive che in condizioni stabili. Per queste ultime, va sottolineato il fatto che spesso si sovrappongono alla turbolenza anche fenomeni ondosi (come per esempio le onde di gravità) che complicano notevolmente l'interpretazione delle misure disponibili. Nei paragrafi che seguono vengono presentati alcuni dei risultati ottenuti nella modellizzazione degli spettri entro l'intero *PBL*.

5.5.1 SPETTRI DELLE COMPONENTI DEL VENTO

Per quanto riguarda le tre componenti del vento, in letteratura sono stati proposti due modelli, uno specializzato per le situazioni convettive e l'altro per quelle stabili.

Per quanto riguarda le *situazioni convettive*, Hojstrup (1982) ha presentato un modello matematico valido fino a quote dell'ordine di $0.5z_i$, secondo cui le componenti orizzontali del vento vengono descritte dalle relazioni seguenti:

$$\frac{fS_u(f)}{u_*^2} = \frac{0.5n_i}{1+2.2n_i^{5/3}} \cdot \left(-\frac{z_i}{L}\right)^{2/3} + \frac{105 n_{ru}}{(1+33n_{ru})^{5/3}} \cdot \frac{(1-z/z_i)^2}{(1+15\,z/z_i)^{2/3}} \qquad [5.60a]$$

$$n_{ru} = n/(1+15\,z/z_i) \qquad [5.60b]$$

$$\frac{fS_v(f)}{u_*^2} = \frac{0.95n_i}{1+2n_i^{5/3}} \cdot \left(-\frac{z_i}{L}\right)^{2/3} + \frac{17\,n_{rv}}{(1+9.5n_{rv})^{5/3}} \cdot \frac{(1-z/z_i)^2}{(1+2.8\,z/z_i)^{2/3}} \qquad [5.61a]$$

$$n_{rv} = n/(1+2.8\,z/z_i) \qquad [5.61b]$$

Per quanto riguarda, invece, la componente verticale del vento, sempre in situazioni convettive, le poche misure sperimentali disponibili evidenziano la dipendenza dello spettro anche dall'estensione verticale z_i del *PBL* convettivo. Pertanto, Hojstrup (1982) ha proposto il modello seguente, anch'esso valido fino a quote dell'ordine di $0.5\ z_i$,:

$$\frac{fS_w(f)}{u_*^2} = F(n, z/z_i)\frac{0.95n_i}{(1+2n_i)^{5/3}} \cdot \left(-\frac{z_i}{L}\right)^{2/3} + \frac{2n}{1+5.3n^{5/3}} \cdot (1-z/z_i)^2 \qquad [5.62a]$$

con:

$$F(n, z/z_i) = \left[\frac{n^2 + (0.3z/z_i)^2}{n^2 + (0.15)^2}\right]^{1/2} \qquad [5.62b]$$

Nella *Fig.5.8* sono presentati gli spettri delle componenti del vento a vari livelli di stabilità e a varie

quote.

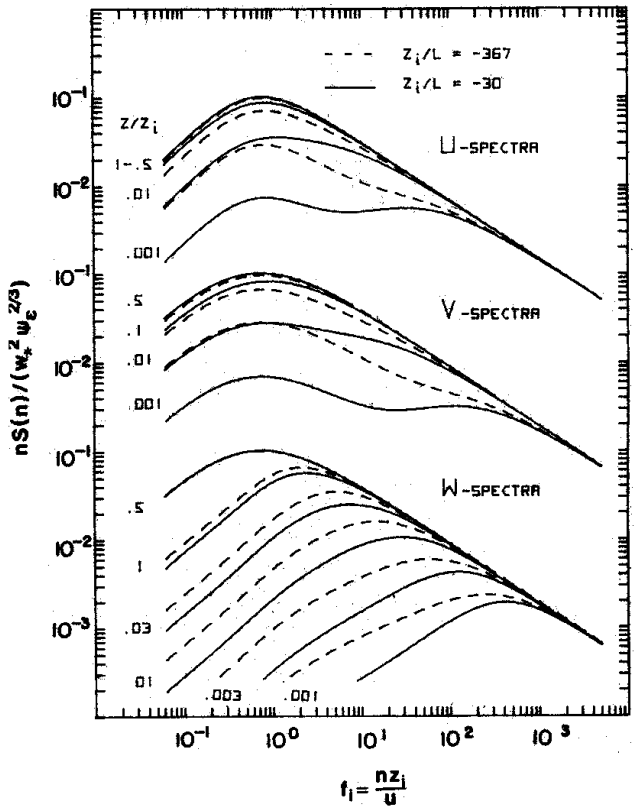

Fig.5.8: spettri delle tre componenti del vento nel PBL secondo il modello di Hojstrup (da Hojstrup, 1982).

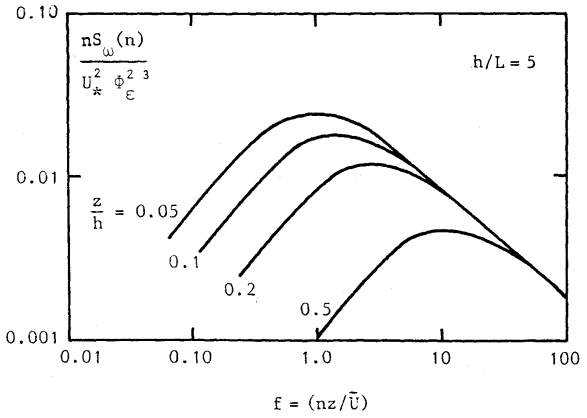

Fig.5.9: spettro logaritmico normalizzato in funzione del rapporto z/h (da Moraes, 1988)

Per quanto riguarda invece le *situazioni stabili*, Moraes (1988) ha proposto un modello che si fonda sulla Teoria della Similarità Locale per i cui dettagli si rimanda a Sorbjan (1989). In pratica, se si conosce u^*, $\overline{w'\theta'}$ ed L (al suolo) e l'estensione verticale h del *PBL* stabile, il modello per una generica componente i del vettore vento è costituito dalla relazione seguente:

$$\frac{fS_i(f)}{U_*^2 \Phi_\varepsilon^{2/3}} = \gamma_i^{SBL} \frac{An}{\left(n_{0i}^{SBL}\right)^{5/3} + An^{5/3}} \qquad [5.63a]$$

dove:

$$U_*^2 = u_*^2 (1 - z/h)^{3/2} \qquad [5.63b]$$

$$n_{0i}^{SBL} = \beta_i^{SBL} (1 + 3.7\, z/\Lambda) \qquad [5.63c]$$

$$\Lambda = L(1 - z/h)^{5/4} \qquad [5.63d]$$

$$\beta_i^{SBL} = \beta_i \frac{\left[1 + 0.628 (h/L)^{3/5}\right]^{3/2}}{1 + 0.422 (h/L)} \qquad [5.63e]$$

Con Φ_ε si è indicata la Funzione Universale della Similarità per il tasso di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta. La costante *A* risulta pari a 0.164, mentre γ_i^{SBL} vale 0.3 per la componente *u* e 0.4 per le componenti *v e w*. Per quanto riguarda il valore dei parametri β_i, essi valgono 0.012 per *u,* 0.045 per *v* e 0.094 per *w*. Nella *Fig.5.9* è mostrata la variazione degli spettri in funzione del rapporto *z/h*.

5.5.2 SPETTRI DELLA TEMPERATURA POTENZIALE

Poco si sa dello spettro della temperatura potenziale al di fuori del *SL*. Per quanto riguarda le situazioni convettive Kaimal e Finnigan (1994) suggeriscono di utilizzare comunque il modello proposto per il *SL* nel quale già si teneva conto dell'influenza dell'altezza del *PBL* z_i.

Per quanto riguarda, invece, le situazioni stabili, in Sorbjan (1989) si propone la relazione seguente, derivata dalla Similarità Locale proposta dallo stesso Sorbjan per realizzare Relazioni di Similarità valide entro tutto il *PBL* stabile:

$$\frac{fS_\theta(f)}{\Theta_*^2} = \frac{\alpha_T}{(2\pi k)^{2/3}} F_\varepsilon^{-1/3} F_N n^{-2/3} \qquad [5.64a]$$

In tale relazione sono presenti due relazioni di Similarità Locale così definite:

$$F_\varepsilon = 1 + 3.7\, z/\Lambda \qquad [5.64b]$$

$$F_N = 0.74 + 3.7\, z/\Lambda \qquad [5.64c]$$

In entrambe le relazioni è presente la lunghezza di scala Λ che sostituisce la lunghezza di Monin-Obukhov nella Similarità Locale e che è definita come

$$\Lambda = L \cdot (1 - z/h)^{5/4} \qquad [5.64d]$$

5.5.3 COSPETTRI

Le misure sperimentali dei cospettri al di fuori del *SL* sono estremamente difficili e finora ben pochi sono i dati sperimentali a disposizione. Questa scarsità di dati e la loro difficile interpretazione non ha consentito finora la realizzazione di modelli convincenti. Kaimal e Finnigan (1994) affermano che in

pratica essi sono ben poco prevedibili, soprattutto nelle situazioni convettive.

Nel caso delle situazioni stabili, la limitata estensione verticale h del *PBL* ha consentito di realizzare alcuni studi, che sono stati sintetizzati da Sorbjan (1989) con l'aiuto dalla Similarità Locale. Il risultato è costituito dalle relazioni seguenti:

$$\frac{fC_{uw}(f)}{U_*^2} = -\frac{\alpha_{uw}}{(2\pi k)^{-4/3}} F_\varepsilon^{1/3} F_m \cdot n^{-7/3} \qquad [5.65]$$

$$\frac{fC_{w\theta}(f)}{U_* \Theta_*} = -\frac{\alpha_{w\theta}}{(2\pi k)^{-4/3}} F_\varepsilon^{1/3} F_H \cdot n^{-7/3} \qquad [5.66]$$

dove F_ε è dato dalla (5.64b) e

$$F_m = 1 + 4.7Z \qquad [5.67a]$$

$$F_H = 0.74 + 4.7Z \qquad [5.67b]$$

e

$$U_* = u_* \cdot (1 - z/h)^{3/4} \qquad [5.67c]$$

$$\Theta_* = -\frac{\overline{w'\theta'}}{u_*} \cdot (1 - z/h)^{1/4} \qquad [5.67d]$$

$$Z = z/\Lambda \qquad [5.67e]$$

5.6 CENNI ALL'ANALISI SPETTRALE LAGRANGIANA

Nello studio dell'analisi spettrale condotta finora, si è seguito esclusivamente *un punto di vista euleriano*. La *visione lagrangiana* è totalmente differente. Il punto di partenza di un'analisi di tipo lagrangiano è l'individuazione di una particella di fluido e l'analisi viene condotta considerando la variazione temporale delle tre componenti della velocità di tale particella, della sua temperatura potenziale, del suo contenuto di vapor d'acqua e di differenti specie chimiche durante il suo moto (regolare o irregolare) nello spazio. A rigore non è difficile definire valori medi, varianze, covarianze e spettri anche in questo caso, tuttavia quello che ancora oggi risulta proibitivo è determinare tutto ciò sperimentalmente, specialmente entro il *PBL*. Vista l'importanza che la visione lagrangiana ha nello studio della dispersione degli inquinanti, in questo paragrafo presenteremo alcune considerazioni importanti, senza tuttavia approfondire eccessivamente l'argomento.

Consideriamo, per fissare le idee, la variabile euleriana u (componente istantanea *streamwise* del vettore vento rilevata in un punto P dello spazio al tempo t) e la sua controparte lagrangiana u_L (componente *streamwise* del vettore velocità di una generica particella al tempo t). La prima considerazione che si può fare (Trombetti e Tampieri, 1994) è che la serie temporale lagrangiana $u_L(t_i)$ fluttua meno frequentemente della serie euleriana $u(t_i)$ e questo vale in generale per ogni variabile considerata. Con le tecniche presentate in questo capitolo, non è difficile determinare il Tempo Caratteristico di Scala per entrambe le serie. Sia T_{Eu} il *Tempo Caratteristico Euleriano* per la serie euleriana e T_{Lu} il *Tempo Caratteristico Lagrangiano* per la seria lagrangiana. E' interessante verificare l'esistenza di una relazione tra T_{Eu} e T_{Lu} e, più in generale, tra i tempi caratteristici euleriani e lagrangiani delle principali variabili di interesse micrometeorologico. Il tema è stato trattato da molti autori e qui ci si riferisce a tre riferimenti principali: Pasquill e Smith (1983), Wang e al. (1988) e

Koeltzsch (1999). Senza entrare nei dettagli, si può affermare che tale relazione esiste e che, nei limiti di validità dell'ipotesi di Taylor, tale relazione può essere così formulata:

$$T_L / T_E = \alpha \cdot \bar{u} / \sigma_u = \beta \qquad [5.68]$$

e tale relazione vale tra i tempi caratteristici di scala euleriani e lagrangiani delle variabili di interesse micrometeorologico. Per il coefficiente numerico α sono stati individuati sperimentalmente valori compresi nell'intervallo 0.3÷0.8. La variabilità di tale parametro può essere spiegata in vari modi e non è stato individuato un modello semplice che la metta in relazione con altre variabili, come la rugosità superficiale, l'altezza del *PBL* e la stabilità. A titolo esemplificativo un valore sperimentale ricorrente nel caso di *w* in situazioni adiabatiche è α=0.35 (Reid, 1979) , mentre il valore α=0.7 risulta un valore applicabile alle situazioni convettive (Hanna, 1981) .

Un secondo aspetto di notevole interesse pratico sta nello studio della *funzione di struttura delle componenti della velocità lagrangiana* di una particella. Questo argomento riveste un ruolo importante nei modelli stocastici lagrangiani per la dispersione degli inquinanti nel *PBL*. Per una generica componente lagrangiana u_i (*u, v, w*) di una particella, la funzione di struttura lagrangiana è data da:

$$D_i^L(\tau) = \overline{u_i(t+\tau) - u_i(t)} \qquad [5.69a]$$

Nell'inetrial subrange, in accordo con le ipotesi di Kolmogorov, per $D_i^L(\tau)$ esiste una relazione di Similarità del tipo (Momin e Yaglom, 1971b):

$$D_i^L(\tau) = C_0 \varepsilon \tau \qquad [5.69b]$$

dove C_0 è una costante numerica. Riferendoci a quanto riportato in Degrazia e Anfossi (1998), non esiste un accordo sul valore numerico da attribuire a tale costante: alcuni dei valori proposti sono:

- $C_0 = 3$ per tutte le componenti di velocità della particella;
- $C_0 = 4.2 \div 0.6$ per la componente *v* e *w*;
- $C_0 = 2.8 \div 0.4$ per la componente *u* .

6. LA STRUTTURA DEL PBL IN CONDIZIONI DI OMOGENEITÀ SUPERFICIALE

In questo Capitolo si espongono nel dettaglio le caratteristiche principali dello Strato Superficiale, del *PBL* convettivo e del *PBL* stabile. In particolare si tratteranno i punti seguenti:

- la rugosità superficiale del suolo
- il meccanismo di ripartizione dell'energia disponibile al suolo e il suo trasferimento al *PBL*,
- le strutture coerenti e i flussi ascendenti e discendenti di aria entro il *PBL* convettivo,
- l'evoluzione temporale dell'estensione verticale del *PBL* convettivo
- la struttura turbolenta del *PBL* stabile
- l'evoluzione temporale del *PBL* stabile.

6.1 LO STRATO SUPERFICIALE

Entro il *PBL*, sia nelle condizioni convettive che nelle condizioni stabili, è sempre individuabile uno strato, normalmente di estensione verticale ridotta e a diretto contatto con il suolo, chiamato *Strato Superficiale SL*, in cui il profilo verticale delle variabili medie e dei principali momenti di ordine superiore è descrivibile mediante le Relazioni della Teoria della Similarità di Monin-Obukhov. Di ciò già abbiamo parlato nei capitoli precedenti ed in questo capitolo cerchiamo di studiare con maggior dettaglio alcuni aspetti di particolare interesse legati al *SL*. In particolare, l'obiettivo è quello di definire in modo più preciso la *rugosità superficiale* e la ripartizione tra flusso di calore sensibile e flusso di calore latente dell'energia disponibile al suolo, costituita dalla differenza tra Radiazione Netta R_N e Flusso di Calore nel Suolo G_0.

6.1.1 LA RUGOSITÀ SUPERFICIALE

Nel *SL* il profilo verticale della velocità del vento, della temperatura potenziale media e dell'umidità specifica è descritto in maniera estremamente realistica dalla Teoria della Similarità di Monin-Obukhov e le Relazioni di Similarità relative sono state studiate nel Cap.4. E' interessante notare che, se il parametro z/L tende a zero, tutti queste relazioni diventano sempre meno sensibili alla stabilità e si riducono ai tipici profili logaritmici. Ciò avviene non solo all'aumentare (in valore assoluto) della lunghezza di Monin-Obukhov, ma anche al diminuire di z. In effetti, se consideriamo una situazioni debolmente convettiva (H_0 = 50 Wm^{-2}) con u_* pari a 0.5 ms^{-1}, vediamo che ad una quota di 2.3 m il profilo della velocità media del vento si scosta da quello logaritmico (adiabatico) di meno del 1%. Se, però, u_* si riduce a 0.2 ms^{-1}, vediamo che tale quota scende a 3 cm. Come si vede, esiste sempre uno strato, più o meno esteso verticalmente, in cui tutti i profili delle variabili medie sono esprimibili con buona approssimazione da relazioni di tipo logaritmico. Tale strato è noto col nome di *dynamical sublayer* e in esso la velocità media del vento, la temperatura potenziale (virtuale) e l'umidità

presentano un profilo ben descritto da una relazione logaritmica.

Tutto ciò è però una notevole semplificazione della realtà. Infatti nelle immediate vicinanze del suolo la viscosità dell'aria ed i singoli elementi di rugosità, caratteristici della superficie terrestre, complicano in maniera drammatica la descrizione fluidodinamica dell'aria. Ciò è stato studiato in dettaglio da Brutsaert (1984), dalla cui trattazione emerge il fatto che i profili verticali delle principali variabili meteorologiche possono essere ancora descritti da profili di Similarità in cui però sono presenti Funzioni Universali dipendenti da una quantità talmente grande di variabili da rendere tali relazioni ben poco utili nelle applicazioni pratiche. Va però ricordato che lo strato d'aria caratterizzato da questa complessità è ben poca cosa rispetto a tutto il *PBL* : in effetti stiamo parlando di uno strato d'aria a ridosso del suolo dello spessore molto inferiore al metro. Per semplificare tutto ciò, è conveniente ragionare nel modo seguente:

- sicuramente all'interfaccia suolo-aria la velocità del vento sarà nulla a causa della "no-slip condition";

- all'interfaccia suolo-aria la temperatura e l'umidità dell'aria assumono un ben preciso valore pari rispettivamente a θ_s e q_s;

- se ipotizziamo che in tutto il *dynamical sublayer* (e quindi anche in questo strato) il profilo della velocità segue una legge logaritmica, esisterà una quota z_{om} a cui tale profilo si annulla (cioè assume il valore proprio dell'interfaccia suolo-aria). Operativamente, quindi, si è sostituito al complesso profilo verticale reale nel *dynamical sublayer* un semplice profilo logaritmico fino a z_{om} ed un profilo nullo da z_{om} al livello del suolo ($z = 0$);

- estrapolando i profili logaritmici della temperatura potenziale e dell'umidità verso il suolo, è individuabile una quota z_{oh} (per il profilo di temperatura) e z_{oq} (per il profilo di umidità) dove i valori previsti della relazione logaritmiche eguagliano i valori riscontrati a $z = 0$.

In questa opera di semplificazione operativa dei profili sono stati individuati i tre parametri z_{om}, (*parametro di rugosità per la quantità di moto*), z_{oh} (*parametro di rugosità per il calore*) e z_{oq} (*parametro di rugosità per l'umidità*). Tali parametri di rugosità sono tra loro differenti ed in generale dipendono dal tipo di suolo, dalla sua struttura geometrica e dal regime fluidodinamico del moto dell'aria nelle sue immediate vicinanze. Evidentemente in questa discussione non consideriamo situazioni particolarmente complesse, come città, foreste, mare e suoli particolarmente disomogenei dal punto di vista della rugosità, a cui accenneremo al prossimo capitolo. *Le situazioni che consideriamo qui sono solo quelle rappresentative di una distesa piatta e coperta da vegetazione di moderata estensione verticale.*

Se consideriamo una superficie solida, la fluidodinamica ci assicura che col passaggio dell'aria sopra di essa si sviluppa uno strato di piccolissime dimensioni verticali δ_1 (*interfacial sublayer*) il cui regime di moto non è completamente turbolento, in cui il flusso di calore e di massa è dominato dalla diffusività molecolare ed in cui il flusso di quantità di moto è determinato sia dalla diffusività molecolare che dai gradienti di pressione locali. L'estensione verticale di tale strato è determinabile, in prima approssimazione, con la relazione seguente:

$$\delta_1 \cong 30\nu/u_* \qquad [6.1]$$

dove ν è la viscosità cinematica dell'aria. Come è facile verificare, δ_1 è sempre dell'ordine del

millimetro. In questo strato avviene il trasferimento di quantità di moto, di calore e di massa (vapor d'acqua) dal suolo all'aria sovrastante; mentre il trasferimento di calore e di massa ha luogo per diffusione molecolare, il trasferimento di quantità di moto dipende anche dai gradienti locali di pressione che si riscontrano al suolo a causa della geometria di quest'ultimo e ciò spiega la differenza che si riscontra tra i tre parametri di rugosità individuati. Per chiarire meglio tutto ciò, facciamo l'ipotesi che sia possibile definire una *lunghezza di rugosità* z_0, cioè una lunghezza caratteristica che rappresenti aerodinamicamente la rugosità della superficie su cui scorrono le masse d'aria. In linea di principio, z_0 non sarà uguale a nessuno dei parametri di rugosità individuati in precedenza e costituirà una descrizione indipendente dalla quota dell'influenza della rugosità superficiale sul regime dinamico dell'aria nei pressi della superficie. Tale parametro non dovrebbe dipendere dal regime di moto dell'aria e potrà essere funzione solo della natura della superficie, cioè della sua geometria che, in ultima analisi, sarà determinata dalla dimensione e dalla disposizione degli elementi di rugosità presenti. Per quantificare meglio tutto ciò è opportuno introdurre il *numero di Reynolds di rugosità* z_{0+} definito come:

$$z_{0+} = u_* z_0 / \nu \qquad [6.2]$$

Il celebre lavoro sperimentale di Nikuradse (1933) ha evidenziato che:

- se $z_{0+} > 2$, la superficie è <u>*idrodinamicamente rugosa*</u> ed in questo caso si ha che $z_{0m} = z_0$. Questo è quanto avviene per la maggior parte delle superfici naturali (per esempio per le superfici aride o per quelle coperte dalla vegetazione). Il risultato interessante è che praticamente sempre sulle superfici naturali z_{0m} coincide con le caratteristiche geometriche di rugosità della superficie stessa e non varia col regime di moto del fluido;

- se, invece, $z_{0+} < 2$, ed in particolare se $z_{0+} < 0.13$, la superficie è *idrodinamicamente liscia (smooth)*. Questo è approssimativamente ciò che capita sulle distese di ghiaccio artiche ed antartiche e sugli specchi di acqua ferma (nel caso del mare, si parlerà nel prossimo capitolo). In questo caso $z_{0m} \neq z_0$ e ciò significa che è indipendente dalle caratteristiche della superficie e dipendente dalle caratteristiche del moto. Nel caso in cui $z_{0+} < 0.13$ (questo in generale non è il caso delle distese di ghiacci, che si trovano in situazioni caratterizzate da valori di z_{0+} intermedi tra 2 e 0.13 e per le quali non si può purtroppo applicare la relazione seguente) si ha che:

$$z_{0m} = 0.135 \nu / u_* \qquad [6.3]$$

A questo punto è però necessario evidenziare un altro problema. Se consideriamo, per esempio, una superficie con vegetazione, il problema che ci poniamo è quale sia la quota reale di misura rispetto al suolo o, che è lo stesso, quale sia la quota zero. Convenzionalmente si dice che la quota $z = 0$ è il *livello su cui giacciono gli elementi di rugosità*. In tal modo si evidenzia un ulteriore strato, posto tra il suolo vero e proprio e una quota d (*displacement height*) prossima all'altezza media degli elementi di rugosità (altezza media della vegetazione), noto col nome di *canopy layer*.

Una volta definiti z_{0m} (che nella maggior parte delle superfici coinciderà con z_0) e d, entro il *SL* la Relazione della Similarità di Monin-Obukhov per il profilo verticale del vento verrà riscritta in modo tale che a z si sostituirà la quota ridotta z-d. In pratica il profilo verticale del vento si annullerà alla quota $z = d+z_0$ e sarà data dalla relazione:

$$U(z) = \frac{u_*}{k}\left[\ln\left(\frac{z-d}{z_0}\right) - \Psi_m(\zeta)\right] \qquad [6.4]$$

Sia z_0 che d nel caso di superfici idrodinamicamente rugose sono parametri che possono essere determinati sperimentalmente come si vedrà nel dettaglio al Cap.10, tuttavia in letteratura (si veda per esempio Wieringa ,1993) sono stati pubblicati molti risultati di campagne sperimentali che consentono di attribuire, con un buon grado di realismo, i valori dei due parametri in molti casi di interesse pratico. In *Tab.6.1* sono presentati alcuni valori caratteristici per z_0. Per quanto riguarda, invece, d una regola pratica è la seguente:

$$d = 2/3\, h_r \qquad [6.5]$$

dove h_r è l'altezza tipica degli elementi di rugosità (per esempio l'altezza media della vegetazione).

Quando sulla superficie è riconoscibile una *canopy* ben definita e di altezza tipica d, la sostituzione di z con $z-d$ nella Relazione di Similarità per il profilo verticale della velocità del vento viene estesa anche a tutti gli altri profili di Similarità (temperatura potenziale ed umidità specifica).

Tipo di Suolo	z_0 *(m)*	*d (m)*
Giaccio	$0.1 \cdot 10^{-4}$	-
Neve	10^{-4}	-
Deserto sabbioso	0.0003	-
Suolo nudo	0.005	-
Prato di erba bassa	0.02	0.1
Prato di erba alta	0.05	0.5
Campi di grano	0.02	0.25
Mais	0.06	0.8
Fagioli	0.08	1.18
Viti	0.1	1.1
Savana	0.4	8
Boschi	0.4	10-15
Pineta	0.5	13
Conifere	1.	10.
Foresta tropicale	2.	35

Tab.6.1: Valori di roughness length e di displacement height caratteristici per alcune tipiche superfici naturali.

Consideriamo ora z_{0h} e z_{0q}. Nel caso (relativamente poco interessante) di una superficie *idrodinamicamente liscia*, da Garratt (1992) e Brutsaert (1984) si ha che i parametri di rugosità dipendo direttamente dalla viscosità dinamica e sono inversamente proporzionali alla velocità di frizione, come ben evidenziato dalle relazioni seguenti:

$$z_{0h} = 0.624\nu/u_* \qquad [6.6a]$$
$$z_{0q} = 0.395\nu/u_* \qquad [6.6b]$$

Quando, invece si considerano *superfici idrodinamicamente rugose* (situazione che rappresenta la stragrande maggioranza dei casi di interesse pratico) si è di fronte ad una quantità impressionante di correlazioni semiempiriche proposte in letteratura. Per una rassegna di tali correlazioni si rimanda a Verhoef e al. (1997). A titolo di esempio citiamo le seguenti (Brutsaert, 1984):

$$z_{0h} = 7.4 z_{0m} \exp\left[-2.46 z_{0+}^{1/4}\right] \qquad [6.7a]$$

$$z_{0q} = 7.4 z_{0m} \exp\left[-2.25 z_{0+}^{1/4}\right] \qquad [6.7b]$$

Va ricordato che in letteratura il $ln(z_{0m}/z_{0h})$è indicato col simbolo kB^{-1}.

Fin qui si è implicitamente ipotizzato un terreno orizzontalmente omogeneo, che si estende cioè all'infinito con le medesime caratteristiche superficiali. Se questo è vero in certe situazioni (per esempio le grandi praterie nordamericane), in moltissime altre la situazione non è così omogenea. In particolare, se ci si pone in un punto di un territorio non completamente omogeneo in senso orizzontale e si realizzano misure di z_0 con le tecniche che saranno presentate al Cap.10, si noterà come i valori misurati per il parametro di rugosità superficiale z_0 risultino differenti a seconda delle diverse direzioni di provenienza del vento. La spiegazione di ciò sta nel fatto che quello che effettivamente si misura è la rugosità superficiale *sentita* dall'aria in movimento *durante la sua marcia di avvicinamento alla postazione di misura* e non la *rugosità locale nella postazione di misura*. Wieringa (1993) ha mostrato che, data una direzione di provenienza del vento, se z è la quota di misura (ovviamente entro il *SL*), le masse d'aria sono in equilibrio con le condizioni superficiali che si incontrano dal punto di misura fino ad una distanza F sopravvento (*fetch*) data dalla relazione seguente:

$$F \approx 2 z_0 \left[\frac{10z}{z_0} \left(\ln\left(\frac{10z}{z_0} \right) - 1 \right) + 1 \right] \qquad [6.8]$$

che grossolanamente si riduce alla semplice regola secondo cui lo z_0 misurato è rappresentativo di una distanza sopravvento pari a circa 100 volte la quota di misura.

6.1.2 IL MECCANISMO DI RIPARTIZIONE SUPERFICIALE DELL'ENERGIA DISPONIBILE

All'interfaccia aria-suolo ha luogo il principale trasferimento di energia termica e di trasferimento di vapor d'acqua dal suolo stesso al *PBL*. Il bilancio energetico superficiale assicura che:

$$R_N - G_0 = H_0 + H_E \qquad [6.9]$$

cioè che l'energia disponibile alla superficie (la differenza tra la Radiazione Netta ed il Flusso di Calore nel suolo) si ripartisce tra un Flusso Turbolento di Calore Latente H_E (che causa l'evapotraspirazione) ed un Flusso Turbolento di Calore Sensibile H_0 (che, per esempio, nelle situazioni convettive causa la nascita dei vortici di grandi dimensioni). Entrambi questi flussi possono essere misurati direttamente (si veda il Cap.10) essendo:

$$H_0 = \rho C_p \overline{w'\theta'} \qquad H_E = \lambda\rho \overline{w'q'} \qquad [6.10]$$

dove ρ è la densità dell'aria, λ è il calore specifico di evaporazione dell'acqua e q è l'umidità specifica, tuttavia è molto interessante capire come e perché l'energia disponibile al suolo si ripartisca nei due differenti tipi di flusso turbolenti o, che è lo stesso, perché suoli differenti in differenti situazioni presentino differenti valori del *Rapporto di Bowen Bo*, definito come:

$$Bo = H_0 / H_E \qquad [6.11]$$

Quello che risulta evidente dalla realtà sperimentale è che suoli aridi o semiaridi, quindi poveri di umidità, trasformano preferibilmente l'energia disponibile in H_0 e ciò determina valori di B piuttosto elevati (un valore tipico è 5), mentre suoli molto umidi o addirittura con acqua superficiale prediligono la trasformazione dell'energia disponibile nel Flusso Latente di calore. In questo caso B assume valori che vanno da 0.5 per prati in condizioni normali, a 0.2 per campi irrigati. Per comprendere meglio ciò è utile considerare alcuni tipici modelli che descrivono in dettaglio questo fenomeno.

6.1.2.1. Il Modello di Penman – Monteith

Consideriamo inizialmente una *superficie bagnata* (uno specchio d'acqua o una superficie coperta da vegetazione bagnata) e siano T_0 e q_0 rispettivamente la temperatura e l'umidità specifica misurata all'interfaccia suolo-aria e T e q il valore della temperatura e dell'umidità specifica misurata ad un generica quota di riferimento z entro il *SL*. Ricordiamo, inoltre, che si definisce *resistenza aerodinamica all'evaporazione* r_{av}:

$$\frac{H_E}{\rho\lambda} = \frac{E}{\rho} = \overline{w'q'} = \frac{q_0 - q}{r_{av}} \qquad \text{cioè} \qquad r_{av} = \frac{q_0 - q}{\overline{w'q'}} \qquad [6.12]$$

parametro funzione della velocità del vento e della Stabilità atmosferica. Le Relazioni di Similarità di Monin-Obukhov consentono di ottenere relazioni rigorose per r_{av}.

Cerchiamo di calcolare <u>*la massima evaporazione possibile*</u> (<u>*evaporazione potenziale* E_P</u>); evidentemente essa avrà luogo quando l'umidità all'interfaccia suolo-aria è pari al valore di saturazione e quindi quando il relativo flusso di calore latente è dato da:

$$H_E = \lambda E_P = \lambda\rho \frac{q_s(T_0) - q}{r_{av}} \qquad [6.13]$$

Il problema operativo intrinseco nella relazione precedente sta nella presenza della temperatura T_0 dell'interfaccia aria-suolo, temperatura estremamente difficile da definire e soprattutto da misurare. Se però si utilizza l'approccio originale di Penman, $q_s(T_0)$ può essere *linearizzato*, nel modo seguente:

$$q_s(T_0) - q = s(T_0 - T) + \delta q \qquad [6.14]$$

dove δ_q è il deficit di saturazione ($q_s(T) - q$) e $s = dq_s/dT$, determinato alla temperatura $(T_0+T)/2$. Se si considera il flusso turbolento di calore sensibile, è possibile, come si è visto in precedenza, definire una *resistenza aerodinamica al trasferimento di calore* r_{ah} mediante la quale H_0 è espresso come:

$$\frac{H_0}{\rho C_p} = \frac{\theta_0 - \theta}{r_{ah}} \cong \frac{T_0 - T}{r_{ah}} \qquad [6.15]$$

Si noti che l'approssimazione introdotta nella (6.15) è giustificata se la quota di riferimento z è molto vicina al suolo. Sappiamo, inoltre, che $r_{av} \approx r_{ah}$. Utilizzando la linearizzazione (6.14) e la (6.15), la (6.13) si trasforma nel modo seguente:

$$H_E = \frac{s}{\gamma} H_0 + \lambda\rho \frac{\delta q}{r_{av}} \qquad [6.16]$$

dove γ è la costante psicrometrica pari a C_p/λ. E' interessante notare che la (6.16) mette in relazione tra loro H_0 ed H_E. Se ora eliminiamo H_0 impiegando la relazione (6.9) che esprime il bilancio energetico superficiale, la relazione precedente si trasforma nell'interessante forma seguente:

$$H_E = \lambda E_P = \Gamma(R_N - G_0) + (\Gamma - 1)\cdot \rho\lambda \frac{\delta q}{r_{av}} \qquad [6.17]$$

in cui $\Gamma = s/(s+\gamma)$. Dalla (6.17) risulta che la massima evaporazione possibile (che ha luogo solo da una superficie completamente bagnata) risulta essere la somma di due termini:

- il primo è un <u>*contributo dipendente dall'energia disponibile*</u> all'interfaccia suolo-aria e debolmente dipendente anche dalla temperatura dell'aria (per la dipendenza di s e γ da T)

- il secondo è un <u>*contributo di tipo aerodinamico*</u> che dipende dalla resistenza aerodinamica r_{av}, completamente definita una volta nota la velocità del vento, la lunghezza di Monin-Obukhov (quindi il grado di stabilità dell'atmosfera) e i parametri di rugosità z_{0m} e z_{0h} (quindi il tipo di superficie).

Se consideriamo superfici *non sature*, l'umidità superficiale q_0 risulta inferiore a $q_s(T_0)$, quindi si ha che:

$$H_E = \lambda E = \lambda\rho \frac{q_0 - q}{r_{av}} \qquad [6.18]$$

La differenza di umidità tra la superficie e l'aria sovrastante può quindi essere espressa come:

$$q_0 - q = q_s(T_0) - q - (q_s(T_0) - q_0) = s(T_0 T) + \delta q - \delta q_0 \qquad [6.19]$$

ed è semplice ripercorrere i passi fatti a proposito di una superficie saturata (Garratt, 1992) giungendo alla relazione seguente che esprime il flusso latente di calore in funzione dell'energia disponibile all'interfaccia aria-suolo:

$$H_E = \Gamma(R_N - G_0) + (1 - \Gamma)\cdot \rho\lambda \frac{\delta q - \delta q_0}{r_{av}} \qquad [6.20]$$

Anche in questo caso il flusso latente di calore dipende dall'energia disponibile, ma dato che δq_0 non è nullo, risulta inferiore al massimo valore possibile corrispondente al flusso latente che si instaura al di sopra di una superficie bagnata. La presenza di uno strato di vegetazione sopra la superficie introduce ulteriori complicazioni derivanti dai complessi meccanismi di traspirazione delle piante. Se, come si vedrà nel Capitolo successivo, tutto questo meccanismo di traspirazione viene *condensato* in una opportuna *resistenza superficiale* r_s, la (6.20) si trasforma nel modo seguente:

$$H_E = \Gamma^*(R_N - G_0) + (1 - \Gamma^*)\cdot \left(\frac{\gamma}{\gamma^*}\right) \rho\lambda \frac{\delta q - \delta q_0}{r_{av}} \qquad [6.21a]$$

dove

$$\Gamma^* = \frac{s}{s + \gamma^*} \qquad [6.21b]$$

$$\gamma^* = \gamma \cdot (1 + r_s / r_{av}) \qquad [6.21c]$$

Questo modello consente la stima di H_E e di H_0 ma non è di semplice applicazione pratica, visto che accanto a grandezze facilmente misurabili come R_N e G_0, sono presenti altre variabili di difficile determinazione, tuttavia la sua importanza sta nell'evidenziare alcune peculiarità del trasferimento di energia e massa all'interfaccia suolo-aria:

- sia il flusso turbolento di calore sensibile che il flusso turbolento latente sono proporzionali all'energia disponibile all'interfaccia suolo-aria;

- l'uno prevale sull'altro, a parità di energia disponibile, in funzione delle caratteristiche del suolo, in particolare più il suolo risulta vicino alla saturazione, più elevata è la frazione di energia disponibile che viene dedicata all'evaporazione dell'acqua e quindi al flusso latente.

6.1.2.1. Il Modello di Priestley-Taylor modificato

La non facile applicabilità pratica del modello di Penman-Monteith ha indotto ad una sua semplificazione. Il modello attualmente più impiegato nelle applicazioni pratiche non agrometeorologiche (dove regna sovrano il metodo originale di Penman-Monteith) è il metodo di Priestley-Taylor modificato da De Bruin e Holtslag (1982) secondo cui :

$$H_0 = \frac{(1-\alpha)+\gamma/s}{1+\gamma/s}(R_N - G_0) - \beta \qquad [6.22a]$$

$$H_E = \frac{\alpha}{1+\gamma/s}(R_N - G_0) + \beta \qquad [6.22b]$$

dove compaiono due parametri semiempirici α e β che dipendono dal tipo di suolo e soprattutto dal suo contenuto di umidità. Dal punto di vista concettuale, questo nuovo modello non ha introdotto un reale vantaggio visto che condensa in due parametri tutte le complicazioni insite nel modello originario di Penman-Monteith, senza peraltro fornire indicazioni su come stimarli. Tuttavia l'esteso uso pratico che si è fatto in questi ultimi decenni di questo modello ha portato ad individuare alcuni valori caratteristici. Per il parametro β, c'è ormai un accordo unanime nell'attribuirgli il valore di 20 ($W \cdot m^{-2}$), indipendentemente dal tipo di superficie considerata e della sua umidità. Per quanto riguarda invece il parametro α, alcuni valori tipici tratti da (Hanna e Chang, 1992) sono stati riportati nella *Tab.6.2*.

Tipo di Suolo	α
deserto secco senza pioggia per mesi	0.0 ÷0.2
zone rurali aride	0.2÷0.4
campi coltivati o meno, in periodi secchi	0.4÷0.6
ambiente urbano	0.5÷1.0
campi coltivati nei periodi umidi e foreste	0.8÷1.2
laghi ed oceani	1.2÷1.4

Tab.6.2: alcuni valori caratteristici per il parametro a del modello di Priestley-Taylor modificato

6.2 IL PBL CONVETTIVO

Quando il *PBL* si trova in situazioni convettive (e questo accade nelle ore diurne di un giorno sereno e soleggiato), presenta una tipica *struttura a tre strati*, ben evidenziata dal profilo verticale della temperatura potenziale. In particolare risultano facilmente distinguibili:

- uno *Strato Superficiale (SL)*, in cui il gradiente di temperatura potenziale è negativo nei pressi della superficie e tende ad annullarsi più aumenta la quota. Si può ritenere che questo strato termini quando il gradiente di temperatura potenziale raggiunge un valore prossimo allo zero. Di tale strato si è finora ampiamente parlato, evidenziandone le caratteristiche principali e soprattutto il suo ruolo nella produzione della turbolenza meccanica e convettiva;

- uno *Strato Rimescolato (ML)*, con gradiente di temperatura potenziale circa nullo. In questo strato, come si vedrà immediatamente nel seguito, si instaura una circolazione ad area limitata di grandi *strutture coerenti* che lo rimescolano costantemente e completamente, consentendo tra l'altro la dispersione degli inquinanti ed il trasporto in quota del vapor d'acqua per la formazione delle nuvole.

- uno *Strato di Entrainment (EL)*, in cui il gradiente di temperatura potenziale risulta fortemente positivo. Tale strato agisce come un una barriera fisica ai movimenti verticali delle grosse strutture coerenti. La sua importanza sta nel frenare queste masse d'aria che debordando un poco nella sovrastante atmosfera libera, catturano aria da quest'ultima e la trascinano entro gli strati sottostanti consentendo quindi l'accrescimento verticale del *PBL* nel suo complesso

L'insieme di questi tre strati di atmosfera costituisce il *PBL* convettivo. Nei paragrafi che seguono da un lato studieremo la complessa circolazione delle masse d'aria organizzate in strutture coerenti e dall'altra cercheremo di definire un modello per la stima dell'altezza del *PBL* convettivo. Va infine sottolineato che non esiste un accordo unanime nella definizione dell'altezza del *PBL* convettivo, normalmente indicata col simbolo z_i: spesso la si identifica con la sommità dello strato di *EL*, altre volte come la sommità del *ML*, a volte come una quota intermedia tra le due.

6.2.1 LE STRUTTURE COERENTI

La caratteristica principale di un *PBL* convettivo sta nel fatto all'interfaccia aria-suolo si viene a costituire un flusso di calore verticale diretto verso l'alto che trasferisce il calore dal suolo all'atmosfera sovrastante. Questa continua immissione di calore alimenta le circolazioni d'aria che, nel tempo, accrescono verticalmente il *PBL*. Questo trasferimento di calore superficiale non deve essere visto come un processo continuo nello spazio e nel tempo, ma piuttosto come un *processo intermittente*. Esso ha origine in corrispondenza di numerose porzioni di suolo di estensione limitata dove si vanno a formare inizialmente delle *bolle* di aria calda schiacciate sopra il suolo che successivamente aumentano la propria dimensione verticale fino a dar luogo a strutture coerenti verticali, inclinate nella direzione del vento, che ad un certo punto lasciano il suolo e si innalzano nelle parti superiori del *PBL*. Tali strutture coerenti normalmente vengono indicate col termine *piume termiche*, sono di estensione orizzontale relativamente limitata ed hanno origine spaziale e temporale pressoché casuale, ricordando la formazione delle bolle di vapore sul fondo di una pentola piena di acqua prossima all'ebollizione. Questo processo è altamente discontinuo ed intermittente e ciò è evidenziato dall'andamento temporale delle principali variabili meteorologiche. Se consideriamo, per esempio, la *Fig.6.1* in cui è riportato l'andamento nel tempo della temperatura e della componente verticale del vento per un periodo di 11

minuti, possiamo notare come il segnale di temperatura presenti un tipico andamento *a rampa*, costituito cioè da lenti aumenti circa lineari della temperatura seguiti da repentine diminuzioni. Le rampe sono intervallate da periodi più o meno lunghi di apparente *inattività* ed il risultato è un tipico segnale a *dente di sega*. Se focalizziamo l'attenzione alle rampe mostrate in figura, possiamo notare che, mentre la temperatura inizia a crescere, la velocità verticale diviene positiva, cosa che sta a significare la presenza di un flusso ascendente di aria calda (la piuma termica). Ad un certo punto la bolla d'aria calda si stacca dal suolo ed il suo posto viene preso da altra aria più fredda (*processo di rinnovamento*) e ciò è visibile nella figura dal fatto che alla fine della salita, la temperatura scende bruscamente al di sotto del suo livello *base* (è arrivata dell'aria più fredda) e questo arrivo è ulteriormente segnalato dalla velocità verticale fortemente negativa. Per un po' non succede nulla, poi riprende il processo di formazione della bolla d'aria calda negli stessi termini visti in precedenza.

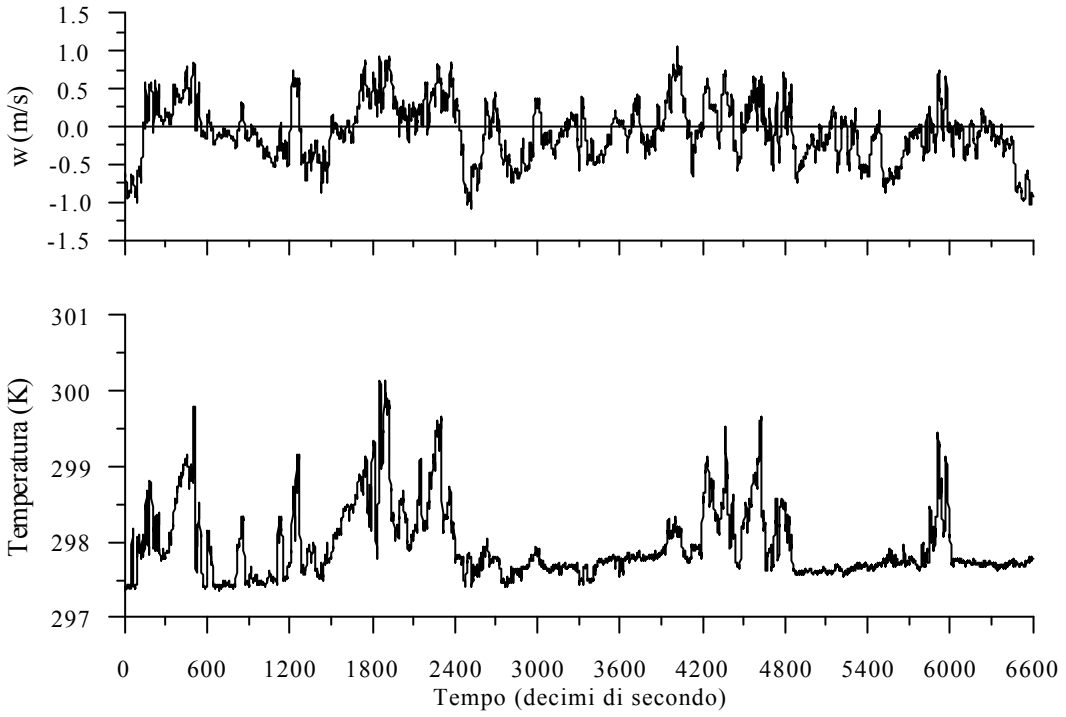

Fig.6.1: andamento temporale della temperatura e della componente verticale del vento in una situazione convettiva (Pieve S. Giacomo, Cremona 29/07/2000 h12 LT, quota 10 metri)

Se invece di analizzare come si è fatto in *Fig.6.1* un periodo di soli 11 minuti, analizzassimo un'intera ora, potremmo applicare una *tecnica di separazione degli eventi* registrati che prenda in considerazione la fluttuazione *w'* e *T'* della componente verticale del vento e della temperatura rispetto al loro valor medio orario, seguendo la logica seguente:

- eventi con $w'>0$ e $T'>0$: tali eventi vengo detti *ejection* e rappresentano particelle d'aria che vengono riscaldate e *sparate* verso l'alto;

- eventi con $w'<0$ e $T'<0$: tali eventi vengono detti *sweep* e rappresentano particelle d'aria che rinnovano l'aria calda che sale nei pressi della superficie;

- eventi con $w'>0$ e $T'<0$: tali eventi vengono detti *outward interaction* e rappresentano particelle

d'aria che in qualche modo non appartengono alla piuma calda ma che, stando al suo bordo, vengo da essa trascinata verso l'alto;

- eventi con $w'<0$ e $T'>0$: tali eventi vengono detti *inward interaction* e rappresentano particelle d'aria che vengono *perse* dalla piuma calda interagendo con l'aria circostante.

In pratica questa tecnica di separazione raggruppa i dati elementari misurati nei quattro quadranti sopra individuati e consente di evidenziare quali tra i differenti eventi è maggiormente probabile. Questa tecnica di analisi prende il nome di *campionamento condizionale (conditional sampling)* e per maggiori dettagli si veda, per esempio, Katul e al. (1997). Se applichiamo questa tecnica all'intera ora di dati di cui abbiamo rappresentato una piccola porzione in *Fig.6.1*, otteniamo quanto riportato in *Fig.6.2*. Quello che si nota in questa figura è che i quattro quadranti *non sono equiprobabili*, che gli *ejection* e *sweep* sono molto più numerosi che degli eventi *interaction* e che c'è una notevole asimmetria nella distribuzione delle fluttuazioni di temperatura e di velocità verticale, cosa che vedremo essere comune anche entro il *ML*.

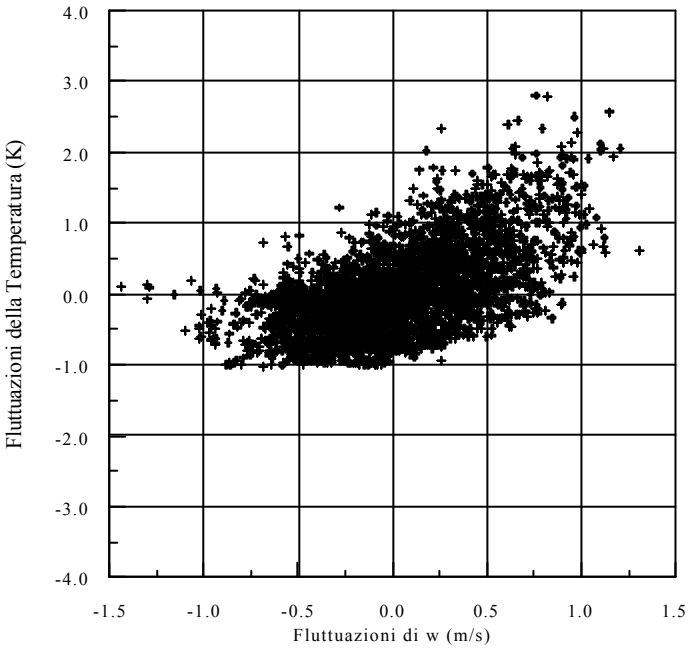

Fig.6.2: applicazione del conditional samplig in una situazione convettiva (Pieve S. Giacomo, Cremona 29/07/2000 h12 LT – Quota di misura: 10 metri)

Una volta innalzatesi, a breve distanza dal suolo le piume termiche, numerose e relativamente piccole, iniziano un *progressivo processo di aggregazione* che porta alla costruzione di strutture coerenti di notevoli dimensioni e di tipo colonnare che percorrono compatte il *ML*. In realtà quello che si origina in assenza di vento (o con velocità media del vento bassa) è un insieme di colonne d'aria calda che salgono verso la parte alta del *PBL* (Hunt e al. 1988). Tali colonne d'aria ascendenti (dette *updraft*) sono confinate in una regione piuttosto limitata e lo spazio tra di esse è riempito da aria in lenta discesa sempre organizzata in strutture coerenti (dette *downdraft*). Gli *updraft* sono caratterizzati da una velocità ascensionale media piuttosto elevata e dell'ordine di grandezza della velocità convettiva di scala w_*, mentre i *downdraft*, che occupano una porzione più vasta dello spazio hanno una velocità media inferiore (*Fig.6.3*).

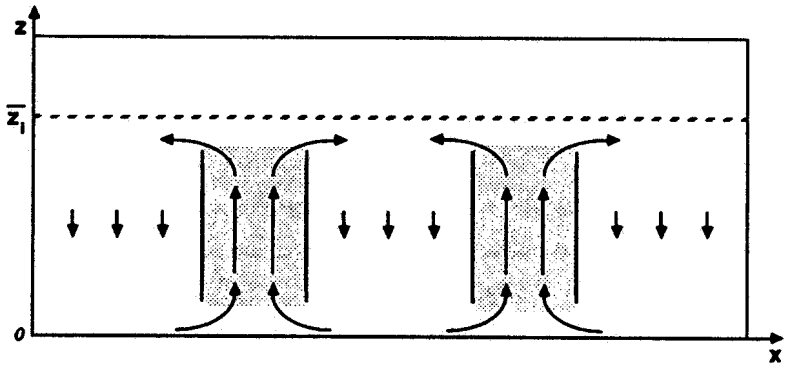

Fig.6.3: updraft e downdraft nel PBL convettivo (da Stull, 1989)

Una volta raggiunta la sommità del *PBL*, alcuni *updraft sconfinano* nell'atmosfera libera sovrastante (*overshoot*) dove però incontrano aria caratterizzata da una temperatura potenziale superiore e quindi si trovano a possedere un galleggiamento negativo. Se potessero, si disperderebbe nell'atmosfera libera, ma ciò non è possibile per il bassissimo livello di turbolenza presente in questa zona dell'atmosfera. Pertanto l'unica cosa che possono fare è ridiscendere, trascinandosi dietro (e quindi inglobando) una parte di aria dell'atmosfera libera (*Fig. 6.4*). Questo processo di *entrainment a senso unico* fa si che complessivamente il *PBL si espanda verticalmente* e che aria meno turbolenta venga inglobata in aria a maggior turbolenza che scende al suolo; qui il *downdraft* acquista tutta l'energia di cui ha bisogno per riprendere la salita. L'insieme degli *updraft* e *downdraft* costituiscono una circolazione che ha una scala orizzontale pari a circa 1.5 z_i, dove z_i è l'altezza del *PBL*.

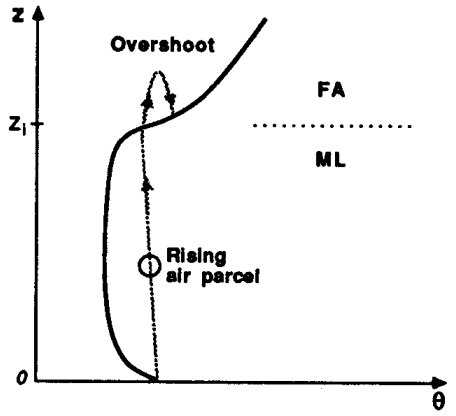

Fig. 6.4: fenomeno dell'overshoot di un vortice turbolento (da Stull, 1989).

Una misura euleriana della componente verticale del vento entro il *PBL* deve evidenziare la presenza degli *updraft* e *downdraft*, dato che i primi occupano una ridotta porzione di spazio ma hanno una velocità ascensionale superiore, mentre i secondi occupano una porzione molto più vasta di spazio e sono caratterizzati da velocità discente in modulo molto inferiori. Weil (1990) ha sviluppato una parametrizzazione per la stima della velocità media degli *updraft* w_u e *downdraft* w_d, basata sia su dati sperimentali rilevati con campagne aeree sia da risultati modellistici condotti con modelli di simulazione ad altissima risoluzione, ottenendo i risultati seguenti:

$$w_u(z) = \sigma_w(z) \cdot \left[0.21 Sk(z) + 0.5 \cdot \left(0.18 Sk^2(z) + 1.23 \right)^{1/2} \right] \qquad [6.23a]$$

$$w_d(z)=\sigma_w(z)\cdot\left[0.21Sk(z)-0.5\cdot\left(0.18Sk^2(z)+1.23\right)^{1/2}\right] \qquad [6.23b]$$

dove Sk è la Skewness della componente verticale del vento. Nel Cap.4 sono state riportate alcune Relazioni di Similarità che consentono di Stimare il profilo verticale di σ_w e Sk, tuttavia nel riferimento citato, Weil consiglia le relazioni seguenti:

$$\frac{\sigma_w}{w_*}=\left[\left(\frac{u_*}{w_*}\right)^3\left(1.6-\frac{z}{z_i}\right)^{3/2}+1.2\frac{z}{z_i}\left(1-0.98\frac{z}{z_i}\right)^{3/2}\right]^{1/3} \qquad [6.23c]$$

$$\frac{\overline{w^3}}{w_*^3}=0.84\frac{z}{z_i}\left(1-\frac{z}{z_i}\right) \qquad [6.23d]$$

$$Sk(z)=\frac{\overline{w^3}}{\sigma_w^{\,3}} \qquad [6.23e]$$

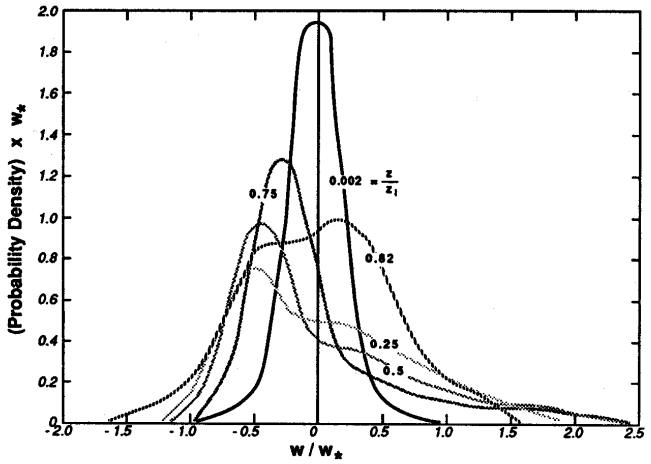

Fig:6.5: distribuzione di probabilità della componente w del vento in funzione del rapporto z/z_i (da Stull, 1989).

Sperimentalmente si inoltre è verificato che la *funzione di densità di probabilità p(w) della componente w* presenta una *skewness negativa* e può essere rappresentata dalla somma di due distribuzioni gaussiane. A tal proposito, Luhar e Britter (1989) hanno proposto che:

$$p(w,z)=A\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_A}\exp\left[\frac{(w-w_A)^2}{2\sigma_A^{\,2}}\right]+B\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_B}\exp\left[\frac{(w+w_B)^2}{2\sigma_B^{\,2}}\right] \qquad [6.24a]$$

dove:

$$\sigma_A=w_A \qquad [6.24b]$$

$$\sigma_B=w_B \qquad [6.24c]$$

$$w_B=\frac{\sqrt{\left(\overline{w^3}\right)^2+8\left(\overline{w^2}\right)^3}-\overline{w^3}}{4\overline{w^2}} \qquad [6.24d]$$

$$w_A = \overline{w^2}/2w_B \qquad [6.24e]$$

$$A = w_B/(w_A + w_B) \qquad [6.24f]$$

$$B = w_A/(w_A + w_B) \qquad [6.24g]$$

Nella *Fig.6.5* è presentata questa funzione di densità di probabilità per diversi valori del parametro z/z_i.

Quanto fin qui presentato si riferisce a situazioni caratterizzate da venti bassi o moderati. Quando invece la velocità supera i 6 m/s, queste strutture coerenti si deformano, formando caratteristiche *strutture a rulli* allineate parallelamente alla direzione del vento, come è rappresentato graficamente in *Fig.6.6*. Come si vede, i *rulli* sono in rotazione lungo un asse parallelo alla direzione del vento e due rulli adiacenti ruotano in senso opposto creando così alternativamente un corridoi d'aria ascendente e discendente. Spesso alla sommità del corridoio ascendente si hanno formazioni nuvolose disposte lungo linee, sempre parallele al vento e note come *strade di nuvole (cloud streets)*.

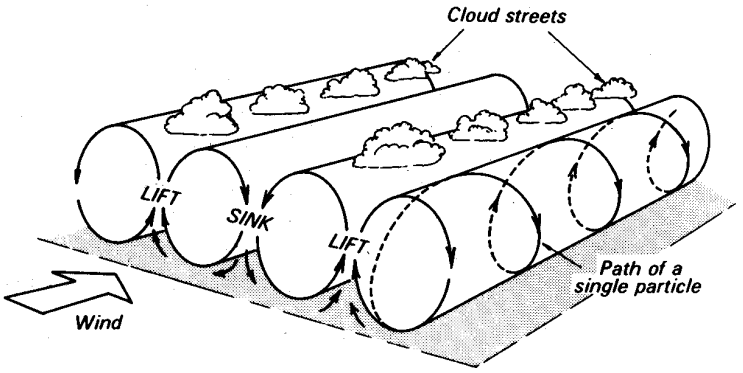

Fig. 6.5: vortici a rullo e strade di nuvole (da Oke, 1987)

6.2.2 L'ALTEZZA DEL PBL CONVETTIVO

La circolazione di strutture coerenti che si viene ad instaurare entro il *PBL* convettivo, in ultima analisi dipende dalla turbolenza meccanica presente, dal flusso turbolento di calore sensibile fornito dal suolo e dall'estensione verticale z_i del *PBL* stesso. Risulta quindi indispensabile verificare la possibilità di costruire un modello che permetta la stima di z_i. Naturalmente, se si impiegasse un modello numerico prognostico basato sulle equazioni di conservazione con una chiusura non locale o con una chiusura locale di ordine superiore al primo, z_i sarebbe uno dei risultati prodotti dal modello stesso. Tuttavia nella pratica corrente è necessario poter disporre di un modello dedicato alla previsione di z_i, possibilmente di complessità ridotta e comunque basato sugli elementi fisici principali che influenzano l'estensione verticale del *PBL*. Qui di seguito presentiamo i due modelli più importanti che hanno fornito risultati estremamente realistici.

6.2.2.1 Il metodo termodinamico

Uno dei modelli più semplici per determinare l'evoluzione temporale dell'altezza z_i del *PBL* convettivo è quello che viene indicato come *modello termodinamico* e che tiene conto solo della termodinamica, trascurando completamente la dinamica connessa con l'inglobamento (*entrainment*) dell'aria dell'atmosfera libera entro il *PBL* stesso.

Consideriamo una situazioni convettiva ad un istante *t*. Se si considera un sito pianeggiante e regolare e se trascurano gli effetti *avvettivi*, è possibile ritenere che il profilo verticale della temperatura potenziale sia rappresentativo di una vasta area. Tale profilo presenterà un forte gradiente negativo, localizzato nelle immediate vicinanze del suolo, e un gradiente circa costante per tutto il *ML*. Nella *EL* tale gradiente assume un elevato valore positivo che persiste per l'intera zona di *entrainment.* Al di sopra di tale zona, il gradiente di temperatura potenziale diminuisce e raggiunge rapidamente un valore circa costante, che indichiamo con il simbolo γ. Per ottenere un semplice modello che preveda l'incremento col tempo dell'altezza del *PBL* convettivo, è opportuno semplificare questa situazione nel modo seguente (Carson, 1973), (Stull, 1989), (Garratt, 1992):

- trascuriamo il *SL* e la *EL* e quindi immaginiamo che tutto il *PBL* in realtà sia rappresentato dal solo *ML*;
- il profilo di temperatura potenziale risulta costante e pari ad un valore $\bar{\theta}$ per tutto il *PBL*;
- al di sopra del *PBL* la temperatura potenziale cresce linearmente con gradiente costante γ.

Ciò è rappresentato nella *Fig.6.7*.

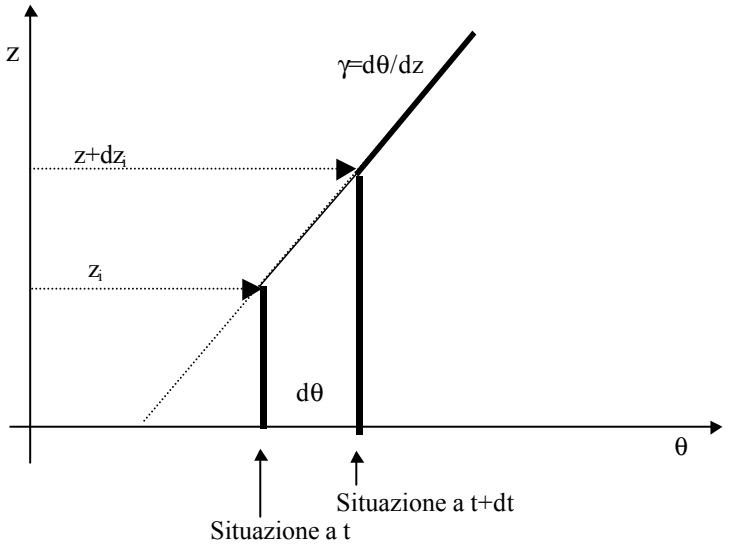

Fig 6.7: schematizzazione dell'evoluzione del profilo verticale di temperatura potenziale nel PBL convettivo.

Il problema è determinare come varia z_i in un intervallo di tempo dt. In tale intervallo di tempo la temperatura media del *PBL* aumenterà di $d\bar{\theta}$ e ciò provocherà un'*erosione* di una porzione di aria sovrastante caratterizzata dal gradiente di temperatura potenziale γ. Pertanto, dalla definizione di γ si ha che:

$$dz_i = \frac{1}{\gamma} d\bar{\theta} \qquad [6.25a]$$

cioè

$$\frac{dz_i}{dt} = \frac{1}{\gamma} \frac{d\bar{\theta}}{dt} \qquad [6.25b]$$

che è *l'equazione di evoluzione dell'altezza del PBL convettivo.* Questa variazione della

temperatura media del *PBL* e, di conseguenza, l'aumento della sua estensione verticale ha luogo a seguito dell'introduzione di calore nel *PBL* stesso. Per quantificare tale affermazione, consideriamo una colonna d'aria di superficie unitaria, di altezza z_i e con una temperatura media pari a $\overline{\theta}$. Perché tale colonna d'aria vari la propria temperatura media di una quantità $d\overline{\theta}$ è necessario che acquisti la quantità di calore seguente:

$$Q_1 = \rho C_p \cdot d\overline{\theta} \cdot z_i \qquad [6.26a]$$

Tale calore può derivare solo da due fonti distinte. La prima (e più importante) è costituita dal flusso di calore sensibile presente al suolo che contribuisce con:

$$Q_2 = H_0 \cdot dt = \rho C_p \overline{w'\theta'}_s \cdot dt \qquad [6.26b]$$

La seconda è costituita da eventuale calore che dal *EL* entra nella colonna d'aria dall'alto. Dato che riteniamo positivo il flusso di calore verso l'alto e negativo quello verso il basso, si ha che questo eventuale contributo potrà essere espresso dalla relazione seguente:

$$Q_3 = -\rho C_p \cdot \overline{w'\theta'}_{z_i} \cdot dt \qquad [6.26c]$$

dove $\overline{w'\theta'}_{z_i}$ è il flusso di calore dalla zona di entrainment. Alla luce di tutto ciò, il bilancio energetico della colonna d'aria nell'intervallo di tempo *dt* è data da:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \qquad [6.27]$$

da cui si ottiene la seguente equazione che mette in relazione la variazione della temperatura potenziale media del *PBL* con la sua estensione verticale ed il flusso di calore al suolo e all'entrainment:

$$\frac{d\overline{\theta}}{dz} = \frac{1}{z_i}\left[\overline{w'\theta'}_s - \overline{w'\theta'}_{z_i}\right] \qquad [6.28]$$

Introducendo la (6.28) nella (6.25b) si ottiene la relazione generale seguente che rappresenta l'evoluzione temporale dell'altezza del *PBL:*

$$\frac{dz_i}{dt} = \frac{1}{\gamma z_i}\left[\overline{w'\vartheta'}_s - \overline{w'\theta'}_{z_i}\right] \qquad [6.29]$$

Se si assume che il riscaldamento della colonna d'aria sia dovuto esclusivamente al flusso di calore al suolo (questo caso viene indicato col termine di *encroachment*), la (6.29) diviene:

$$\frac{dz_i}{dt} = \frac{\overline{w'\vartheta'}_s}{\gamma z_i} \qquad [6.30a]$$

Se si indica con H il valore medio del flusso turbolento di calore sensibile al suolo nell'intervallo temporale t_1 - t_2, la (6.30a) può essere integrata analiticamente, pervenendo alla relazione seguente:

$$z_i(t_2)=\sqrt{\left\{z_i^2(t_1)+\frac{2}{\gamma}\cdot\frac{H}{\rho C_p}\cdot(t_2-t_1)\right\}} \qquad [6.30b]$$

Molto frequentemente non è possibile trascurare il flusso di calore sensibile all'entrainment e quindi non è applicabile la (6.30b). Tuttavia, come evidenziato da Stull (1988), tra il flusso sensibile al suolo e quello all'entrainment esiste, con buona approssimazione, una relazione del tipo:

$$\frac{-\overline{w'\theta'}_{z_i}}{\overline{w'\theta'}}=A_R \qquad [6.31]$$

dove A_R vale circa 0.2. Pertanto in questo caso la (6.30a) si trasforma in:

$$\frac{dz_i}{dt}=1.2\frac{\overline{w'\vartheta'}_s}{\gamma z_i} \qquad [6.32]$$

e se, anche in questo caso, consideriamo l'intervallo t_1 - t_2 ed il flusso medio al suolo H, la (6.30b) diventa:

$$z_i(t_2)=\sqrt{\left\{z_i^2(t_1)+\frac{2.4}{\gamma}\cdot\frac{H}{\rho C_p}\cdot(t_2-t_1)\right\}} \qquad [6.33]$$

Per come è stato concepito, questo modello trascura completamente l'apporto meccanico della turbolenza e ciò comporta una inevitabile sottostima delle previsioni in tutte quelle situazioni in cui tale apporto è percentualmente significativo o predominante (specialmente nelle prime ore convettive della giornata).

6.2.2.1 Il modello bulk

Nelle situazioni convettive i profili verticali medi delle principali variabili meteorologiche (le componenti del vento, la temperatura potenziale e l'umidità specifica) hanno alcune caratteristiche tipiche:

- se il luogo di osservazione è piatto, poco rugoso e omogeneo in senso orizzontale, normalmente non si notano forti variazioni in senso orizzontale (omogeneità orizzontale);

- tranne che entro il *SL*, che normalmente rappresenta una frazione molto piccola dell'intero *PBL*, tutte le variabili presentano un valore praticamente costante con la quota;

- esiste una *EL* (anche se normalmente tale zona ha una estensione verticale limitata) in cui si ha una repentina variazione del valore delle principali variabili meteorologiche. Lo strato di entrainment rappresenta per i vari profili un evidente punto di discontinuità.

Questa constatazione consente di semplificare la descrizione analitica del *PBL* convettivo. In effetti, seguendo Driedonks e Tennekes (1984), è possibile schematizzare tutti i profili delle principali variabili meteorologiche nel modo seguente:

- entro tutto il *PBL* ogni singola variabile assume un valore costante e pari al suo valore medio verticale;

- la zona di entrainment è considerata di spessore verticale infinitesimo;
- in corrispondenza a tale zona la variabile meteorologica presenta una discontinuità (*jump*) caratteristica.

Questo è quello che viene chiamato *slab model del PBL*. In *Fig.6.8* viene presentato come esempio il profilo semplifico della temperatura potenziale. Come si vede, in corrispondenza dell'entrainment si ha una variazione repentina di temperatura potenziale che, al di sopra di tale zona, cresce linearmente sempre con gradiente costante γ.

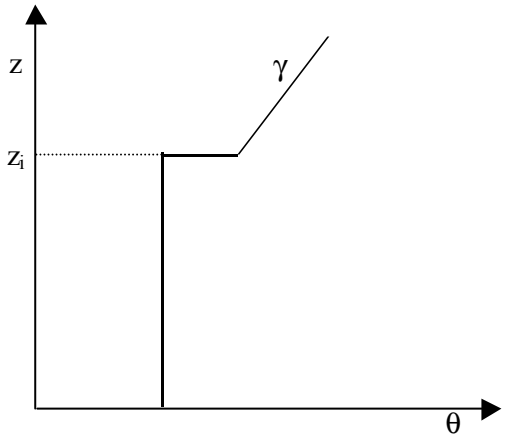

Fig. 6.8 : il profilo verticale della temperatura potenziale secondo lo slab-model.

Per ottenere delle relazioni analitiche relative a questo modello è opportuno ricordare che, se ad un certo istante *t* una generica variabile ξ presenta un profilo $\xi(z)$, il valore considerato dallo *slab model* costante entro tutto il *PBL* sarà dato da:

$$<\xi>=\frac{1}{z_i}\int_0^{z_i}\xi(z)\cdot dz \qquad [6.34]$$

Se ora consideriamo le relazioni della fluidodinamica relative alle componenti del vento, alla temperatura potenziale ed alla umidità specifica nelle ipotesi previste dallo *slab model* o *modello con chiusura di ordine zero* essi si riducono alle semplici relazioni seguenti (valide esclusivamente entro il *PBL*):

$$z_i\frac{d<u>}{dt}=\overline{u'w'}_s-\overline{u'w'}_{z_i}-f_c<V_g-v>z_i \qquad [6.35a]$$

$$z_i\frac{d<v>}{dt}=\overline{v'w'}_s-\overline{v'w'}_{z_i}+f_c<U_g-u>z_i \qquad [6.35b]$$

$$z_i\frac{d<\theta>}{dt}=\overline{w'\theta'}_s-\overline{w'\theta'}_{z_i} \qquad [6.35c]$$

$$z_i\frac{d<q>}{dt}=\overline{w'q'}_s-\overline{w'q'}_{z_i} \qquad [6.35d]$$

dove f_c è il coefficiente di Coriolis, U_g e V_g sono le componenti del vento geostrofico e le covarianza presenti, se hanno pedice *s* si riferiscono ai valori rilevati al suolo, mentre se hanno il pedice z_i sono i valori relativi alla sommità dell'entrainment. Di tutte queste equazioni, quella che per il momento verrà usata è la relazione (6.35c) relativa alla temperatura potenziale media. Per semplicità di scrittura, da

questo momento con $\bar{\theta}$ si indicherà in realtà $\langle\theta\rangle$.

Si consideri ora *l'equazione di continuità*. Dato che entro il *PBL* ideale la temperatura potenziale in un dato istante temporale è costante, la conservazione della massa e del volume coincidono. Se si considera una colonna cilindrica di aria con una base (di dimensione A) al suolo e l'altra alla quota z_i e se η è il flusso volumetrico netto di aria nel volume di *PBL* considerato, l'equazione di continuità può essere espressa come:

$$A\frac{dz_i}{dt}=\eta \qquad [6.36a]$$

Il flusso η risulta in generale costituito da due termini. Il primo tiene conto del processo di *entrainment*, cioè di inglobamento turbolento dell'aria più calda (in termini di temperatura potenziale) dell'atmosfera al di sopra del *PBL* entro il *PBL* stesso, mentre il secondo tiene conto della *divergenza orizzontale* dovuta ai movimenti atmosferici a grande scala. Se si indica con w_e la *velocità di entrainment* e con w_h il moto verticale medio dovuto ai moti a grande scala dell'atmosfera, la (6.36a) può essere riscritta nella forma seguente:

$$\frac{dz_i}{dt}=w_e+w_h \qquad [6.36b]$$

In generale w_h non è trascurabile, anche se frequentemente presenta valori estremamente piccoli. La sua determinazione sperimentale risulta estremamente complessa, come evidenziato in Stull, (1988) ed in Boers e al. (1984) e per questa ragione viene frequentemente ignorata nelle applicazioni pratiche

Come si è visto nella *Fig.6.8*, in corrispondenza del *EL* la temperatura potenziale presenta un salto Δ (*spessore di inversione)* a causa del *flusso di calore sensibile all'interfaccia* che può essere parametrizzato con la relazione seguente (Driedonks, 1982):

$$\left(\overline{w'\theta'}\right)_{z_i}=-w_e\Delta \qquad [6.37]$$

Δ tende a crescere con il procedere dell'inglobamento dell'aria calda sovrastante il *PBL* e tende a decrescere col riscaldamento medio del *PBL*, per cui (Tennekes, 1973) si ha che:

$$\frac{d\Delta}{dt}=\gamma w_e-\frac{d\bar{\theta}}{dt} \qquad [6.38a]$$

Nel caso particolare in cui w_h sia trascurabile (cosa non vera in generale, ma che si presenta nella realtà abbastanza frequentemente) la (6.38a) può essere riscritta nella forma seguente:

$$\frac{d\Delta}{dz_i}w_e=\gamma w_e-\frac{d\bar{\theta}}{dt} \qquad [6.38b]$$

Durante le ore convettive si assiste ad una crescita del *PBL* dovuta prevalentemente all'inglobamento di aria calda proveniente dall'atmosfera sovrastante. Tale aria ha un livello di *energia cinetica turbolenta* inferiore a quella tipica dell'aria già appartenente al *PBL* ed una temperatura potenziale superiore. Il rimescolamento di questa volume di aria nel *PBL* richiede quindi energia, fornita

dall'energia cinetica turbolenta posseduta dal *PBL* stesso. L'equazione di *conservazione dell'energia cinetica turbolenta,* scritta per il *PBL* ideale qui considerato, dopo opportune semplificazioni e parametrizzazioni (Gryning e Batchvarova, 1990; Batchvarova e Gryning, 1991) diventa:

$$-\frac{gz_i}{\overline{\theta}}\left(\overline{w'\theta'}\right)_{z_i} + Cu_*^2 w_e = A\frac{gz_i}{\overline{\theta}}\left(\overline{w'\theta'}\right)_s + Bu_*^3 \qquad [6.39a]$$

Il termine di sinistra dell'equazione rappresenta il *consumo* di energia potenziale e cinetica all'inversione dovuta al processo di *entrainment*, mentre la parte destra della relazione rappresenta la produzione convettiva e meccanica di energia turbolenta entro il *PBL*. I valori normalmente accettati per le costanti numeriche *A, B, C* sono rispettivamente 0.2, 2.5 e 8. Risolvendo la (6.39a) rispetto al flusso cinematico di calore alla quota z_i si ha che:

$$-\left(\overline{w'\theta'}\right)_{z_i} = A\left(\overline{w'\theta'}\right)_s + \frac{Bu_*^3\overline{\theta}}{gz_i} - \frac{Cu_*^2\overline{\theta}}{gz_i}w_e \qquad [6.39b]$$

dove l'ultimo termine di destra rappresenta l'effetto di *spin-up* o la correzione di Zilitinkevich (1975). Quando z_i è piccolo, $w_e = B/C\,u_*$, il che porta a dire che le prime fasi dell'evoluzione di z_i sono dominate dall'azione della la turbolenza meccanica.

L'insieme delle precedenti equazione, opportunamente combinate, conduce ad un modello per l'evoluzione temporale di z_i in funzione del flusso turbolento di calore sensibile al suolo e della friction velocity. In particolare (Batchvarova e Gryning, 1991):

- inserendo nella (6.38b) l'equazione (6.37) e (6.35c), si ottiene:

$$\left(z_i\frac{d\Delta}{dz_i} + \Delta - \gamma z_i\right)w_e = -\left(\overline{w'\theta'}\right)_s \qquad [6.40a]$$

  che, tenendo conto della (6.37), della (6.39b) e della definizione di lunghezza di Monin Obukhov, porta alla relazione:

$$\frac{d\Delta}{dz_i} + \Delta\left(\frac{1}{z_i} + \frac{1}{Ah - BkL}\right) = \gamma \qquad [6.40b]$$

  in cui k è la costante di von Karman. Questa equazione descrive l'evoluzione temporale del salto di temperatura che si realizza entro la zona di entrainment. La (6.40b) è un'equazione differenziale ordinaria che può essere risolta analiticamente. Vista però la complessità della soluzione analitica, Batchvarova e Gryning (1991) hanno preferito una sua approssimazione asintotica, rappresentata dalla relazione:

$$\Delta = \left(\frac{Az_i - BkL}{(1+2A)z_i - 2BkL}\right)\gamma z_i \qquad [6.41]$$

- sostituendo nella (6.38b) l'espressione esatta (6.40b) per $d\Delta/dt$, considerando l'espressione approssimata (6.41) per Δ, la relazione (6.39b) e la conservazione della massa (6.36b), si ottiene la

seguente equazione differenziale

$$\left\{\frac{z_i^{\,2}}{(1+2A)z_i - 2BkL} + \frac{Cu_*^2\overline{\theta}}{\gamma g\left[(1+A)z_i - BkL\right]}\right\}\cdot\left(\frac{dz_i}{dt} - w_h\right) = \frac{\left(\overline{w'\theta'}\right)_s}{\gamma} \qquad [6.42]$$

nota col nome di *modello di Gryning Batchvarova*. Tale modello è un'equazione differenziale ordinaria che richiede la conoscenza dell'evoluzione temporale di u_*, del flusso cinematico al suolo $\left(\overline{w'\theta'}\right)_s = H_0 / \rho C_p$ e di γ.

E' interessante notare che, se si considera nella (6.39b) $B = C = 0$ (cioè se si trascura la turbolenza meccanica, cosa vera nelle situazioni ad elevata convettività), la (6.18) si riconduce al modello di evoluzione di z_i derivato da pure considerazioni termodinamiche come descritto in Garratt (1992) e Stull (1988). Inoltre, se si considera che anche A sia nullo (situazione che richiede un flusso di calore all'interfaccia nullo e che a volte si presenta nella pratica), la (6.42) si riconduce al noto modello di *encroachment* (Carson e Smith, 1974). Nella pratica si individua una situazione di *encroachment* quando il profilo di temperatura potenziale risulta privo di una inversione Δ.

L'elemento interessante di questo modello dell'evoluzione dell'estensione verticale del *PBL* sta nel fatto che è in grado di descriverne l'evoluzione nelle situazioni diurne tenendo conto sia dell'apporto convettivo che dell'apporto meccanico.

Il modello di Gryning-Batchvarova nella versione presentata non considera però l'estensione verticale dello strato di Entrainment. Gli Autori hanno esteso questo modello per tener conto anche di questo aspetto. In Batchvarova e Gryning (1994) e Gryning e Batchvarova (1994) sono presentati i dettagli e in Beyrich e Gryning (1998) sono presentati alcuni riscontri sperimentali. In questo nuovo modello, il profilo di temperatura considerato è quello disegnato in *Fig.6.9*, in cui questo valore è presente lo Strato di Entrainment. In tale figura è inoltre evidenziato il fatto che z_i determinato dal modello originale risulta essere una quota intermedia tra la sommità dello Strato Rimescolato e la sommità dell'Entrainment.

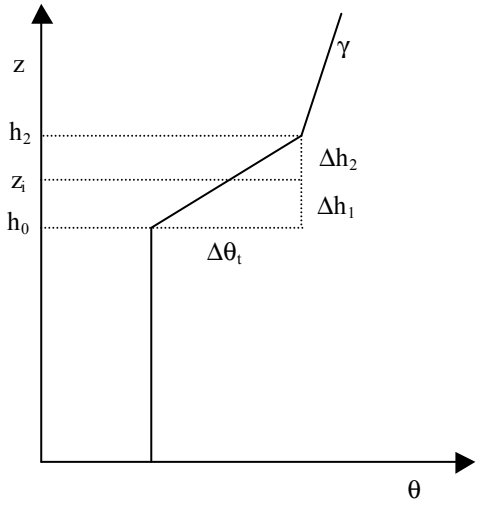

Fig. 6.9: profilo verticale della temperatura potenziale considerato dal nuovo modello di Gryning-Batchvarova.

Senza entrare nei dettagli, lo spessore verticale dello Strato di Entrainment $\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2$ è data dalla

relazione seguente:

$$\frac{\Delta h}{z_i}\left(1+Ri_E^{-1/3}\,\frac{z_i\gamma}{4\Delta\theta}\right)=3.3Ri_E^{-1/3}+0.2 \qquad [6.43]$$

dove $\Delta\theta$ è la differenza di temperatura potenziale data dalla (6.41) e Ri è definito come:

$$Ri=\frac{(g/T)\Delta\theta z_i}{w_e^2} \qquad [6.44]$$

con w_e calcolabile con la (6.42). Si ha inoltre che:

$$\frac{\Delta h_1}{\Delta h}=\frac{1}{2}+\frac{\Delta\theta}{\gamma\Delta h}-\sqrt{\left(\frac{\Delta\theta}{\gamma\Delta h}\right)^2+\frac{1}{4}} \qquad [6.45]$$

quindi è immediato determinare $h_0 = z_i - \Delta h_1$ e $h_2 = h_0+\Delta h$. La differenza di temperatura potenziale entro lo strato di Entrainment può essere stimata dalla relazione seguente:

$$\frac{\Delta\theta}{\gamma\Delta h}-\sqrt{\left(\frac{\Delta\theta}{\gamma\Delta h}\right)^2+\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}-\frac{\Delta\theta_t}{\gamma\Delta h}+\sqrt{\frac{\Delta\theta_t}{\gamma\Delta h}\left(\frac{\Delta\theta_t}{\gamma\Delta h}-1\right)} \qquad [6.66]$$

Il modello di Gryning Batchvarova presenta l'indubbio vantaggio di essere costituito da un'unica equazione differenziale ordinaria, relativamente semplice da integrare numericamente.

E' possibile realizzare anche modelli meno approssimati, che però alla fine risultano costituiti da un sistema di alcune equazioni differenziali ordinarie, che richiedono uno sforzo maggiore per la loro integrazione. Dettagli su ciò si incontrano in (Stull, 1989).

6.3 IL PBL STABILE

Il *PBL* può diventare stabile ogni qualvolta la superficie terrestre risulta più fredda dell'aria sovrastante e ciò avviene nella maggior parte delle ore notturne sopra territori pianeggianti; in questo caso si parla di *PBL Notturno (NBL)*. Comunque un *PBL* stabile può formarsi anche quando si ha un'avvezione di aria più calda sopra una superficie a temperatura inferiore.

In un *PBL Stabile* (*SBL*) la turbolenza è molto meno intensa di quella caratteristica delle situazioni convettive, i vortici turbolenti in esso presenti sono di dimensioni ridotte e sono il risultato della turbolenza meccanica prodotta prevalentemente dallo *shear del vento*. A differenza del *PBL* convettivo, lo *SBL* non presenta sempre le medesime caratteristiche: a volte la turbolenza risulta sufficientemente continua ed in questo caso si ha un rimescolamento sufficientemente uniforme, anche se di gran lunga meno intenso di quello presente nelle situazioni convettive. Più spesso, invece, la turbolenza presenta un elevato grado di *intermittenza*, con una forte localizzazione nello spazio e nel tempo. In quest'ultimo caso la caratteristica più evidente è un *disaccoppiamento* dei processi che hanno luogo entro il *PBL* dalle forzanti superficiali. Un altro fenomeno ricorrente in un *SBL*, soprattutto

nelle ore notturne, è la presenza contemporanea della turbolenza e di fenomeni oscillatori (*onde di gravità*) che a volte interagiscono tra loro rendendo arduo comprendere quali siano gli effetti di un fenomeno e quali gli effetti dell'altro.

L'assenza di strutture turbolente di grandi dimensioni comporta il fatto che il *SBL* non abbia una individualità molto spiccata (cioè non è facilmente individuabile in maniera univoca) e non presenti un elemento di discontinuità (come l'*EL* nel caso convettivo) che lo separi nettamente dall'atmosfera libera. In effetti la turbolenza, che raggiunge il massimo di intensità al suolo, decresce progressivamente ed in modo estremamente graduale fino a scomparire a distanze dal suolo relativamente piccole (da qualche decina di metri a qualche centinaia di metri a seconda dell'intensità della turbolenza meccanica che si riscontra al suolo e quindi in funzione della velocità del vento). Ci sono due sintomi interessanti che evidenziano il *SBL*. Il primo è il fatto che molto frequentemente si riscontra nel profilo verticale della velocità del vento un massimo che frequentemente è molto marcato e che spesso supera il valore geostrofico: a tale massimo normalmente viene attribuito il nome di *low-level jet.* In prima approssimazione tale livello rappresenta la quota massima a cui si spinge la turbolenza generata al suolo e quindi può essere considerato come l'estensione del *SBL* h, dal punto di vista della turbolenza atmosferica. Il secondo fatto importante è che durante le ore stabili e soprattutto notturne si ha un forte raffreddamento del suolo che genera un conseguente raffreddamento dell'aria sovrastante, raffreddamento che diminuisce progressivamente con l'aumentare della quota. Risulta quindi individuabile facilmente uno *strato di inversione termica* che aumenta col trascorre delle ore notturne e che è del tutto indipendente dallo strato di atmosfera interessato dalla turbolenza meccanica. Pertanto il *SBL* risulta caratterizzato da due distinte estensioni verticali: una è h e rappresenta la porzione di atmosfera interessata dalla turbolenza meccanica e l'altra è h_T che indica lo strato di atmosfera interessato dal forte raffreddamento notturno dell'aria indotta dal raffreddamento radiativo del suolo.

Da ultimo, va osservato che i bassi livelli di turbolenza presenti sono la causa di una estrema difficoltà pratica di misura che non aiuta certo nella comprensione dei fenomeni di per se complessi, caratteristici di questo regime.

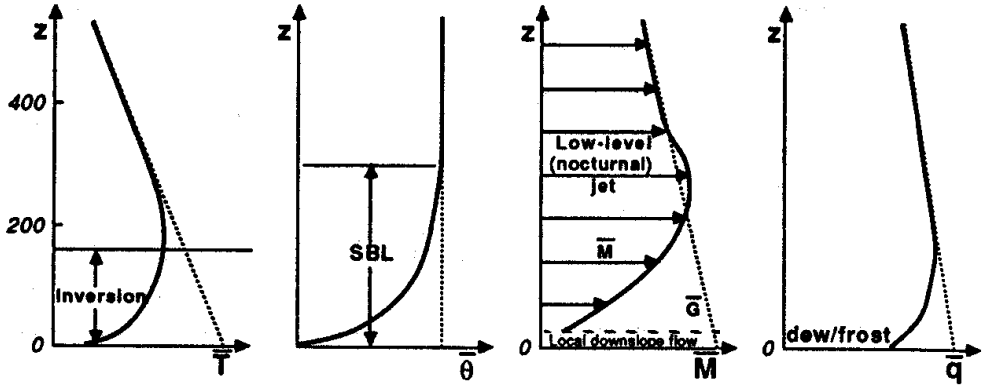

Fig. 6.10: profili verticali tipici in un PBL stabile (da Stull, 1989).

6.3.1 I PROFILI VERTICALI DELLE PRINCIPALI VARIABILI METEOROLOGICHE

Nella *Fig.6.10* è presentato il profilo verticale schematico della temperatura, della temperatura potenziale, della velocità del vento (indicata con *M* nella figura) e dell'umidità specifica. Per quanto riguarda la temperatura, si nota come il suo profilo presenti una marcata inversione che diminuisce progressivamente con la quota fino a raggiungere il gradiente caratteristico dell'atmosfera sovrastante che altro non sarà che il *residual layer* del giorno precedente. Una situazione analoga si riscontra per

l'umidità specifica, mentre per il profilo della velocità del vento è stata evidenziata la presenza di un *low-level jet.*

Anche nel *SBL* è individuabile uno strato superficiale, che però è ancor meno definito che nel caso convettivo e molto meno esteso. Per tale strato possono essere ritenute valide le Relazioni di Similarità di Monin-Obukhov presentate al Cap.4. Sempre nel Cap.4 sono state presentate altre relazioni di similarità, valide per tutto il SBL, tuttavia è conveniente tenere in considerazione i risultati della recente Teoria della Similarità Locale che tiene conto in maniera esplicita dell'indipendenza esistente tra turbolenza e flussi riscontrabili al suolo.

6.3.1.1 La Teoria della Similarità Locale

Nel *SBL* le forze di galleggiamento tendono a sopprimere i vortici turbolenti generati dallo *shear del vento*, che rimangono di piccole dimensioni e possiedono caratteristiche sostanzialmente indipendenti dalla loro distanza dal suolo. Questa relativa indipendenza da z fa si che le *appropriate variabili di scala* siano basate sul valore locale degli sforzi turbolenti e del flusso turbolento di calore. A tale proposito è stata sviluppata la *teoria della Similarità Locale* (Nieuwstadt, 1984; Sorbjan, 1986) che parte dalla definizione delle seguenti variabili di scala:

- velocità di scala: $$U_* = \left(\overline{u'w'}^2 + \overline{v'w'}^2 \right)^{1/4} \qquad [6.67a]$$
- temperatura di scala: $$\Theta_* = -\frac{\overline{w'\theta'}}{U_*} \qquad [6.67b]$$
- lunghezza di scala: $$\Lambda = \frac{U_*^2}{(k\,g/T)\Theta_*} \qquad [6.67c]$$

Va rilevato che queste tre variabili di scala sono state definite in maniera del tutto analoga alla loro controparte impiegata nella classica teoria della Similarità di Monin Obukhov; l'unica differenza è che nella teoria di Monin-Obukhov i flussi sono quelli misurati al suolo, mentre nella Similarità Locale essi sono quelli misurati alla quota che si sta considerando, quota che non necessariamente si trova entro il *SL*. Ovviamente nel *SL* le due teorie devono coincidere. Con l'ausilio di queste variabili di scala è possibile esprimere i profili verticali entro tutto il *SBL* mediante le seguenti relazioni di Similarità:

$$\Phi'_m = \frac{k\Lambda}{U_*}\frac{\partial}{\partial z}\left(U^2 + V^2\right)^{1/2} \qquad [6.68a]$$

$$\Phi'_H = \frac{k\Lambda}{\Theta_*}\frac{\partial \theta}{\partial z} \qquad [6.68b]$$

$$\Phi'_{uv} = \frac{\overline{u'^2 + v'^2}}{U_*^2} \qquad [6.68c]$$

$$\Phi'_{ww} = \frac{\overline{w'^2}}{U_*^2} \qquad [6.68d]$$

$$\Phi'_{\theta\theta} = \frac{\overline{\theta'^2}}{U_*^2} \qquad [6.68e]$$

$$\Phi'_\varepsilon = \frac{\Lambda\varepsilon}{U_*^3} \qquad [6.68f]$$

$$\Phi'_N = \frac{\Lambda N}{U_* \Theta_*^2} \qquad [6.68g]$$

Sorbjan (1986) ha dimostrato che l'indipendenza dello stato dei vortici turbolenti dalla quota comporta necessariamente che tutte le Funzioni Universali della Similarità Locale Φ' siano delle costanti, che possono essere determinate dal fatto che entro il *SL* le due Teorie di Similarità devono coincidere. Pertanto si ha che Φ'_{uv}= 9.3, Φ'_{ww}= 2.5, $\Phi'_{\theta\theta}$=6.0. Dal punto di vista pratico, è conveniente introdurre nuove Funzioni Universali di Similarità, definite come:

$$\Phi_m = Z\Phi'_m \qquad \Phi_H = Z\Phi'_H \qquad \Phi_\varepsilon = Z\Phi'_\varepsilon \qquad \Phi_N = Z\Phi'_N \qquad [6.69]$$

dove Z = z/Λ. Come dimostrato da Sorbjan (1986), le funzioni Φ_m e Φ_H sono lineari e, tenendo conto del fatto che nel *SL* devono riprodurre la Similarità di Monin-Obukhov, possono essere espresse come:

$$\Phi_m = 1 + 4.7Z \qquad [6.70a]$$
$$\Phi_H = 0.74 + 4.7Z \qquad [6.70b]$$

E' anche possibile riscrivere in termini di Similarità Locale i coefficienti di diffusività turbolenta ed i numeri di Richardson nella maniera seguente:

$$K_m = Z/\Phi_m \qquad K_H = Z/\Phi_H \qquad [6.71a]$$
$$Ri = \frac{Z\Phi_h}{\Phi_m^2} \qquad Rf = \frac{Z}{\Phi_m} \qquad [6.71b]$$

Per quanto riguarda, invece, la dissipazione di energia cinetica turbolenta e di varianza della temperatura, Sorbjan (1986) giunge alle relazioni:

$$\Phi_\varepsilon = c_\varepsilon (1 + 3.7Z) \qquad [6.72a]$$
$$\Phi_N = c_N (0.74 + 3.7Z) \qquad [6.72b]$$

dove C_ε e C_N valgono 1 quando il *SBL* è in situazioni stazionarie. Normalmente i valori misurati sono rispettivamente 1.25 e 1.5.

Per quanto riguarda i parametri di struttura, la Similarità Locale porta alle seguenti relazioni:

$$\frac{(kz)^{2/3} C_v^2}{U_*^2} = 2\Phi_\varepsilon^{2/3} \qquad [6.73a]$$
$$\frac{(kz)^{2/3} C_T^2}{\Theta_*^2} = 1.6\Phi_\varepsilon^{-1/3}\Phi_N \qquad [6.73b]$$

Ovviamente tutte queste relazioni di Similarità sono *locali* e quindi non è immediato ottenere da esse un profilo, cosa che si richiede sempre alla Similarità. A tale scopo, il lavoro di Nieuwstadt (1984) ha evidenziato che nelle situazioni stabili, valgono le relazioni seguenti:

$$U_* = u_* (1 - z/h)^{\alpha/2} \qquad [6.74a]$$

$$\overline{w'\theta'} = \overline{w'\theta'}_0 \left(1 - z/h\right)^{\beta} \qquad [6.74b]$$

$$\Theta_* = T_* \left(1 - z/h\right)^{\beta - \alpha/2} \qquad [6.74c]$$

$$\Lambda = L\left(1 - z/h\right)^{3/2\alpha - \beta} \qquad [6.74d]$$

dove $\overline{w'\theta'}_0$ è il valore del flusso di calore misurato al suolo e α e β sono esponenti da determinare sperimentalmente.

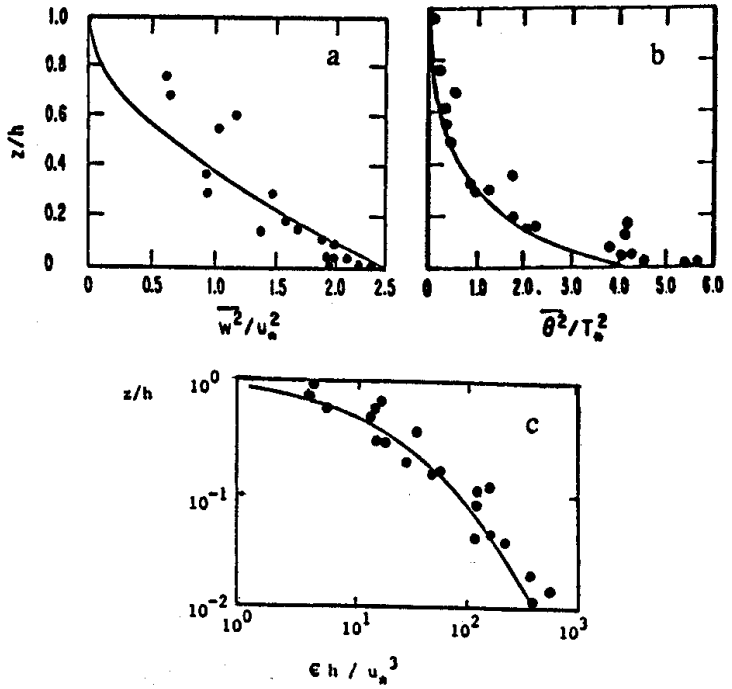

Fig. 6.11: alcuni profili di Similarità locale e relative misure sperimentali a confronto.

Si può dimostrare che deve valere la condizione $\beta \geq \alpha$ e dalle campagne sperimentali si è visto che α=2 e β= 3. Impiegando queste relazioni ed i valori indicati per i differenti coefficienti, si ha che:

$$\frac{kz}{u_*} \cdot \frac{\partial}{\partial z}\left(U^2 + V^2\right)^{1/2} = \left(1 + 4.7\frac{z}{L}\right) \cdot \left(1 - \frac{z}{L}\right)^2 \qquad [6.75a]$$

$$\frac{kz}{T_*} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} = \left(0.74 + 4.7\frac{z}{L}\right) \cdot \left(1 - \frac{z}{L}\right)^2 \qquad [6.75b]$$

$$\frac{\overline{u'^2 + v'^2}}{u_*^2} = 9.3\left(1 - \frac{z}{L}\right)^2 \qquad [6.75c]$$

$$\frac{\sigma_w^2}{u_*^2} = 2.5\left(1 - \frac{z}{L}\right)^2 \qquad [6.75d]$$

$$\frac{\sigma_T^2}{T_*^2} = 6.0\left(1 - \frac{z}{L}\right)^4 \qquad [6.75e]$$

$$\frac{\varepsilon h}{u_*^3} = 3.6\left(1 + 3.7\frac{z}{L}\right) \cdot \frac{\left(1 - z/L\right)^3}{z/L} \qquad [6.75f]$$

$$\frac{Nh}{u_* T_*^2} = 4.3\left(1 + 3.7\frac{z}{L}\right)\cdot\frac{(1 - z/L)^5}{z/L} \qquad [6.75g]$$

$$Ri = \frac{z/L}{(1 + 4.7\, z/L)^2}\cdot(0.74 + 4.7\, z/L) \qquad [6.75h]$$

$$Rf = \frac{z/L}{(1 + 4.7\, z/L)} \qquad [6.75i]$$

$$\frac{K_m}{k u_* h} = \frac{z/L\cdot(1 - z/h)}{(1 + 4.7\, z/L)} \qquad [6.75j]$$

$$\frac{K_H}{k u_* h} = \frac{z/L\cdot(1 - z/h)}{(0.74 + 4.7\, z/L)} \qquad [6.75k]$$

In *Fig.6.11* sono presentate alcune delle relazioni di profilo sopra introdotte, raffrontate con i dati sperimentali ottenuti nella campagna sperimentale del Minnesota (Caughey e al., 1979) e come si vede riproducono con notevole realismo la situazioni sperimentale, nonostante le difficoltà sperimentali e la complessità della situazioni stabili. Il vantaggio che si ha nell'utilizzare i risultati della Similarità Locale sta nel fatto che essa rappresenta una descrizione unitaria e fisicamente realistica dei fenomeni che hanno luogo entro il *SBL*.

6.3.2 ALTEZZA DEL PBL STABILE

Nonostante il suo carattere intermittente nello spazio e nel tempo, il *SBL* possiede comunque una sua individualità, anche se sicuramente inferiore al *PBL* convettivo. La letteratura scientifica ha proposto differenti definizioni di *altezza del SBL h* e ciò ha creato una notevole confusione e indeterminazione, come chiaramente descritto in Wetzel (1982). Le principali definizioni sono:

- la quota h_v in corrispondenza del massimo del profilo verticale della velocità del *vento (low level jet*);
- la quota h_i a cui si estende il massimo raffreddamento (in pratica la quota dove termina l'inversione della temperatura potenziale);
- la quota h dove diviene trascurabile la turbolenza
- la quota h_R in cui è verificata la relazione seguente

$$h_R = \frac{Ri_B U_h^2}{(g/T)(\theta_h - \theta_0)} \qquad [6.76]$$

dove U_h e θ_h sono rispettivamente il valore della velocità del vento e della temperatura potenziale alla quota h_R. Questa definizione è equivalente ad indicare la quota a cui il Bulk Richards Number raggiunge un valore critico R_c, che spesso viene posto pari a 0.2 - 0.3.

In *Fig.6.12* sono presentati due casi reali e da essi si vede quanto siano differenti le diverse definizioni di altezza del *SBL* e si nota anche che tra di esse non esiste neppure una relazione valida in generale.

Analizzando però la realtà del *SBL* , si nota immediatamente che si possono individuare due elementi caratteristici di questa parte di atmosfera:

- il primo elemento è la turbolenza presente in una piccola zona di atmosfera a contatto col suolo, turbolenza originata principalmente dalla *shear* del vento. Se si è interessati a questo fenomeno, e questo è il caso quando l'obiettivo è, per esempio, la dispersione degli inquinanti, è inevitabile che per altezza del *SBL* si intenda l'estensione dello strato di atmosfera in cui è rilevabile della turbolenza. Pertanto le definizioni corrette saranno h e h_R. Tale quota in qualche modo risentirà delle forzanti al suolo (la *friction velocity* in particolare), anche se a tali forzanti non potrà adeguarsi velocemente come nel caso convettivo (in cui in pratica si assiste ad un adeguamento pressoché istantaneo). Ad una data situazione al suolo (per esempio ad un dato valore di u_*) si svilupperà della turbolenza che si propagherà verso l'alto lentamente e non è detto che si raggiunga mai una situazione di equilibrio, soprattutto se le condizioni al suolo variano molto velocemente.

- il secondo elemento è il raffreddamento dell'aria, conseguenza del forte e progressivo raffreddamento del suolo. La situazione è molto differente dalla precedente, visto che il suolo può solo raffreddarsi e si raffredderà prevalentemente in maniera radiativa. In questo caso non è tanto la situazione al suolo che determina l'estensione verticale a cui si è propagato il raffreddamento, quanto piuttosto il *tempo* trascorso dal termine dell'immissione di energia nel suolo (in ultima analisi il tempo dal tramonto). Pertanto quello a cui si assiste è un progressivo aumento col tempo dello spessore di atmosfera h_i interessata da questo raffreddamento. All'inizio della notte, soprattutto con velocità del vento elevata, h potrà essere maggiore di h_i, mentre nelle ultime ore della notte, soprattutto con venti deboli, potrebbe essere vero il viceversa. In quest'ultimo caso fino alla quota h sarà presente della turbolenza, mentre a quote superiori, anche se inferiori ad h_i la turbolenza sarà assente.

Ovviamente questa è una semplificazione del fenomeno, anche se un'interazione tra turbolenza e raffreddamento radiativo, in effetti, esiste.

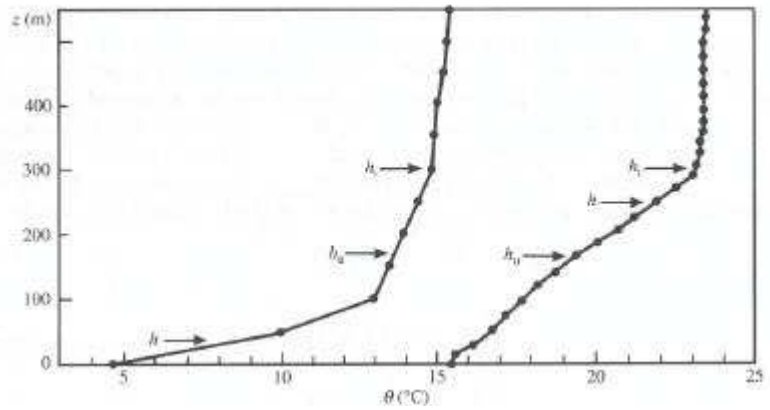

Fig. 6.12: due profili reali di temperatura potenziale nel NBL stabile (da Garratt, 1992)

Da quanto detto non è facile dire quanto possa valere h e l'unica maniera *semplice* per la sua determinazione è l'analisi dell'eco del *SODAR*. In *Fig.6.13* è presentato l'andamento temporale dell'eco (quello che normalmente viene chiamato il *facsimile*) in cui, per ragioni tecniche, il tempo cresce da destra a sinistra; per una sua interpretazione si ricordi che tanto più una parte del facsimile è scura, tanto maggiore è l'eco di ritorno e tanto più elevata è la turbolenza.

Se si focalizza l'attenzione sulla parte scura inferiore, risulta evidente uno strato turbolento vicino al suolo dello spesso massimo di 200 metri che ha inizio al tramonto e persiste per l'intera notte e questo è proprio l'altezza h cercata. In realtà nella figura sono presenti altre zone scure a quote più elevate, che però rappresentano solo una situazione locale di brezza di mare.

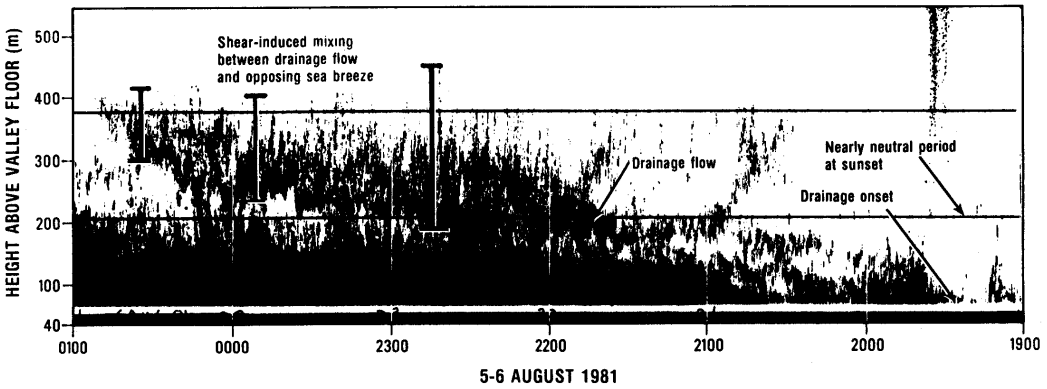

Fig:6.13: il facsimnile SODAR per una situazione notturna (Neff, 1986).

Molto lavoro è stato fatto per ottenere un modello che fosse in grado di descrivere h in funzione di parametri misurabili al suolo, anche se le conclusioni a cui si è giunti non sono incoraggianti, come evidenziato in Seibert e al. (1998). Il problema principale incontrato sta nel *ritardo* con cui la turbolenza si propaga verso l'alto. Considerando solo le situazioni in cui le forzanti al suolo potevano essere considerate sostanzialmente costanti per lungo tempo, sono state ottenute alcune relazioni di tipo *diagnostico* per h che inevitabilmente devono essere interpretate come il valore *assunto da h all'equilibrio*. Le principali relazioni ottenute sono le seguenti:

$$h = a \cdot (u_* L / f)^{1/2} \qquad [6.77a]$$

$$h = b u_* / f \qquad [6.77b]$$

$$h = c u_*^{3/2} \qquad [6.77c]$$

Per quanto riguarda i valori delle costanti presenti nelle relazioni precedenti si ha che:

- alla costante a è stato attribuito il valore 0.74 da Arya (1981), 0.6 da Mahrt (1982) e 0.4 da Nieuwstadt (1984);
- alla costante b è stato attribuito il valore 0.142 da Arya (1981);
- alla costante c è stato attribuito il valore 2400 da Venkatram (1980).

E' interessante notare come le (6.77a) e (6.77b) non siano applicabili all'equatore, in cui darebbero un'altezza del *SBL* infinita.

Il *SBL* è raramente in condizioni stabili: la sua condizione più frequente è quella di una lenta evoluzione verso un equilibrio in continuo mutamento. Un possibile modello per descrivere una tale situazione è il seguente (Garratt, 1992):

$$dh/dt = (h_e - h)/\tau_{SBL} \qquad [6.78]$$

dove h_e può essere stimato con una delle relazioni (6.77). La costante di *ritardo* τ_{SBL} è stata oggetto di diverse parametrizzazioni, anche molto complesse. Una delle più semplici è la seguente:

$$\tau_{SBL} = -(\theta_{vh} - \theta_0)/\partial\bar{\theta}/\partial t \qquad [6.79]$$

dove θ_{vh} e θ_0 sono rispettivamente la temperatura potenziale virtuale a h e al suolo.

Per quanto riguarda i modelli proposti in letteratura per l'altezza dell'inversione termica h_i, si rimanda a Tomasi (1983) e Surridge (1990).

6.3.3 LOW LEVEL JET

Durante le ore notturne è molto frequente che il profilo verticale della velocità del vento presenti un valore massimo (spesso superiore al valore geostrofico) a quote relativamente basse (qualche centinaio di metri dal suolo). Questo fenomeno, caratteristico soprattutto delle situazioni stabili, può avere molte cause differenti e quindi può essere modellizzato in modi differenti. Infatti può essere causato dalla variazione con la quota del vento geostrofico, derivante da fenomeni a mesoscala o da fenomeni indotti dall'orografia, dall'instaurarsi di effetti di brezza nelle zone costiere e montuose, dal passaggio di fronti ed anche (e forse soprattutto) da oscillazioni inerziali. Rimandando a Stull (1988) per ulteriori dettagli, qui ci possiamo concentrare solo sulle oscillazioni inerziali per le quali si può impiegare il modello di Blackadar, come presentato da Stull (1988). Se ci si pone in un sistema di riferimento orientato secondo la direzione del vento geostrofico e si adottano le seguenti drastiche semplificazioni:

- i termini avvettivi sono trascurabili,
- il vento geostrofico non varia con la quota,
- il vento non varia con la quota
- i termini $\partial\overline{u'w'}/\partial z$ e $\partial\overline{v'w'}/\partial z$ possono essere espressi rispettivamente come $f_c \cdot F_u$ e $f_c \cdot F_v$, dove F_u e F_v sono detti *scostamenti dal vento geostrofico*

le equazioni del moto per una qualsiasi ora diurna o notturna possono essere scritte nella forma semplificata seguente:

$$\frac{dU}{dt} = f_c V - f_c F_u \qquad [6.80a]$$

$$\frac{dV}{dt} = f_c \left(U_g - U\right) + f_c F_v \qquad [6.80b]$$

In prima approssimazione nelle ore diurne (fino al tramonto) è possibile ritenere che la situazione meteorologica sia variabile nel tempo molto lentamente e quindi tali situazioni, una volta ritenute quasi stazionarie, portano a dire che:

$$U_0 = U_g - F_v \qquad [6.81a]$$

$$V_0 = F_u \qquad [6.81b]$$

relazioni ottenute annullando le derivate temporali nelle equazioni del moto. Questa soluzione, relativa alle ore diurne, di fatto costituirà la condizione iniziale per l'evoluzione notturna. Per considerare tale situazione è necessario descriverla schematicamente in maniera più realistica. In effetti di notte nel *PBL* di dimensioni ridotte la turbolenza, anche se debole ed intermittente, è presente decrescendo costantemente con la quota fino ad annullarsi alla sua sommità. Se consideriamo proprio l'atmosfera *appena sopra* il *PBL*, possiamo dire che:

- come condizioni iniziali avrà le componenti del vento riscontrate a quella quota al tramonto, quando questa quota ancora stava *entro* il PBL,
- non ci possiamo aspettare che la situazione sia quasi-stazionaria,

- i termini contenenti gli sforzi di Reynolds saranno nulli, visto che la poca turbolenza presente resta confinata sotto, nel *PBL*.

Tenendo conto di queste osservazioni, le equazioni di moto possono essere opportunamente organizzate, ottenendo che:

$$\frac{d^2U}{dt^2} = -f_c\left(U - U_g\right) \qquad [6.82]$$

equazione che indica chiaramente un sistema oscillante. La sua soluzione, tenuto conto delle condizioni iniziali, sarà:

$$U = U_g + F_u \sin\left(f_c t\right) - F_v \cos\left(f_c t\right) \qquad [6.83a]$$
$$V = F_u \cos\left(f_c t\right) - F_v \sin\left(f_c t\right) \qquad [6.83b]$$

Da questa soluzione è immediato verificare che la *velocità del vento continua ad oscillare* attorno al valore geostrofico, senza mai convergere a questo valore. Il periodo di oscillazione (*periodo inerziale*) risulta pari a $2\pi/f_c$, che alle medie latitudini corrisponde a circa 17 ore. Il modello utilizzato per descrivere il *low-level jet* è estremamente semplificato. Un modello semplice, ma più realistico, può essere trovato in Garratt (1992).

6.3.4 ONDE DI GRAVITÀ

Le osservazioni fatte al Cap. 1 sulla stabilità statica portavano ad affermare che nelle situazioni stabili esiste una frequenza caratteristica, la frequenza di Brunt-Vaisala N_{BV} dipendente dal parametro di galleggiamento e dal gradiente verticale della temperatura secondo la relazione:

$$N_{BV} = \frac{g}{\theta_v}\frac{\partial\overline{\theta_v}}{\partial z} \qquad [6.84]$$

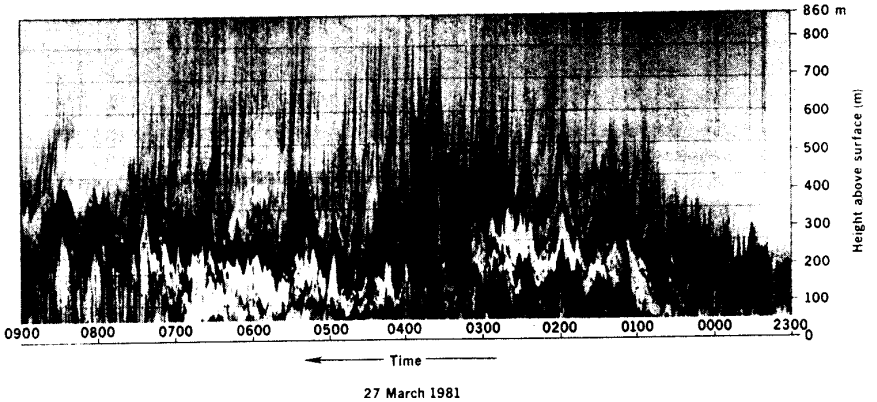

Fig: 6.14: facsimile SODAR di una situazione notturna con la presenza di onde di gravità.

In effetti le osservazioni sperimentali evidenziano fenomeni ondosi (*onde di gravità*); in particolare, se si considera l'eco di un SODAR, appaiono a varie quote entro il *SBL* delle *strutture* chiaramente oscillanti (*Fig.6.14*). Questi fenomeni oscillatori sono estremamente complessi e questa non è la sede per una loro trattazione. Possiamo solo dire che il *wind shear* o l'interazione del flusso delle masse

d'aria con ostacoli presenti al suolo possono indurre fenomeni ondosi che si propagano verso l'alto. Una volta raggiunta una quota dove la frequenza N_{BV} determinata dai valori locali di galleggiamento e di gradiente di temperatura potenziale eguaglia la propria frequenza caratteristica, vengono riflessi verso il basso e questo continuo fenomeno di riflessione col suolo e con la parte superiore del *PBL* alla fine produce una serie di fenomeni ondosi ad andamento orizzontale sovrapposti gli uni agli altri a frequenze caratteristiche differenti come in effetti indicato dall'eco del *SODAR*. Abbondante e complicata è la letteratura che tratta l'argomento e si rimanda a Stull (1988) per ulteriori dettagli. Quello che è estremamente interessante è riconoscere la presenza di un'onda di gravità e quindi saperne riconoscere l'influenza sul flusso di quantità di moto e di calore. In effetti, se consideriamo una generica variabile meteorologica, circa il 20% della sua varianza totale in una situazione stabile in cui si è instaurato un fenomeno ondoso deriva proprio da quest'ultimo. Un modo per rilevarne la presenza è l'analisi dello spettro delle componenti orizzontali del vento e della temperatura potenziale. Come evidenziato da Nai-Ping e al. (1983), la presenza di un'onda di gravità monocromatica fa si che lo spettro appaia come quello riportato in *Fig.6.15*.

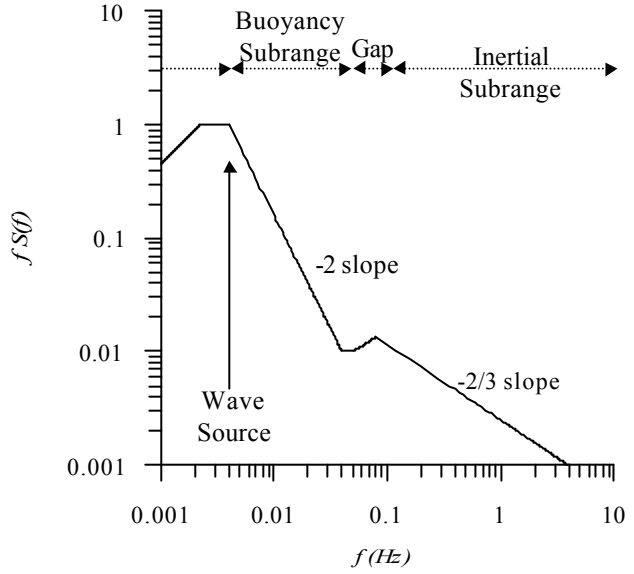

Fig: 6.15: rappresentazione di uno spettro contaminato da onde di gravità.

In un tale spettro risultano evidenti le zone seguenti:

- una *zona a bassa frequenza* che, nello spettro $f \cdot S(f)$ è individuabile come una zona piatta;
- una zona a frequenze intermedie in cui sono prevalenti gli effetti di galleggiamento sui vortici ancora di relativamente grande dimensione (*buoyancy subrange*). In questo caso $f \cdot S(f)$ diminuisce come f^{-2}. Questa diminuzione continua fino al raggiungimento di un valor minimo da cui la densità spettrale ricresce fino a formare un massimo relativo. Questa zona spettrale si colloca attorno a 10^{-2} Hz e la presenza di questo chiaro minimo evidenzia un caratteristico *spectral gap*. Questa situazione è tipica di situazioni in cui sono presenti onde di gravità con una frequenza propria (*wave source*) vicina alla frequenza di inizio di questa zona spettrale;
- una zona inerziale, caratteristica di tutti i vortici di piccole dimensioni ormai simmetrici, del tutto analoga a quella che si incontra nelle situazioni in cui sono assenti le onde di gravità.

Pertanto, la presenza di uno *spectral gap* entro la zona di può essere ritenuto un chiaro indizio di presenza di un'onda di gravità.

7. IL PBL IN SITUAZIONI SUPERFICIALI ETEROGENEE

La trattazione fatta fin qui ha considerato solo situazioni molto semplici e regolari, in cui il suolo era caratterizzato da un elevato grado di omogeneità. Situazioni di questo tipo sono, per esempio, le grandi praterie nordamericane e le estese pianure europee. Spesso, però, la realtà è profondamente differente e le considerazioni fatte in precedenza devono essere in qualche modo riviste o integrate. In particolare, sarebbe importante conoscere le peculiarità di alcuni ambienti interessanti e fortemente presenti sulla superficie del globo, come, per esempio:

- le distese marine ed oceaniche,
- le grandi foreste
- le zone cittadine, fortemente urbanizzate.

Oltre a queste situazioni particolarmente importanti, si incontrano altre due casi che richiedono un'indagine approfondita. Il primo caso deriva dal fatto che spesso sulla superficie terrestre si affiancano suoli con caratteristiche superficiali molto differenti (per esempio con differenze di rugosità e di flusso di calore sensibile) e ciò fa sì che le masse d'aria che vi scorrono sopra incontrino discontinuità che determinano perturbazioni più o meno profonde nella struttura del *PBL*. Il secondo caso è costituito dalla presenza dell'orografia che inevitabilmente altera il regime fluidodinamico delle masse d'aria ed anche la struttura stessa del *PBL*.

Ovviamente tutti i problemi sopra elencati (che comunque non esauriscono l'elenco delle situazioni particolari che si incontrano nella realtà) richiederebbero una trattazione particolare ed approfondita che esula dagli scopi di questo libro. Pertanto si è preferito presentare in questo capitolo una semplice rassegna su alcuni dei casi di interesse, come le peculiarità del *PBL* marino, le caratteristiche principali del *PBL* nelle aree urbane, le perturbazioni indotte dalla presenza della vegetazione sul *PBL* rurale ed i problemi legati alla presenza di discontinuità superficiali nella rugosità superficiale e nel flusso di calore sensibile.

Si è invece rinunciato a trattare l'estesa problematica legata alla presenza dell'orografia, perché ciò richiederebbe una estesa trattazione specifica. A questo proposito, per alcuni elementi introduttivi si rimanda a Oke (1987), per alcune nozioni fluidodinamiche a Kaimal e Finnigan (1994) e per ulteriori dettagli a Blumel (1990) ed alla bibliografia citata in questi riferimenti.

7.1 IL PBL MARINO

Circa due terzi del pianeta è occupato da laghi, mari ed oceani ed è quindi interessante vedere quale sia l'interazione tra queste superfici liquide e l'aria sovrastante. In realtà, dato che, analizzando lo sviluppo del *PBL* sul suolo, ci siamo resi conto che è proprio il suolo l'elemento essenziale nel determinare l'ammontare e le modalità di trasferimento all'aria dell'energia ricevuta dal sole, ci possiamo aspettare che le differenze saranno profonde visto che le proprietà dell'acqua sono ben diverse da quelle dei

materiali che costituiscono i substrati solidi.

Per prima cosa cercheremo di analizzare gli aspetti energetici del problema e successivamente lo stato dell'atmosfera al di sopra della superficie marina. Per fare ciò ci riferiremo prevalentemente ad Arya (1981), Garratt (1992) ed Oke (1987). La materia è estremamente vasta, tuttavia in questa sede ci limiteremo ad illustrare solo gli aspetti più interessanti nella forma più semplice possibile. Va inoltre rilevato che la difficoltà ancora attuale di realizzare campagne sperimentali di tipo micrometeorologico in ambiente marino non consente di avere una conoscenza sufficientemente approfondita dell'interazione atmosfera-mare. E' però evidente il fatto che la chiara differenza di comportamento delle superfici marine rispetto a quelle terrestre è la causa principale delle condizioni climatiche che si riscontrano nelle varie parti del globo.

7.1.1 IL BILANCIO DI RADIAZIONE

L'elemento motore dell'evoluzione spazio-temporale del *PBL* marino è, anche in questo caso, la radiazione solare ad onda corta $K\downarrow$ (cioè la radiazione solare globale R_g) che giunge all'interfaccia aria-mare con le medesime attenuazioni atmosferiche già viste al Cap.3. La prima vera differenza tra quanto succede sulla terraferma e quanto sul mare deriva dal fatto che l'acqua è trasparente alla luce, la cui attenuazione con la profondità è descritta dalla legge di *Beer:*

$$\left(K\downarrow\right)_d = K\downarrow \cdot \exp(-ad) \qquad [7.1]$$

dove a è il *coefficiente di estinzione* e d è la profondità del mare considerata. Il coefficiente di estinzione può essere molto variabile e dipende dalla natura dell'acqua, in particolare dalla presenza di plankton e dalla torbidità (materiale sospeso). Se nella maggior parte degli specchi marini la profondità raggiunta dalla radiazione solare è dell'ordine della decina di metri, in certi mari tropicali essa raggiunge anche alcune centinaia di metri.

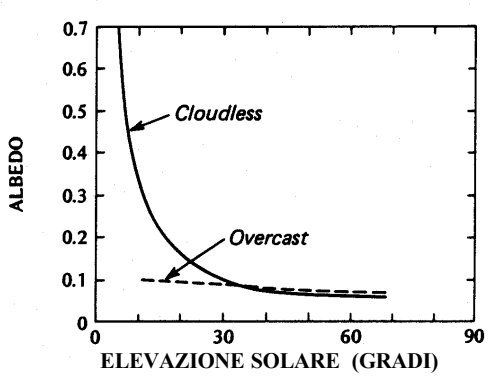

Fig.7.1: coefficiente d'albedo in ambiente marino (Oke, 1987).

Il coefficiente d'albedo α non è costante, ma varia col variare dell'angolo di elevazione solare, come mostrato in *Fig.7.1*, e la sua variazione è molto bizzarra. All'alba ed al tramonto, quando l'elevazione solare è bassa, il comportamento ottico della superficie marina è simile a quella di uno specchio, mentre quando il sole è alto sull'orizzonte la superficie marina si comporta come un assorbitore energetico molto efficiente con α tra 0.03 e 0.1. Quando poi il cielo è nuvoloso e $K\downarrow$ è prevalentemente costituita da radiazione diffusa, allora il coefficiente d'albedo si mantiene a valori prossimi a 0.1

indipendentemente dall'angolo di elevazione solare.

La presenza di radiazione ad onda corta di origine solare innesca il *consueto bilancio radiativo superficiale*: un esempio di un tale bilancio radiativo è riportato in *Fig.7.2*, dove con K_{ex} è stata indicata la radiazione solare all'esterno dell'atmosfera e con D la frazione diffusa di $K\downarrow$. In tale figura si può notare la radiazione ad onda corta riflessa $K\uparrow$ che risulta sempre di piccola entità visto che il coefficiente di albedo è elevato quando $K\downarrow$ è bassa e basso quando $K\downarrow$ è elevata In pratica è facile verificare che il valore medio giornaliero caratteristico del coefficiente di albedo è pari a circa 0.07. Analizzando ora la radiazione ad onda lunga di origine atmosferica $L\downarrow$, non notiamo particolari differenze rispetto al solito, mentre la radiazione $L\uparrow$ generata dalla superficie marina non presenta le variazioni temporali notate sulla terraferma. In pratica, entrambe le componenti ad onda lunga permangono approssimativamente costanti nell'arco dell'intera giornata e la loro somma algebrica è *negativa*. Comunque, il bilancio della radiazione complessiva all'interfaccia mare-aria, cioè la Radiazione Netta (indicata in Figura col simbolo Q^*), presenta ancora il tipico ciclo giornaliero con elevatissimi valori diurni.

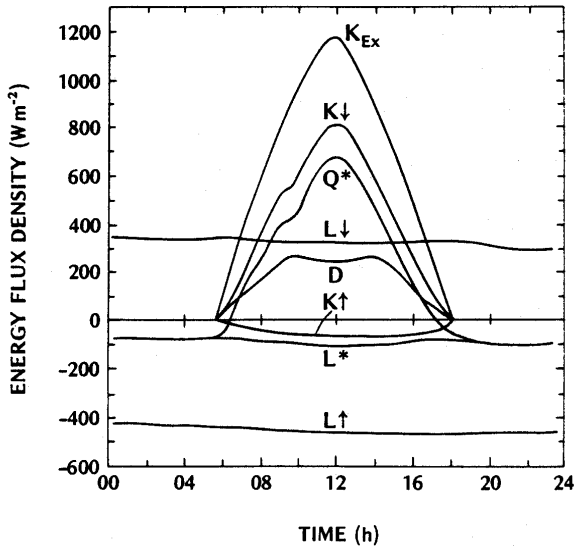

Fig.7.2: bilancio radiativo superficiale in ambiente marino (Oke, 1987).

7.1.2 IL BILANCIO DI ENERGIA

La domanda che ci poniamo è come venga ripartita l'energia disponibile all'interfaccia mare-aria. Per rispondere a tale domanda è necessario studiare il bilancio energetico che, per la trasparenza dell'acqua marina, non può limitarsi a considerare solo l'interfaccia mare-atmosfera, ma, al contrario, deve prendere in considerazione anche tutto il corpo liquido fino ad una profondità del mare tale che non si riscontrino trasferimenti verticali di calore. Considerando la *Fig.7.3* notiamo che l'energia disponibile Q^* (cioè la Radiazione Netta) viene ancora ripartita nel flusso turbolento di calore sensibile (qui indicato col simbolo Q_H) e nel flusso turbolento di calore latente (qui indicato Q_E), tuttavia lo *storage* termico caratteristico dell'ambiente marino (ΔQ_S) è rilevante e non può essere trascurato. In pratica il bilancio energetico risulta essere:

$$Q^* = Q_H + Q_E + \Delta Q_S + \Delta Q_A \qquad [7.2]$$

In questa relazione compare anche il termine ΔQ_A che rappresenta il trasporto termico orizzontale dovuto alle correnti marine, che non è certamente trascurabile.

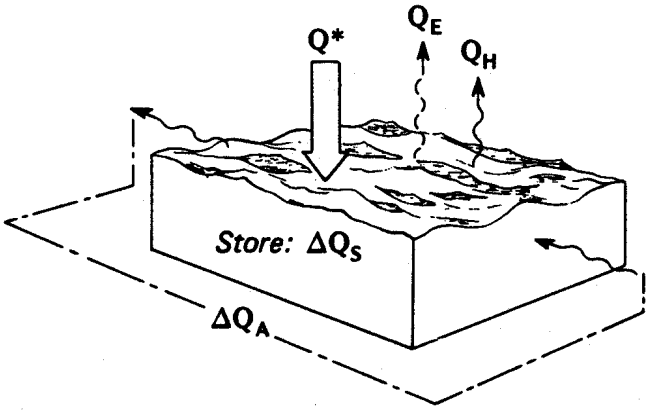

Fig.7.3: il volume di riferimento per il bilancio energetico in ambiente marino (Oke, 1987)

L'elemento peculiare dell'ambiente marino e soprattutto oceanico è il fatto che all'interfaccia mare-aria la maggior parte dell'energia disponibile viene dedicata all'evaporazione dell'acqua e ciò comporta che il *rapporto di Bowen* (Q_H/Q_E) sia dell'ordine di 0.1. Questo è vero normalmente, anche se si possono incontrare situazioni oceaniche particolari in cui dell'aria fredda scorre sopra la superficie marina più calda. Questa situazione determina un forte gradiente termico tra superficie marina ed aria con un conseguente incremento di Q_H. Per studiare in maggior dettaglio il bilancio radiativo, consideriamo due casi differenti.

Il primo caso è rappresentato da un *mare poco profondo*, vicino alla costa. In questo caso, nel bilancio energetico possiamo trascurare ΔQ_A, che però dobbiamo sostituire con il flusso di calore G_C tra il mare ed il suolo sottostante. Nella *Fig.7.4* possiamo vedere l'evoluzione giornaliera dei vari termini che compongono il bilancio energetico.

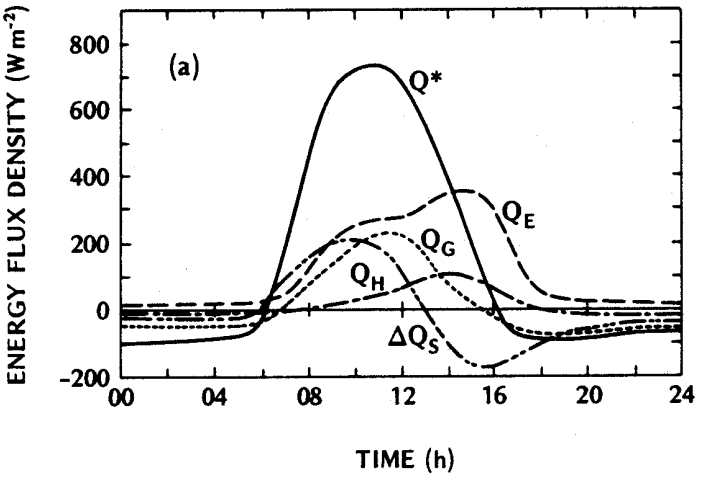

Fig.7.4: bilancio energetico per un mare con basso fondale (Oke, 1987).

La prima cosa interessante che notiamo è che il calore trasmesso o ricevuto (a seconda delle ore) dal fondo del mare è rilevante, cosa che sta ad indicare il forte accoppiamento del mare con lo stato del

suo basso fondale. Inoltre si nota immediatamente che lo *storage* termico ΔQ_S presenta un interessante andamento ciclico limitato esclusivamente alle ore diurne. Per questo mare basso il rapporto di *Bowen* (prossimo a 0.2) è un poco più elevato rispetto al valore oceanico, anche se è sempre predominante il flusso latente rispetto al flusso sensibile che presenta però curiosamente il valore massimo non in corrispondenza del massimo di radiazione netta, ma alcune ore dopo, quando la temperatura superficiale del mare ha raggiunto il valore massimo e le condizioni all'interfaccia mare-aria sono prossime alla saturazione.

Il secondo caso (*Fig.7.5*) rappresenta una *situazione oceanica*. Data la difficoltà di misura, non sono state separate Q_H e Q_E, anche se in questo caso il rapporto di *Bowen* è pari a circa 0.1. Quello che si nota immediatamente è che la maggior parte dell'energia disponibili (radiazione netta) viene in qualche modo modulata dallo *storage* ΔQ_S.

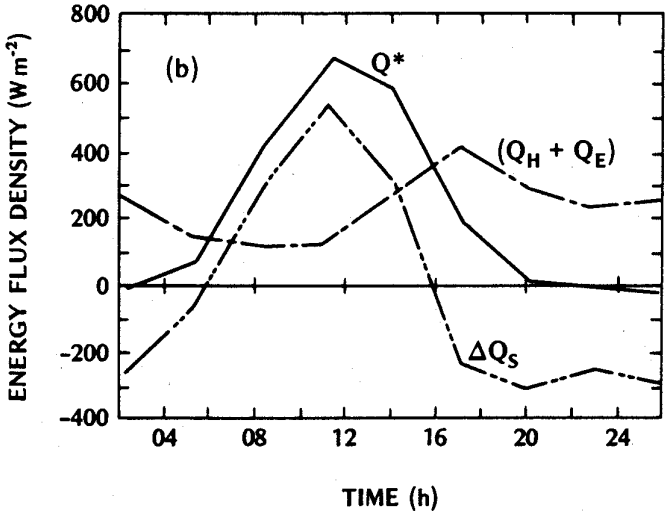

Fig.7.5: bilancio energetico per l'oceano (Oke, 1987).

Questa prevalenza del termine ΔQ_S potrebbe far pensare a grosse variazione della temperatura superficiale del mare, cosa ben lontana dalla realtà nelle acque oceaniche. Si pensi che la massima escursione annuale della temperatura della superficie marina è di circa 8°C a latitudini di 40° e solo di circa 2°C all'equatore è ciò dà l'idea di come la temperatura della superficie marina sia quasi costante. In effetti, se consideriamo la *Fig 7.6* in cui è presentato il profilo della temperatura del mare a varie ore del giorno, vediamo distintamente un ciclo diurno (di limitata entità rispetto a quanto si riscontra sulla terraferma) che però si esaurisce alla profondità di una decina di metri. Al di sotto, la temperatura cresce fino ad una certa profondità (questa zona è detta *termoclino*) quindi diminuisce rapidamente a profondità superiori. Parrebbe di essere di fronte ad un paradosso: l'acqua del mare assorbe un'enorme quantità di calore, ma la sua temperatura praticamente non varia. Le ragioni di ciò sono le seguenti:

- la trasparenza dell'acqua marina diffonde la radiazione ad onda corta su un grande volume di acqua;

- il moto delle correnti marine ed il suo movimento superficiale determinano un rapido e vasto rimescolamento complessivo;
- la forte evaporazione dalla superficie marina richiede un'enorme quantità di energia e quindi la produzione di vapor d'acqua è un'efficiente consumatore di Radiazione netta;

- la capacità termica dell'acqua è eccezionalmente alta.

Pertanto, quello che risulta dall'analisi energetica dell'interazione mare-aria è che la temperatura della superficie marina presenta oscillazioni giornaliere molto contenute e l'evaporazione dell'acqua è un processo sempre attivo giorno e notte ed è il più grande consumatore di energia presente nel sistema, mentre il calore latente risulta essere molto limitato.

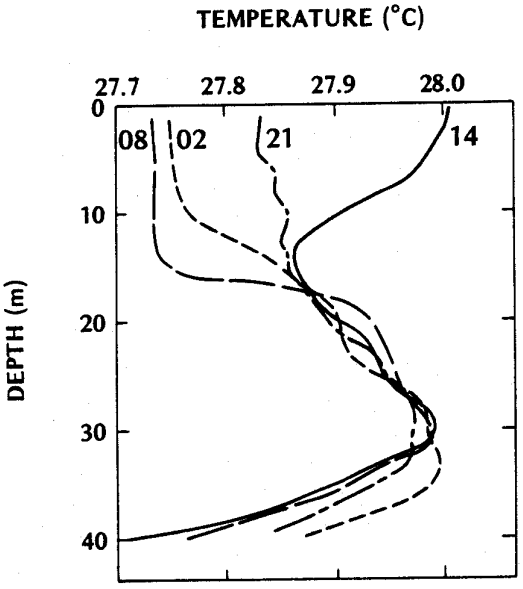

Fig.7.6: gradiente di temperatura entro l'oceano (Oke, 1987).

7.1.3 TRASFERIMENTO DI QUANTITÀ DI MOTO

Analizziamo ora il trasferimento di quantità di moto tra aria e superficie marina. Il risultato evidente di tale trasferimento è il profilo verticale del vento entro lo strato di aria prossimo alla superficie marina. La prima domanda che ci poniamo è quale sia la rugosità superficiale del mare. Non è facile rispondere a questa domanda visto che la superficie marina è una superficie in continuo movimento a causa del moto ondoso, a sua volta influenzato proprio dal trasferimento di quantità di moto. Questa constatazione ci fa supporre che la lunghezza di rugosità z_0 non potrà essere una caratteristica assoluta del mare, ma dovrà in qualche modo mostrare una *controreazione* o meglio un'interazione dinamica con lo stato dell'atmosfera. Questa supposizione è stata confermata dai dati sperimentali disponibili che confermano la celebre relazione di Charnock (1955):

$$z_0 = \alpha \frac{u_*^2}{g} \qquad [7.3a]$$

dove il coefficiente α risulta pari a circa 0.018. La relazione di Charnock sottolinea il fatto che la rugosità superficiale esercitata dalla superficie marina è dipendente dal flusso di quantità di moto (che a sua volta è dipendente dalla rugosità, originando la controreazione che avevamo ipotizzato). La relazione di Charnock, che di fatto è la più utilizzata nelle applicazioni pratiche, non rispecchia completamente le misure ottenute durante le più recenti campagne sperimentali oceaniche. Grachev e Fairall (1997) hanno mostrato come sia più realistica la relazione seguente:

$$z_0 = \frac{0.011 u_*^2}{g} + 0.11 \frac{\nu}{u_*} \qquad [7.3b]$$

dove ν è la viscosità cinematica dell'aria.

Il profilo verticale del vento nelle situazioni adiabatiche (che rappresentano la situazione più normale per l'ambiente marino) dipende da z_0, dalla quota z a cui si misura il vento ed anche dal movimento di *deriva* u_s *(velocità di drift)* caratteristico della superficie marina, secondo la legge logaritmica seguente:

$$u_z - u_s = \frac{u_*}{k} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \qquad [7.4]$$

In pratica u_s può essere spesso trascurata visto che $u_s \approx 0.55 u_*$. Dalla (7.3) e (7.4), trascurando la velocità di deriva, si giunge facilmente alla relazione seguente:

$$u = \frac{u_*}{k} \ln\left(\frac{gz}{\alpha u_*^2}\right) \qquad [7.5]$$

dove si vede immediatamente come tra u ed u_* non ci sia un evidente intermediario, cosa che invece era evidente per la terraferma dove z_0 era un elemento esterno condizionante. Questa circostanza può essere sfruttata per determinare sperimentalmente u_* da una sola misura di velocità media del vento ad una quota z. In effetti è immediato constatare che u_* è l'unica incognita presente nella (7.5) e quindi può essere ottenuta risolvendo (numericamente) questa equazione.

Spesso nella pratica viene impiegato il *coefficiente di drag (in condizioni adiabatiche)* C_{DN}, definito come $C_{DN} = (u_*/u)^2$. Impiegando il coefficiente di *drag*, la (7.5) diviene:

$$\ln(C_{DN}) + k \cdot C_{DN}^{-1/2} = \ln\left(\frac{gz}{\alpha u^2}\right) \qquad [7.6a]$$

relazione implicita che mette in relazione C_{DN} con u. Un'approssimazione della (7.6a) proposta in Garratt (1992) è la seguente:

$$C_{DN} = (0.75 + 0.067 u_{10}) \cdot 10^{-3} \qquad [7.6b]$$

in cui u_{10} è la velocità del vento misura 10 metri sopra la superficie marina. In pratica per le superfici oceaniche il *coefficiente di drag* assume valori prossimi a $1.2 \cdot 10^{-3}$. E' immediato rendersi conto che anche C_{DN} può essere determinato con una sola misura di velocità del vento.

7.1.4 PARAMETRIZZAZIONE DEGLI SCAMBI ARIA-MARE

Consideriamo ora situazioni non necessariamente adiabatiche. Il nostro interesse è rivolto alla determinazione della velocità di frizione u_*, del flusso turbolento di calore sensibile H_0, del flusso turbolento di calore latente H_E e dell'evaporazione di acqua dalla superficie marina, quantità facilmente parametrizzabili in termini di opportuni coefficienti di *drag*. In particolare si ha che:

$$u_* = C_D^{1/2} U \qquad [7.7a]$$

$$H_0 = \rho C_p C_H U \cdot (\theta_0 - \theta) \qquad [7.7b]$$

$$H_E = L_e E \qquad [7.7c]$$

$$E = \rho C_w U \cdot (Q_0 - Q) \qquad [7.7d]$$

dove C_H è il coefficiente di *drag* (non adiabatico) per il trasferimento di calore sensibile, C_W è il coefficiente di *drag* per l'evaporazione, Q, θ e U sono rispettivamente l'umidità, la temperatura potenziale e la velocità del vento misura ad un quota z entro il SL e Q_0 e θ_0 sono l'umidità e la temperatura potenziale alla superficie del mare. Per l'impiego pratico di queste relazioni è necessario fare alcune considerazioni:

- la temperatura della superficie marina è costantemente monitorata dai satelliti e quindi non rappresenta un problema pratico rilevante;

- anche la temperatura e la velocità del vento entro il SL non è un grosso problema, visto che esistono numerose boe strumentate che forniscono questi valori;

- l'umidità all'interfaccia aria-mare spesso è prossima alla saturazione e sono disponibili sufficienti misure o previsioni di umidità entro il SL.

A questo punto è necessario determinare il valore appropriato per i coefficienti di *drag*. Per prima cosa va rilevato che allo stato attuale delle conoscenze si può asserire che $C_{DN} = C_{HN} = C_{WN}$, cioè all'adiabaticità tutti i coefficienti di *drag* sono uguali e pari a circa $1.2 \cdot 10^{-3}$. Con i dati disponibili non è difficile determinare il *Bulk Richardson Number* definito come:

$$Ri_B = gz \frac{\theta - \theta_0}{\theta_0 U^2} \qquad [7.8]$$

ed una buona approssimazione per il parametro di stabilità z/L è dato dalle relazioni seguenti:

$$z/L = k C_{DN}^{-1/2} Ri_B \qquad \text{se } (Ri_B < 0) \qquad [7.9a]$$

$$z/L = k C_{DN}^{-1/2} Ri_B (1 - 5 Ri_B)^{-1} \qquad \text{se } (Ri_B \geq 0) \qquad [7.9b]$$

A questo punto si ha che:

$$C_D / C_{DN} = \left[1 - k^{-1} C_{DN}^{1/2} \cdot \Psi_M (z/L)\right]^{-2} \qquad [7.10a]$$

$$C_H / C_{HN} = \left[1 - k^{-1} C_{DN}^{1/2} \cdot \Psi_M (z/L)\right]^{-1} \cdot \left[1 - k^{-1} C_{DN}^{1/2} \cdot \Psi_H (z/L)\right]^{-1} \qquad [7.10b]$$

dove Ψ_M e Ψ_H sono le Funzioni Universali di Similarità di Monin-Obukhov per il profilo verticale del vento e della temperatura potenziale riportate nel Cap.4. Accanto ai metodi di stima basati sui coefficienti di *drag* sono stati proposti anche metodi basati sulle normali Relazioni di Similarità, come mostrato in Lo (1993).

7.1.5 PROFILI DELLE VARIABILI METEOROLOGICHE E TURBOLENZA NEL PBL MARINO

La misura dei profili medi delle principale variabili meteorologiche è estremamente difficoltosa nell'ambiente marino e ad oggi i dati sperimentali disponibili sono veramente poco numerosi. Tuttavia, sulla base delle conoscenze attuali, è possibile affermare che è comunque individuabile nel *PBL* marino uno strato di ridotte dimensioni prossimo alla superficie del mare in cui sono applicabili le relazioni di Similarità di Monin-Obukhov. L'unica avvertenza è ricordare che il flusso latente di calore è un elemento essenziale ed onnipresente nell'atmosfera marina e quindi nella definizione della lunghezza di Monin-Obukhov è indispensabile impiegare sempre la covarianza tra la componente verticale del vento e la temperatura potenziale virtuale. I profili che comunque si instaurano entro il *SL* sono, nella maggior parte dei casi, relativi a situazioni prossime all'adiabaticità, visto che nell'ambiente marino in generale il flusso turbolento di calore sensibile è estremamente basso. Una delle eccezioni è costituita dalla situazioni in cui aria fredda di provenienza continentale scorre sopra aria marina più calda. Questo è uno dei casi in cui si instaura una differenza di temperatura aria-mare elevata e quindi proporzionalmente si viene a creare un flusso sensibile di calore rilevante.

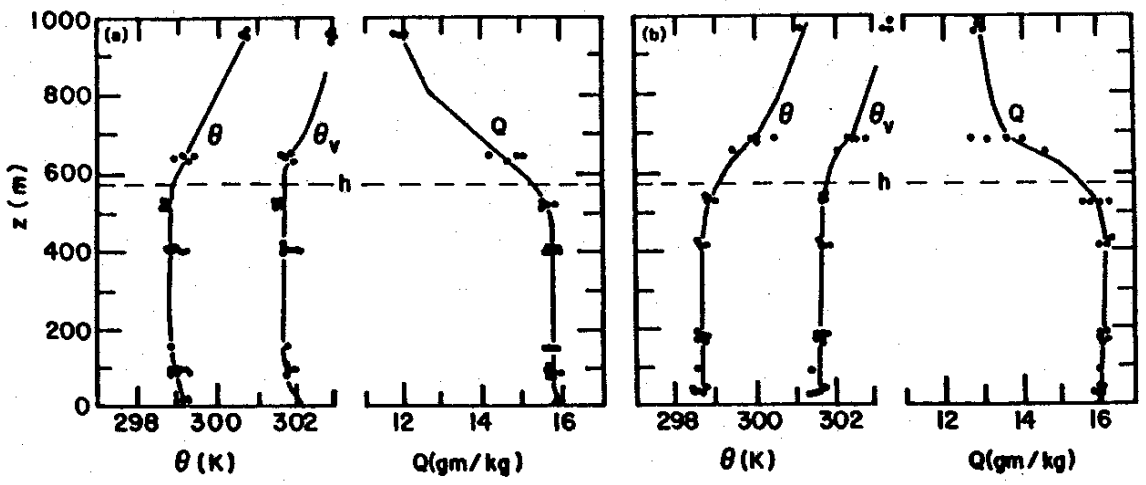

Fig.7.7: Profilo verticale di temperatura potenziale, temperatura potenziale virtuale ed umidità in due situazioni poco convettive in ambiente marino (Nicholls e LeMone, 1980).

Le poche misure di temperatura e di umidità fatte entro tutto il *PBL* in ambiente marino hanno evidenziato alcuni fatti importanti:

- è molto frequente nell'ambiente marino che la sommità del *PBL* sia segnata dalla presenza di nuvole di vario genere (normalmente cumuli e stratocumuli) indicatori evidenti della forte evaporazione che ha luogo alla superficie marina;

- l'attività nelle strato di *entrainment* è estremamente vivace, vista proprio la presenza delle formazioni nuvolose;

- normalmente il *PBL* che ne risulta è quello tipico di situazioni solo leggermente convettive (come illustrato in *Fig.7.7*), con un *entrainment* non molto evidente;

- ci sono anche casi di forte convettività (legati ad avvezione di aria fredda su superfici marine calde), in cui invece si ha un *PBL* molto simile a quello riscontrato in situazioni convettive sulla

terraferma (come si vede in *Fig.7.8*).

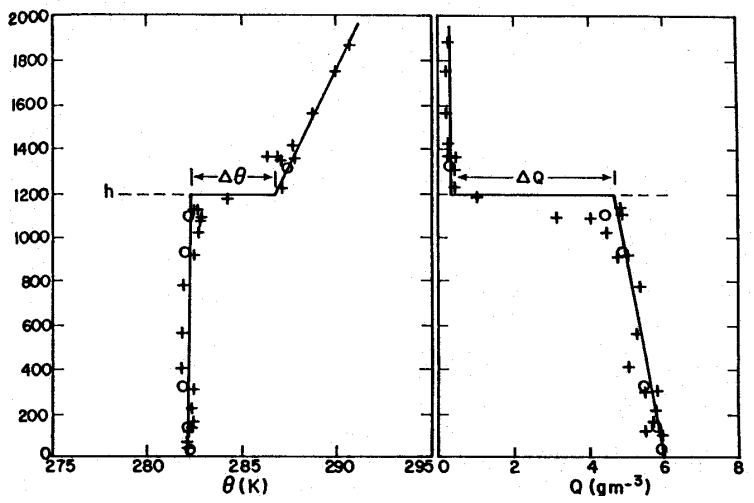

Fig.7.8: profilo verticale di temperatura potenziale e di umidità (in condizioni di forte convettività) in ambiente marino (Wyngaard e al., 1978).

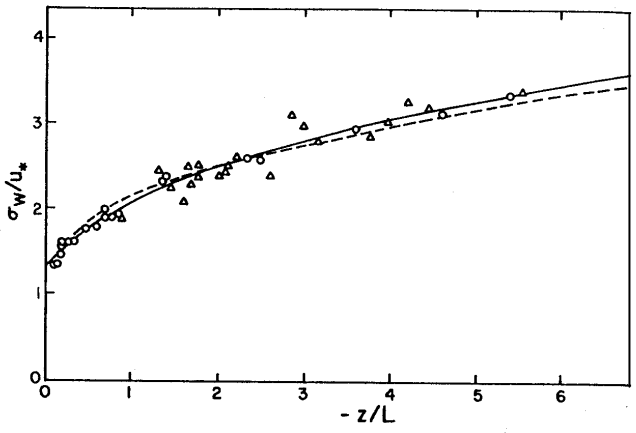

Fig. 7.9: relazione di Similarità per la deviazione standard della componente verticale del vento (Arya, 1987).

Per quanto riguarda i profili delle altre variabili di interesse micrometeorologico (come le deviazioni standard delle componenti del vento e della temperatura) si dispone di un numero estremamente esiguo di evidenze sperimentali, che però di fatto confermano le Relazioni di Similarità ottenute sulla terraferma. In particolare, se si considera la σ_w, i dati disponibili confermano la ben nota Relazione di Similarità nel *SL*, ottenuta sulla terraferma, come evidenziato in *Fig.7.9*.

7.2 IL PBL E LE DISCONTINUITÀ SUPERFICALI

7.2.1 DISCONTINUITÀ NELLA RUGOSITÀ SUPERFICIALE

Una situazione che frequentemente si incontra nel mondo reale è il succedersi continuo di superfici con caratteristiche morfologiche diverse. Si pensi per esempio ad una situazione di una grande prateria confinante con una zona urbanizzata costituita da case sparse, strade ed altri edifici di piccola

dimensione e piante sparse ad alto fusto. Evidentemente le due zone presenteranno distinte rugosità superficiali e le masse d'aria che scorrono sopra una delle due zone, passando sull'altra incontreranno una *discontinuità* e si adegueranno gradualmente alla nuova situazione. Si verrà quindi formando uno strato (*Internal Boundary Layer*, **IBL**) che partirà dalla linea di discontinuità e si svilupperà sottovento ad essa. Per avere un'indicazione visiva di tutto ciò, si veda per esempio la *Fig. 7.10*.

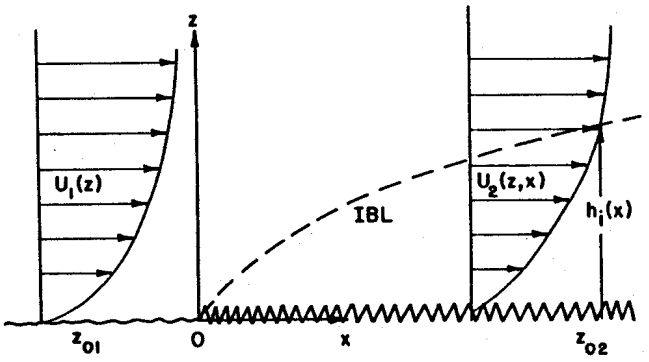

Fig. 7.10: sviluppo di un Internal Boundary Layer (Arya, (1987).

Immaginiamo, riprendendo l'esempio precedente, che il vento fluisca dalla prateria verso il centro abitato, cioè da una zona caratterizzata da una rugosità inferiore z_{01} ad un'altra zona a rugosità superiore z_{02} ed immaginiamo, per semplicità, che la linea di discontinuità sia perpendicolare alla direzione del vento. Da essa si svilupperà quindi uno strato che avrà origine in corrispondenza della linea di discontinuità stessa. Lo spessore δ di tale strato è praticamente nullo in corrispondenza della linea di discontinuità e cresce progressivamente con la distanza sottovento. Sopra δ, il profilo del vento resta praticamente uguale a quello riscontrato sulla zona sopravvento alla linea di discontinuità, mentre al di sotto tale profilo risulta profondamente alterato. In particolare, è possibile individuare uno strato di limitata estensione verticale a ridosso della superficie, di estensione pari a circa 0.1δ (detto *inner layer*), in cui il profilo del vento è in equilibrio con la situazione incontrata localmente (rispettosa, cioè della Similarità basata sui flussi superficiali locali) e lo strato di aria compresa tra la sommità dell'*inner layer* e δ in cui il profilo del vento presenta una lenta transizione tra le due situazioni. Nella *Fig.7.11* viene presentato il profilo verticale del vento sia sopravvento alla discontinuità sia sottovento, nei due casi tipici: il passaggio da una zona *smooth* ad una zona rugosa e viceversa. Nel primo caso, entro l'*IBL* si nota che il profilo del vento subisce una decelerazione, mentre nell'altro caso un'accelerazione. Comunque, al di sopra dell'*IBL* i due profili raggiungono l'equilibrio.

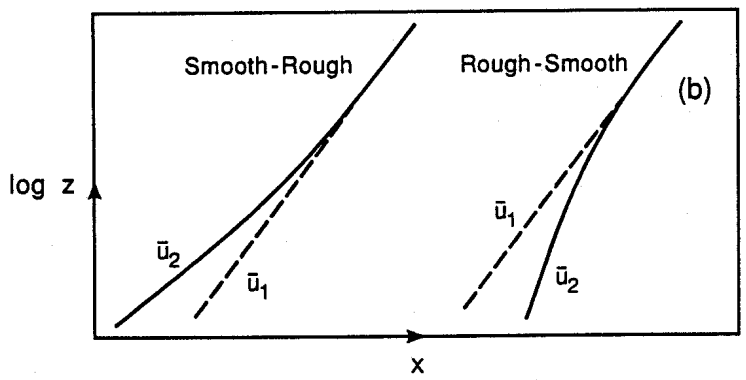

Fig.7.11: profili verticali del vento (sopravvento u_1 e sottovento u_2) ad una discontinuità (Kaimal e Finnigan, 1994).

Come riportato da Kaimal e Finnigan (1994), due sono i principali metodi proposti per descrivere l'evoluzione di δ rispetto alla distanza x sottovento alla linea di discontinuità.

Il primo è il modello semiempirico di Elliott (1958), espresso dalla relazione diagnostica seguente:

$$\frac{\delta}{z_{02}} = A\left(\frac{x}{z_{02}}\right)^{0.8} \qquad [7.11a]$$

dove:

$$A = 0.75 + 0.03 \cdot \ln\left(\frac{z_{01}}{z_{02}}\right) \qquad [7.11b]$$

Questo modello diagnostico è espresso da una relazione algebrica esplicita e quindi di uso molto semplice ed è sostanzialmente supportata dai dati sperimentali presentati da Bradley (1968), anche se con parecchie eccezioni.

Un altro modello, attribuito a Miyake e riportato in Panofsky e Dutton (1984), pare essere più rispettoso dei dati sperimentali, anche se la sua forma differenziale lo rende meno comodo a usarsi. La sua formulazione è la seguente:

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{B_1 u_{*2}}{U(x)} \qquad [7.12]$$

dove B_1 è una costante pari a circa 1 e u_{*2} è la *friction velocity* sulla zona sottovento alla discontinuità. Con le assunzioni seguenti:

$$U = \frac{u_{*2}}{k}\ln\left(\frac{z}{z_{02}}\right) \qquad [7.13a]$$

$$\delta(x=0) = z_{02} \qquad [7.13b]$$

la (7.12) può essere integrata ottenendo la relazione implicita seguente:

$$\frac{\delta}{x}\left[\ln\left(\frac{\delta}{z_{02}}\right) - 1\right] = B_1 k \qquad [7.14]$$

Come si può notare da sperimentazioni numeriche, la differenza tra i due modelli è estremamente contenuta.

I due modelli presentati sono estremamente semplici e molto approssimati; valutazioni più precise possono essere fatte impiegando modelli fisici più dettagliati. L'osservazione più interessante che emerge nell'analisi della (7.11) è che lo spessore dell'*IBL* crescerebbe all'infinito, cosa fisicamente non reale e che denota la limitatezza di questo modello (ed anche di quello di Miyake). In pratica l'impiego di tali modelli semplificati dovrà essere limitato a distanze ridotte (poche centinaia di metri dalla linea di discontinuità). In Garratt (1990) è presentata una *review* sull'argomento in cui vengono presentati maggiori dettagli modellistici sull'argomento.

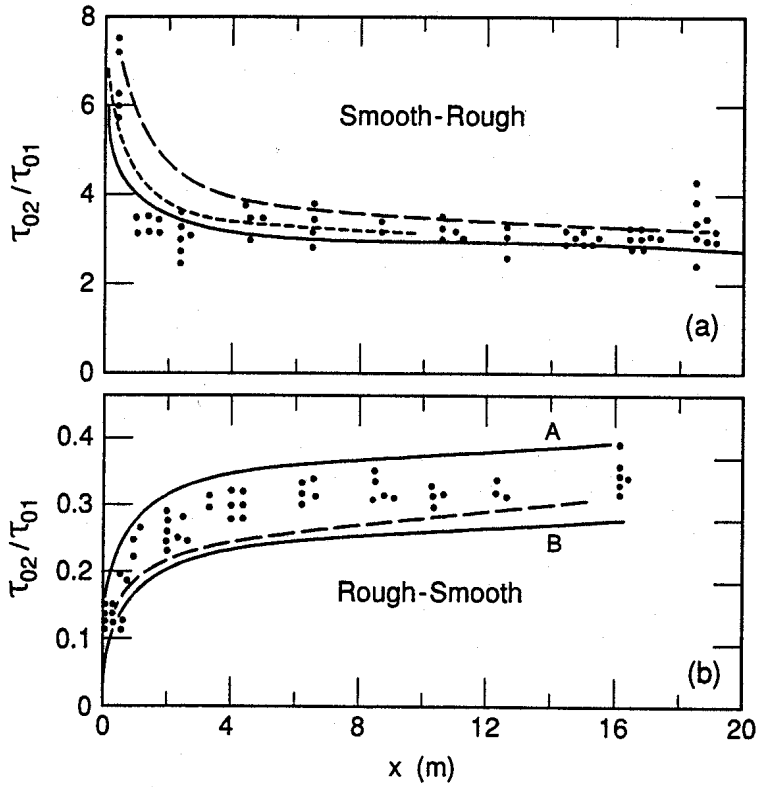

Fig 7.12: Variazione con la distanza sottovento dello stress superficiale (Kaimal e Finnigan, 1994).

E' interessante vedere come varia sottovento lo stress superficiale con la distanza x. Nella *Fig.7.12* sono raccolti i dati disponibili ed alcune valutazioni modellistiche. La parte *(a)* della figura evidenzia l'andamento dello stress superficiale con la distanza sottovento x se il vento proviene da una zona meno rugosa e si inoltra in una zona più rugosa. Questo improvviso incremento di rugosità produce un incremento notevole di stress, localizzato nei primi metri a valle della discontinuità che decresce progressivamente con x fino a raggiungere un livello di equilibrio. Un comportamento sostanzialmente *speculare* viene riscontrato quando la massa d'aria passa da una superficie più rugosa ad un'altra meno rugosa, come si può notare dalla parte *(b)* della Figura: in corrispondenza della discontinuità, lo stress crolla drasticamente per poi risalire gradualmente ad un valore di equilibrio.

7.2.2 DISCONTINUITÀ NEL FLUSSO DI CALORE SENSIBILE

L'esempio più tipico di una tale discontinuità è costituito dalla superficie marina più fredda che confina in corrispondenza della linea di costa con una terraferma più calda, cosa che frequentemente si verifica nelle ore diurne. In effetti nelle situazioni convettive lo sviluppo di un flusso turbolento di calore sensibile sulla terraferma, decisamente maggiore del flusso di calore che si può riscontrare sul mare, fa sì che le masse d'aria in avvicinamento subiscano un brusco cambio di temperatura e di input energetico. Quello che succede è anche in questo caso lo sviluppo di un IBL, però questa volta di origine termica (quindi di un *TIBL, Thermal Internal Boundary Layer*).

L'importanza del *TIBL* sta nel fatto che di fatto rappresenta la linea di separazione tra un flusso di aria dal mare verso la terraferma (*brezza di mare*) che scorre entro il *TIBL* e la controbrezza che scorre al

di sopra (*Fig.7.13)*.

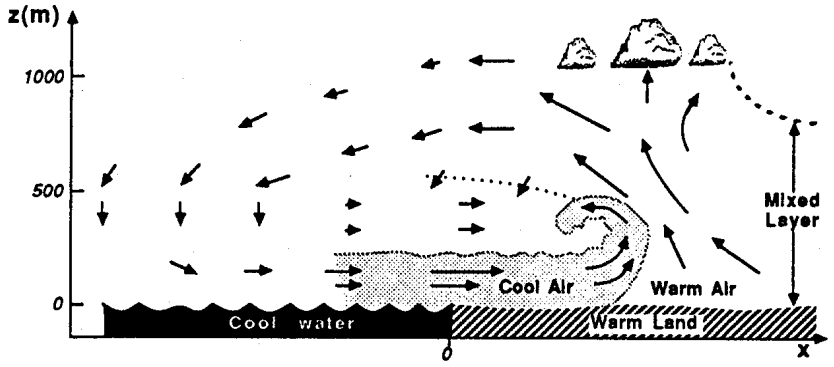

Fig.7.13: sviluppo di un TIBL e struttura della brezza di mare (Stull, 1988).

Quando si sviluppa il *TIBL*, il profilo di temperatura sopra la superficie marina è quello relativo ad una situazione stabile, mentre quello sopra la terraferma sarà di tipo convettivo, con l'*entrainment* localizzato alla sommità del *TIBL*, come si può vedere nella *Fig.7.14*.

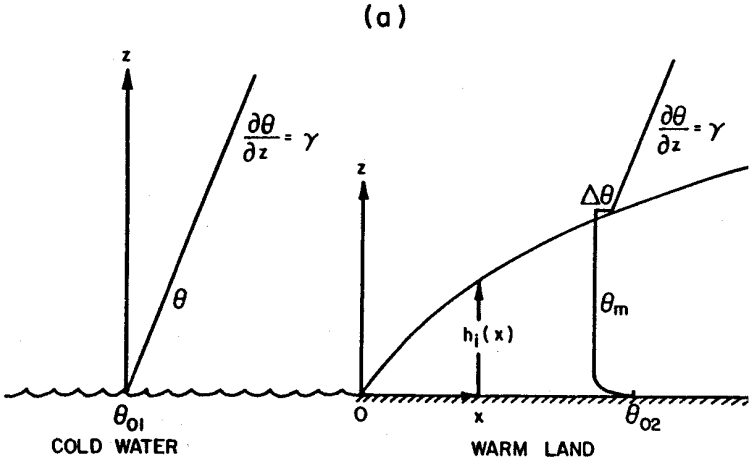

Fig. 7.14: struttura termica del TIBL (Arya, 1987).

Lo sviluppo del *TIBL* è stato studiato in forma semplificata da Venkatram (1988) ed il modello esplicito che si ottiene per la suaestensione verticale δ_t è il seguente (Arya, 1987):

$$\delta_t(x) = a \cdot \left[\frac{H_0 x}{\rho C_p \gamma U}\right]^{1/2} \qquad [7.15]$$

in cui la costante *a* vale 1.5 e γ è il gradiente di temperatura potenziale sopra il *TIBL*. La validità di tale relazione è limitata al caso in cui il profilo verticale della temperatura potenziale dell'aria sopra il mare aperto sia leggermente stabile (un valore tipico potrebbe essere 0.001 K/m). Sfortunatamente il bilancio radiativo superficiale all'interfaccia mare-aria è estremamente complicato e non presenta necessariamente un ben definito andamento diurno. Al di la dei limiti insiti nella derivazione della (7.15), va detto che la sua applicazione risulta complicata dalla dipendenza piuttosto forte di δ_t da γ (che come si è visto è un parametro difficile da determinare). Va rilevato che sono state prodotte anche relazioni

derivate dalla (7.15) in cui compare al posto di H_0 la differenza tra la temperatura del mare (Θ_{01}) e quella dell'aria sulla terraferma (Θ_{02}), come per esempio la seguente (Venkatram, 1988):

$$\delta_t(x) = 1.7 \cdot \left(\frac{u_*}{U}\right)\left[\frac{(\Theta_{02} - \Theta_{01})x}{\gamma}\right]^{1/2} \qquad [7.16]$$

di ancor più difficile applicazione pratica.

Un altro modello semplificato e verificato con estese sperimentazioni è quello proposto da Kerman e al. (1982). Consideriamo una situazione di brezza di mare in cui il vento spiri dal mare verso la terraferma e consideriamo un punto sulla terraferma distante x dalla linea di costa (distanza ovviamente misurata lungo la direzione del vento). La situazione sia convettiva sulla terraferma e nel punto x il flusso turbolento di calore sensibile presenti un andamento variabile nel tempo $H_0(t)$ noto. Per comodità, invece di H_0, si consideri il *Buoyancy Flux* B_0, definito come:

$$B_0 = \frac{g}{T} \cdot \frac{H_0}{\rho C_p} \qquad [7.17]$$

Ovviamente, visto che $H_0(t)$ presenterà un valore massimo nell'arco delle ore convettive, anche B_0 mostrerà un massimo, che indicheremo come $(B_0)_{max}$. Se si utilizza una nuova scala dei tempi in cui t è il tempo contato a partire dall'inizio della convettività, al tempo t si avrà:

$$I_B = \int_0^t B_0(t)dt \qquad [7.18]$$

Questo integrale può anche essere scritto formalmente nel modo seguente:

$$I_B = (B_0)_{\max}\tau \qquad [7.19a]$$

da cui:

$$\tau = I_B/(B_0)_{\max} \qquad [7.19b]$$

E' possibile, a questo punto, definire un'*altezza effettiva* H_e, che avrà il significato di massima estensione verticale della perturbazione termica, nel modo seguente:

$$H_e = \sqrt{\frac{I_B}{N^2}} \qquad [7.20]$$

dove N è la frequenza di Brunt Vaisala caratteristica del profilo termico sopra la superficie marina (che ricordiamo è almeno leggermente stabile). Premesso ciò, il *TIBL* che si verrà a formare sopra la terraferma non potrà estendersi verticalmente all'infinito e a tal proposito gli autori hanno ottenuto un'espressione per *l'altezza di equilibrio del TIBL* h_e, definita nel modo seguente:

$$h_e = \begin{cases} 1.8H_e\left(\dfrac{x}{u\tau}\right) & \text{per } \dfrac{x}{u\tau} < 1 \\ 1.8H_e & \text{altrimenti} \end{cases} \qquad [7.21]$$

In questa relazione u è la velocità del vento. Risulta immediatamente evidente come h_e dipenda non solo dal livello di convettività raggiunto sulla terraferma, ma anche dalla distanza dalla costa, cosa che si riscontra effettivamente nella realtà sperimentale. In realtà non è detto che l'estensione verticale del *TIBL* raggiunga sempre la sua estensione massima così individuata. Per ottenerne un'espressione più realistica è opportuno definire una *distanza adimensionale* definita come:

$$\hat{x} = \frac{x w_*}{u h_e} \qquad [7.22a]$$

dove:

$$w_* = \left(\frac{I_B}{\tau} h_e \right) \qquad [7.22b]$$

A questo punto, gli autori deducono con semplici ragionamenti l'estensione verticale reale del *TIBL* in funzione della distanza dalla linea di costa, ottenendo la relazione seguente:

$$\delta_t(x) = \begin{cases} 0.54 h_e \hat{x}^{1/2} & \text{per } \hat{x} < 3.5 \\ h_e & \text{altrimenti} \end{cases} \qquad [7.23]$$

Nell'articolo citato vengono mostrati i dati rilevati in due giornate differenti e da essi si può notare come il *TIBL* sia stato rilevato fino a 25 km dalla costa.

Un modello estremamente interessante per la descrizione dell'evoluzione del *TIBL* è stato proposto da Gryning e Batchvarova (1990). La situazione considerata è ancora quella rappresentata in *Fig.7.14*. Il modello considera quindi una situazione in cui:

- al di sopra del *TIBL* il profilo verticale di temperatura potenziale presenta un gradiente medio pari a γ, sostanzialmente coincidente col gradiente di temperatura potenziale che si riscontra al di sopra della superficie marina a quote dell'ordine di qualche centinaia di metri;

- sopra la terraferma il flusso turbolento di calore sensibile medio sia pari a H_0 ed il valore medio delle *friction velocity* sia pari a u_*. Noti questi valori ed il valore della temperatura media dell'aria sopra la terraferma risulta immediatamente identificabile il valore caratteristico della lunghezza di Monin-Obukhov L.

La teoria che sta alla base di questo modello non è molto differente da quella che ha condotto gli autori all'individuazione dell'evoluzione temporale della sommità del *PBL* per il terreno omogeneo (teoria presentata al Cap.6). Rimandando per i dettagli al riferimento citato, il risultato finale è che l'altezza h del *TIBL* ad una distanza x dalla linea di costa è la soluzione dell'equazione seguente:

$$\frac{(u_h - R u_*)}{1+2A} \cdot \left\{ \frac{h^2}{2} + \frac{2BkL}{1+2A} h + \left(\frac{2BkL}{1+2A} \right)^2 \cdot \ln\left(-\frac{1+2A}{2BkL} h + 1 \right) \right\} + \\ + \frac{B u_*^2 u_h T}{C \gamma g (1+A)} \cdot \ln\left(-\frac{1+A}{BkL} h + 1 \right) = \frac{H_0}{\rho C_p \gamma} x \qquad [7.24a]$$

in cui u_h è la velocità del vento alla quota h e le costanti numeriche A,B,C assumono rispettivamente i

valori 0.2, 5, 1.3. Per quanto riguarda *R,* essa è data dalla relazione seguente:

$$R = \frac{1-(1-16\,h/L)^{3/4}}{12k(h/L)} \qquad [7.24b]$$

La (7.24a) e la (7.24b) insieme producono un'equazione non lineare in h, che può essere risolta impiegando metodi numerici.

Il pregio di questo modello sta nel fatto che nella determinazione dell'estensione verticale del *TIBL* tiene conto non solo dei meccanismi convettivi, ma anche di quelli meccanici. Il problema, però, che tale modello presenta è la sua incapacità a raggiungere un'altezza di equilibrio a grandi distanze dalla linea di costa.

7.3 SUPERFICIE COPERTA DALLA VEGETAZIONE

Estese porzioni di terraferma sono ricoperte dalla vegetazione che si presenta in forme e dimensioni diverse a seconda della latitudine. Si passa da coltivazioni di cereali ed erba, quindi vegetazione abbastanza bassa, alle foreste tropicali con estensioni verticali estremamente rilevanti. La presenza della vegetazione è un elemento che può recare perturbazioni profonde al *PBL* sovrastante ed indurre alterazioni climatiche, fondamentali per la vista della Terra. Il tema è estremamente complesso ed affascinante e non sarà possibile qui trattarlo in maniera sufficientemente estesa, pertanto qui di seguito ci limiteremo ad una breve presentazione sull'argomento, ampiamente basata su Oke (1987].

7.3.1 CARATTERISTICHE GENERALI

Una superficie con copertura vegetale (erba, piante e vegetazione in genere) rappresenta un sistema molto complesso non solo dal punto di vista geometrico, ma anche per il fatto che gli elementi strutturali presenti sulla superficie terrestre interagiscono con l'ambiente esterno in maniera decisamente *attiva*.

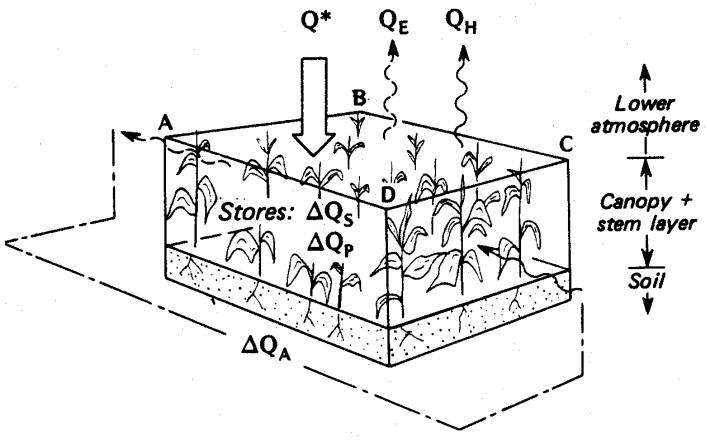

Fig.7.15: volume di controllo per il bilancio energetico globale di una copertura vegetale.

Per studiare *globalmente* un tale sistema è conveniente individuare un volume di controllo costituito superiormente da una superficie che rappresenti l'inviluppo superiore di tutta la vegetazione ed una

superficie inferiore posta nel sottosuolo ad una profondità in cui sia praticamente nullo il flusso verticale di calore. Ciò è rappresentato schematicamente nella *Fig.7.15*. Il bilancio energetico semplificato di questo sistema (visto nel suo complesso senza dettagliare i singoli componenti della copertura vegetale) è dato dalla relazione seguente:

$$R_N = H_0 + H_E + \Delta Q_S + \Delta Q_P + \Delta Q_A \qquad [7.25]$$

in cui:

- il termine ΔQ_S è lo *storage fisico di calore*, cioè l'assorbimento o il rilascio di calore dall'aria, dal suolo e dalla biomassa vegetale presente (foglie, rami, fusti, ecc.);
- il termine ΔQ_P rappresenta lo *storage biochimico* e rappresenta il calore necessario per assimilare la CO_2 mediante il processo di *fotosintesi*;
- il termine ΔQ_A, spesso trascurabile, rappresenta il trasporto orizzontale di calore causato dalla geometria e dalla struttura fisica dell'ambiente circostante il nostro volume di riferimento.

Se si trascura il termine avvettivo, il bilancio energetico indicato rappresenta il flusso verticale di calore attraverso la superficie *ABCD* di *Fig.7.15*.

L'elemento attivo presente in una superficie coperta dalla vegetazione è proprio il comportamento della vegetazione dal punto di vista *biochimico*, comportamento che può essere sintetizzato attraverso il processo di *fotosintesi* in base al quale, almeno in prima approssimazione, la disponibilità di CO_2 e di H_2O e di radiazione ad onda corta determina la creazione di carboidrati (CH_2O) e quindi l'accrescimento della pianta, secondo la relazione approssimata:

$$CO_2 + H_2O + \text{luce} \rightarrow (CH_2O) + O_2 \qquad [7.26]$$

I tasso di assimilazione di CO_2 per la fotosintesi sia P ($g\cdot(m^2h)^{-1}$). Oltre a ciò, la pianta presenta anche il fenomeno noto come *respirazione*, secondo cui il vegetale consuma (brucia) carboidrati per restituire all'aria CO_2, secondo la relazione approssimata seguente:

$$(CH_2O) + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O + \text{energia di combustione} \qquad [7.27]$$

Il tasso di perdita di CO_2 per respirazione sia R. Pertanto il *tasso netto di fotosintesi* è pari a:

$$\Delta P = P - R \qquad [7.28a]$$

ed il tasso di calore coinvolto nel processo fotosintetico è quindi dato da:

$$\Delta Q_P = \Phi \cdot \Delta P \qquad [7.28b]$$

dove Φ è il calore di assimilazione del carbonio, pari a circa 3.2 $W\cdot m^{-2}$ per $g\cdot(m^2h)^{-1}$ di CO_2.

Durante le ore diurne, P è maggiore di R, cioè $\Delta P>0$ e quindi la vegetazione rappresenta un *utilizzatore di CO_2*. Come ordine di grandezza, in corrispondenza a valori massimi di 2÷5 $g\cdot(m^2h)^{-1}$ per ΔP,

corrisponde un ΔQ_P di 6÷16 W·m^{-2}. Durante le ore notturne ΔP risulta negativo e quindi la vegetazione diventa *una sorgente di* CO_2. L'ordine di grandezza del valore notturno è pari a circa 1 g(m^{2}h)$^{-1}$ e quindi ΔQ_P risulta pari a circa -3 W·m^{-2}. Da quanto si è visto il termine ΔQ_P non è molto elevato e spesso lo si può trascurare nel bilancio di energia, anche se la sua influenza risulta fondamentale da altri punti di vista.

Il mezzo impiegato dalla vegetazione per realizzare questo scambio di CO_2 è rappresentato dagli *stomi*, cioè da pori presenti sulle foglie schematicamente rappresentati in *Fig.7.16*. La loro dimensione longitudinale è dell'ordine di 10÷30 μm e quella trasversale, nelle ore diurne quando gli stomi sono aperti, è dell'ordine di 10 μm, mentre di notte, quando restano chiusi è nulla. La loro densità è pari a 50÷500 stomi·mm^{-2} di foglia e, quando sono aperti, l'area da essi occupata è pari a circa 0.3÷1% dell'intera area fogliare. Per alcuni tipi di piante gli stomi sono presenti su entrambe le superfici delle foglie, mentre per altre lo sono solo sulla superficie inferiore.

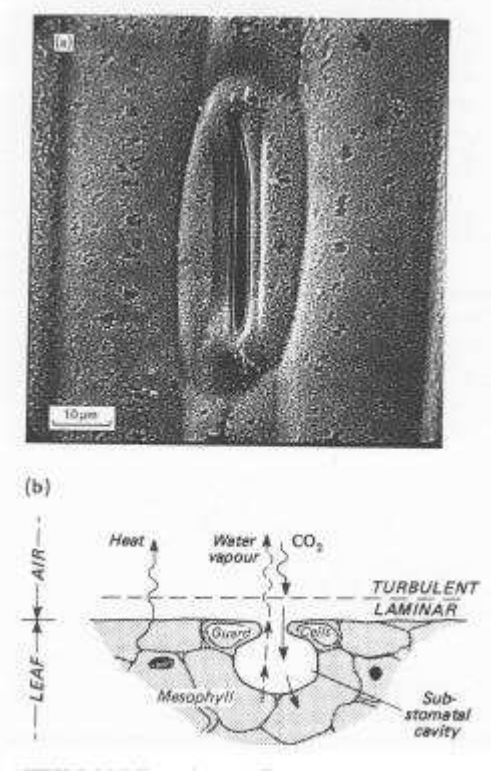

Fig.7.16: visione schematica degli stomi (Oke, 1987).

La loro funzione è quella di *valvole di regolazione* nel processo di trasferimento di H_2O e CO_2 tra pianta ed atmosfera. In effetti, all'alba, le *cellule di guardia* presenti negli stomi registrano la presenza di radiazione ad onda corta e comandano l'apertura degli stomi. A questo punto gli stomi presentano all'aria la loro superficie interna dove realizzano l'assorbimento di CO_2 ed il rilascio di H_2O. Pertanto l'evaporazione di acqua (*traspirazione*) è una conseguenza inevitabile della fotosintesi. Il grado di apertura degli stomi dipende dall'intensità luminosa, dalla temperatura ambiente e dalla concentrazione di CO_2. Quando la luce diviene insufficiente oppure quando il contenuto di acqua della pianta è molto basso a causa di eccessiva traspirazione della pianta stessa (*stress idrico* della pianta), le cellule di guardia chiudono gli stomi impedendo la fotosintesi e la traspirazione e quindi regolando gli scambi di massa con l'esterno. Questo meccanismo di regolazione fa dell'attività stomatica un potente agente

regolatore del clima.

Anche la forma geometrica della vegetazione riveste un ruolo importante negli scambi con l'aria circostante. Le forme possibili sono tantissime. Se consideriamo per esempio prati e colture di cerali, possiamo vedere che la vegetazione può essere vista come uno strato omogeneo sulla verticale. Viceversa colture di mais, girasole, patate e molti alberi presentando le foglie prevalentemente nella parte alta delle piante determinano una *canopy layer* cioè uno strato di aria sotto le fronde, con caratteristiche fisiche molto differenti dall'aria sovrastante. Pertanto l'atmosfera sopra il suolo si divide in due strati principali, uno sotto le fronde della vegetazione (la *canopy layer*) e la parte sopra le fronde. Nel caso delle foreste tropicali, la struttura della vegetazione è tale da definire diverse *canopy layer* sovrapposti.

Se consideriamo il profilo verticale della velocità del vento sopra la vegetazione in una situazione quasi adiabatica, notiamo che vale la solita legge logaritmica. Estendendo verso il basso tale profilo, notiamo che tale profilo potrà essere espresso dalla relazione seguente (*Fig.7.17*)

$$u_z = \frac{u_*}{k} \ln\left(\frac{z-d}{z_0}\right) \qquad [7.29]$$

dove d è lo *zero plane displcement height* già introdotto al Cap.6 e spesso dell'ordine di 2/3 l'estensione verticale della vegetazione. Pertanto la superficie a quota d rappresenta la superficie attiva per lo scambio di quantità di moto tra vegetazione e atmosfera. In realtà, come si vedrà poi, il vento non si annulla a $d+z_0$, ma il profilo entro il *canopy* presenterà un andamento ben diverso da quello logaritmico che però si raccorderà gradualmente col profilo logaritmico, innalzandosi sopra la copertura vegetale.

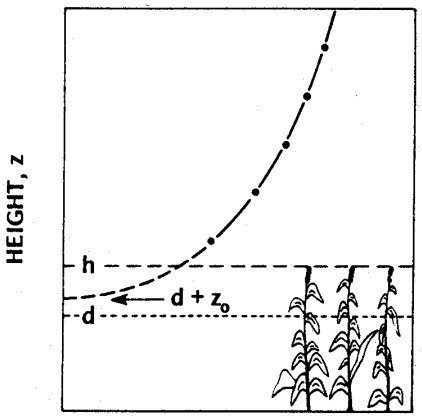

Fig.7.17: il profilo verticale del vento e lo zero plane displacement height (Oke,1987).

Analogo comportamento presentano anche il profilo di temperatura media, di umidità media e di concentrazione media di CO_2.

7.3.2 LA SPECIFICITÀ DELLE FOGLIE

Iniziamo ora a studiare più nel dettaglio la copertura vegetale. L'elemento base di ogni copertura vegetale è la foglia e quindi è conveniente un suo studio più approfondito.

L'analisi energetica prende le mosse dalle loro proprietà ottiche ed in particolare dal coefficiente di riflessione, trasmissione ed assorbimento riportati in *Fig.7.18* in funzione della lunghezza d'onda della radiazione incidente.

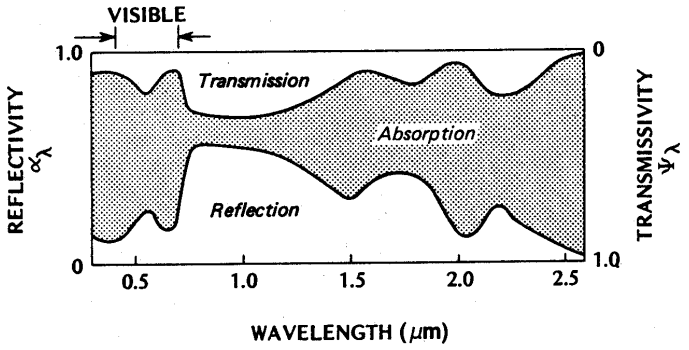

Fig. 7.18: coefficiente di trasmissione, riflessione ed assorbimento di una foglia (Oke,1987).

Da questa figura si vede come si abbia un massimo relativo di assorbimento per una radiazione ad onda corta nell'intervallo spettrale 0.4÷0.7μm (blu–rosso) ed a questo assorbimento corrisponda l'assorbimento energetico necessario per alimentare il processo di fotosintesi. Per questo la radiazione appartenente a questa finestra spettrale prende il nome di *PAR* (*Photosyntetically Active Radiation*) e rappresenta l'energia che la pianta decide di impiegare a proprio profitto. All'interno di questo intervallo spettrale c'è un picco di riflettività corrispondente al verde, ragione questa della colorazione verde che caratterizza gran parte della vegetazione. Se però consideriamo la parte infrarossa, o meglio il *vicino infrarosso* (*NIR*, corrispondente all'intervallo 0.71÷4.0 μm), vediamo che la riflessione è molto elevata e l'assorbimento è basso. Ciò sta a significare che la foglia rifletterà la maggior parte della radiazione NIR, lasciando il calore corrispondente all'ambiente e mantenendo nel contempo moderata la propria temperatura superficiale.

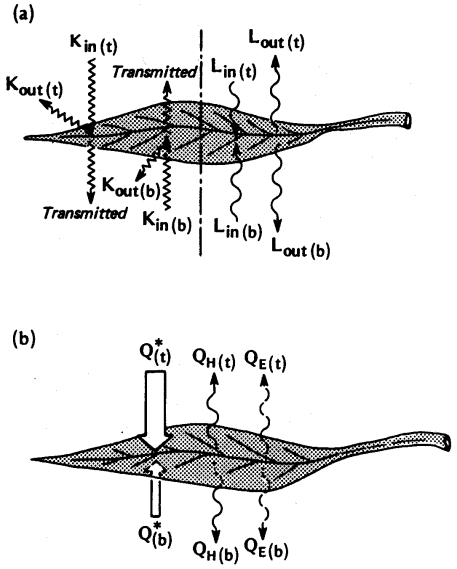

Fig.7.19: bilancio radiativo ed energetico di una foglia (Oke,1987).

In pratica, facendo riferimento alla *Fig.7.19*, è ora possibile definire il bilancio radiativo ed energetico. Questi bilanci, che dettagliano gli analoghi bilanci presentati al paragrafo precedente, sono complicati

dal fatto che le foglie presentano due superfici attive orientate in direzioni opposte. Nella parte (a) della Figura sono evidenziati i vari contributi ad onda corta (indicati con la lettera K e con il il pedice t per indicare che il termine si riferisce alla superficie superiore e con il pedice b quando si riferisce alla superficie inferiore), ad onda lunga (indicati con la lettera L ed i pedici hanno lo stesso significato già indicato.

Nella parte (b) della *Fig.7.19*, è presentato il bilancio di energia. In tale figura con il simbolo Q_* si è indicata la somma della radiazione ad onda corta e ad onda lunga, con Q_H i flussi di calore sensibile e con Q_E i flussi di calore latente. Se si ignorano termini di importanza limitata e se si impiega la solita simbologia, il bilancio di energia può essere così espresso:

$$\left(R_N\right)_{foglia} = \left(H_0\right)_{foglia} + \left(H_E\right)_{foglia} \qquad [7.30]$$

Il flusso di calore sensibile può anche essere espresso impiegando il concetto di *resistenza alla diffusione del calore* r_b:

$$\left(H_0\right)_{foglia} = \rho C_p \left(T_0 - T_a\right)/r_b \qquad [7.31]$$

dove T_0 è la temperatura superficiale della foglia e T_a è la temperatura dell'aria. Pertanto dalle due relazioni precedenti si ha che:

$$T_0 = T_a + \frac{r_b}{\rho C_p}\left(\left(R_n\right)_{foglia} - \left(H_E\right)_{foglia}\right) \qquad [7.32]$$

Questa relazione è estremamente interessante per le ragioni seguenti:

- la temperatura dell'aria è fondamentale nel determinare la temperatura della foglia;
- il fatto che la temperatura della foglia sia inferiore o superiore a quella dell'aria, dipende dalla differenza tra la radiazione netta ed il flusso latente;
- la resistenza alla diffusione del calore è un parametro di controllo importante. Se il suo valore è piccolo, la temperatura della foglia sarà fortemente accoppiata alla temperatura dell'aria.

7.3.3 PIANTE, COLTIVAZIONI, FRUTTETI E FORESTE

I meccanismi cui abbiamo accennato parlando delle foglie prese singolarmente sono sicuramente complessi, ma non così complessi come i meccanismi che regolano il bilancio radiativo ed energetico che hanno luogo quando le foglie si compongono in piante, coltivazioni frutteti e foreste. La difficoltà principale è data dal fatto che in una struttura vegetale complessa le foglie si dispongono in geometri complicate ed apparentemente casuali, difficili da descrivere.

Per quanto riguarda le coltivazioni e comunque i vegetali con limitato sviluppo superficiale, la prima cosa che stupisce è la complessità con cui la coltivazione cattura l'acqua, elemento vitale per la sua crescita. Rimandando per i dettagli a Oke (1987), vale la pena mostrare la *Fig.7.20*, in cui sono indicati i vari meccanismi messi in atto dalla coltivazione per catturare e conservare l'acqua.

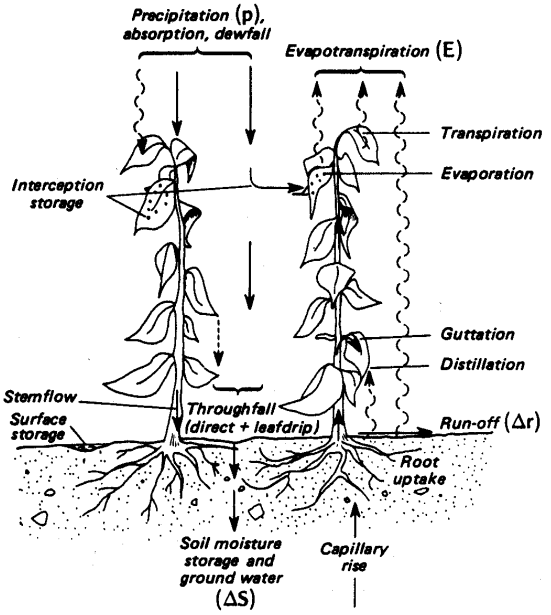

Fig.7.20: meccanismi di cattura ed immagazzinamento dell'acqua (Oke,1987).

Per quanto riguarda, invece, i flussi di CO_2, si può far riferimento alla *Fig.7.21*, in cui sono presentati i valori orari nei vari mesi della crescita di un prato. Come si può vedere dalla figura (in cui il flusso di CO_2 è considerato positivo se si instaura dall'aria alla pianta), si hanno flussi ascendenti (rilasci di CO_2 da parte della vegetazione) nelle ore notturne, per la respirazione della vegetazione, mentre i flussi sono diretti verso la vegetazione (assorbimento di CO_2 per fotosintesi) durante le ore diurne. Le diversità stagionali sono legate alla disponibilità di acqua nel suolo; se il suolo è povero di acqua e la coltivazione anche (stress idrico) e se la temperatura delle foglie della vegetazione è alta, la fotosintesi viene ridotta e quindi si riduce di conseguenza anche il flusso di CO_2.

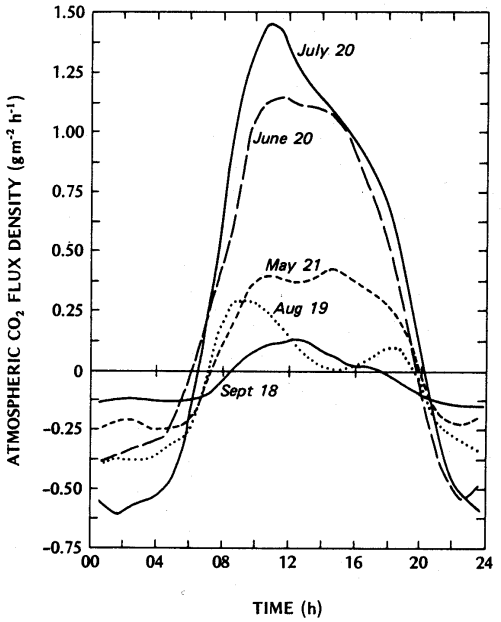

Fig.7.21: flussi orari di CO_2 in differenti mesi e in diversi stadi di crescita di un prato (Oke, 1987).

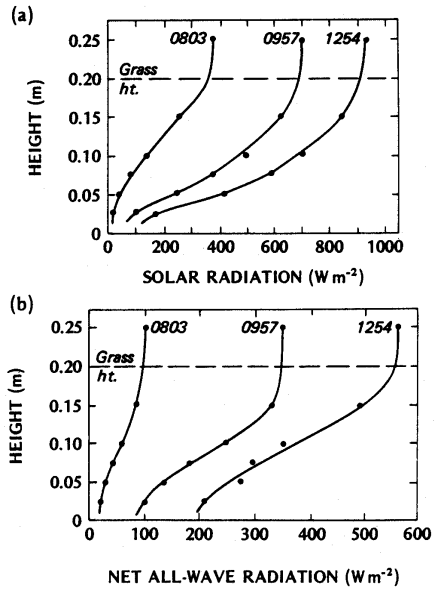

Fig.7.22: variazione della radiazione globale e netta entro la vegetazione (Ripley e Redmann, 1976).

Se consideriamo il bilancio di radiazione, va subito rilevato come la radiazione globale diminuisca con l'abbassarsi entro la vegetazione, seguendo la legge di *Beer*, in cui il fattore di estinzione risulta proporzionale all'integrale di tutta la superficie fogliare presente nel volume di controllo. Comportamento analogo presenterà anche la Radiazione Netta, come illustrato in *Fig.7.22*. Pertanto, il coefficiente di albedo è un parametro complesso il cui valore globale presenta una diminuzione con l'aumentare dell'altezza della coltura (*Fig.7.23*), col tipo di coltura e con l'angolo di elevazione solare (*Fig.7.24*).

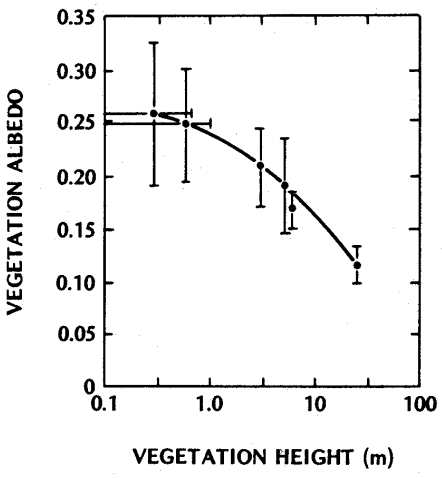

Fig.7.23: variazione del coefficiente di albedo con l'altezza media della coltivazione (Oke, 1987).

Alla luce di quanto fin qui considerato, nella *Fig.7.25* è illustrato un tipico bilancio radiativo (parte a) ed un tipico bilancio energetico (parte b). Senza entrare nei dettagli, l'elemento che più desta interesse è l'elevato valore del flusso turbolento di calore latente che, a volte nel pomeriggio, risulta addirittura superiore alla Radiazione Netta.

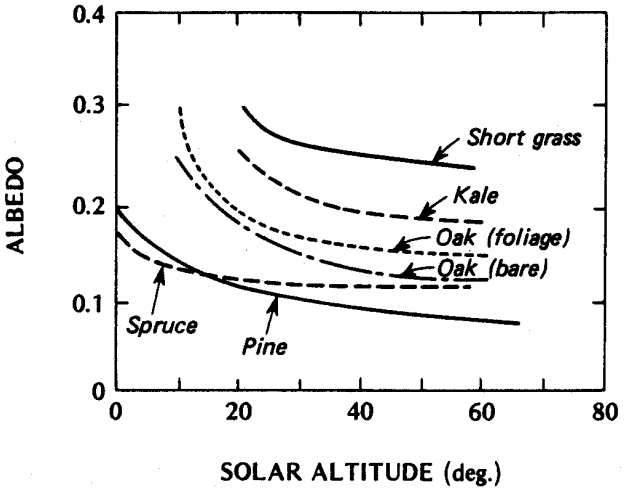

Fig.7.24: variazione del coefficiente di albedo con il tipo di coltivazione e l'angolo di elevazione solare coltivazione (Oke, 1987).

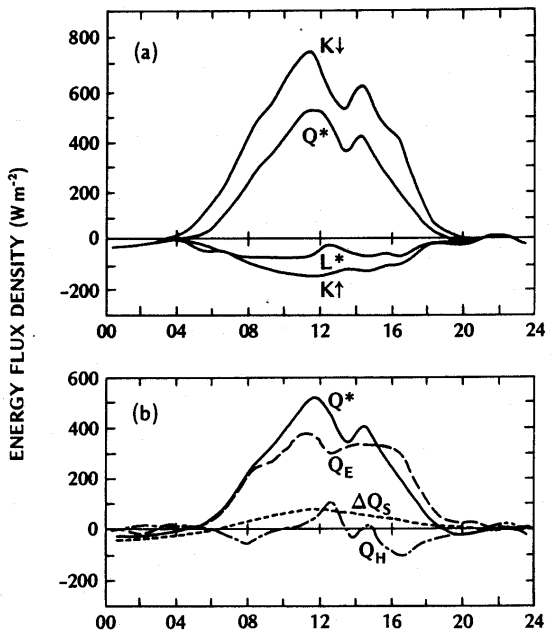

Fig.7.25: bilancio radiativo ed energetico per una coltivazione (Oke, 1987).

Se ora consideriamo le foreste ed i boschi, notiamo alcune caratteristiche che le distinguono dalle coltivazioni in generale, tra l'altro, perché:

- normalmente presentano le chiome molto dense e vicine che costituiscono quasi uno strato vegetale aereo continuo, mentre al di sotto di tale strato si incontra una zona di aria relativamente libera tra i tronchi, disposti in maniera abbastanza regolare;

- la quantità di biomassa presente è notevole e ciò dovrebbe incrementare gli *storage* termici.

Per quanto riguarda gli scambi radiativi, la zona interessata è quella della chioma della foresta, mentre

la zona dei tronchi riveste un'importanza minore. Schematicamente, dal punto di vista degli scambi radiativi, un bosco può essere visto come uno strato *aereo* con un ben preciso confine superiore ed inferiore come mostrato in *Fig.7.26*.

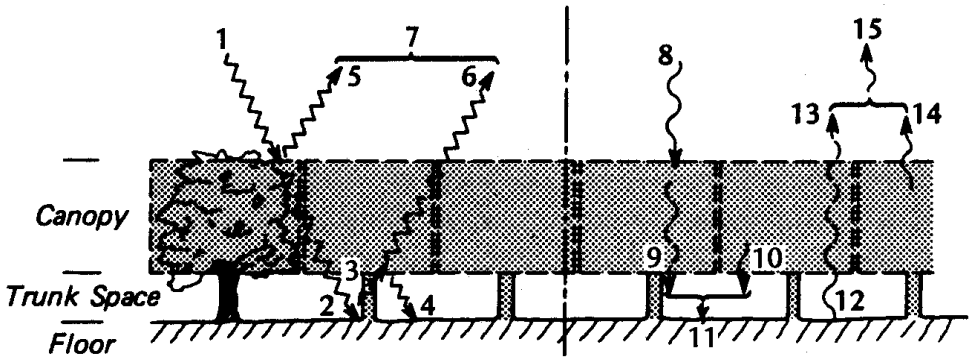

Fig.7.26: rappresentazione schematica di un bosco (*Oke, 1987*).

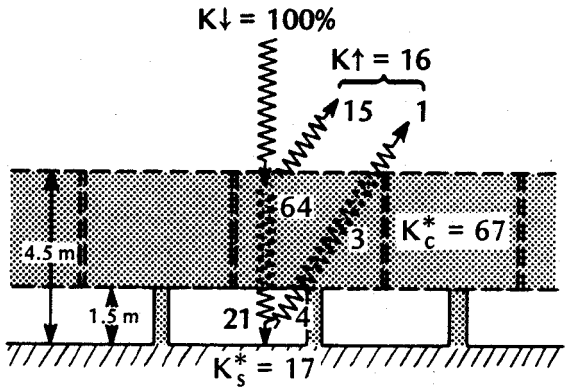

Fig.7.27: i flussi di radiazione ad onda corta (*Oke,1987*).

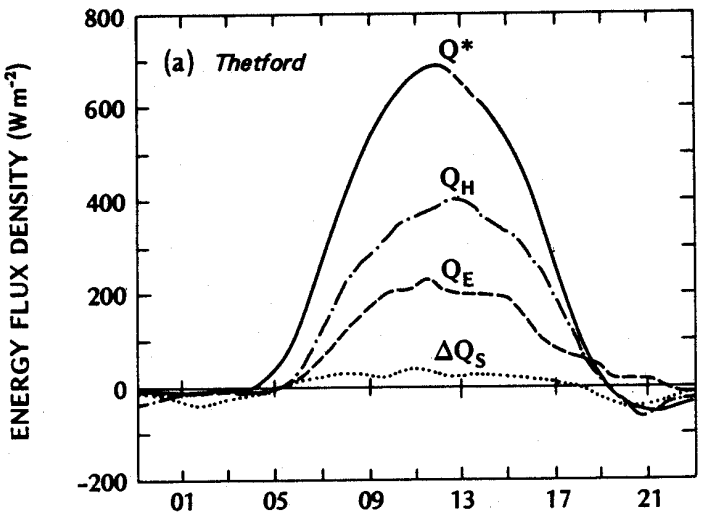

Fig.7.28: tipico bilancio energetico per una foresta (Oke, 1987).

Questa geometria determina una drastica riduzione della radiazione ad onda corta che raggiunge il suolo (come si vede in *Fig.7.27*) ed inoltre un intrappolamento di radiazione ad onda lunga emessa dalla base della chioma. Per quanto riguarda, invece il bilancio energetico, non è facile determinare un andamento generale. L'unica cosa che si può dire è che normalmente il flusso turbolento di calore latente risulta superiore al sensibile, come si può vedere nella *Fig.7.28*.

7.3.4 FLUSSI SOPRA LA VEGETAZIONE

Se consideriamo i profili verticali delle principali variabili meteorologiche medie e degli altri indicatori della turbolenza del *PBL* (come per esempio le varianze), notiamo che, detto h_c l'estensione media verticale della vegetazione, a quote superiori a $2 \div 3h_c$ (quest'ultimo valore è consigliato da Kaimal e Finnigan,(1994) la situazione è quella normalmente incontrata nel *PBL* con un suolo nudo e senza vegetazione. In effetti sono del tutto applicabili le relazioni di Similarità di Monin-Obukhov per il *SL*, purché in queste relazioni si sostituisca la quota z con $(z-d)$. Va rilevato che anche in questo caso, nei profili verticali della velocità media del vento, della temperatura potenziale (virtuale) e dell'umidità compariranno rispettivamente le lunghezze di rugosità z_0, z_h e z_q che esprimono la capacità della *canopy vegetale* di assorbire o emettere rispettivamente quantità di moto, calore ed umidità.

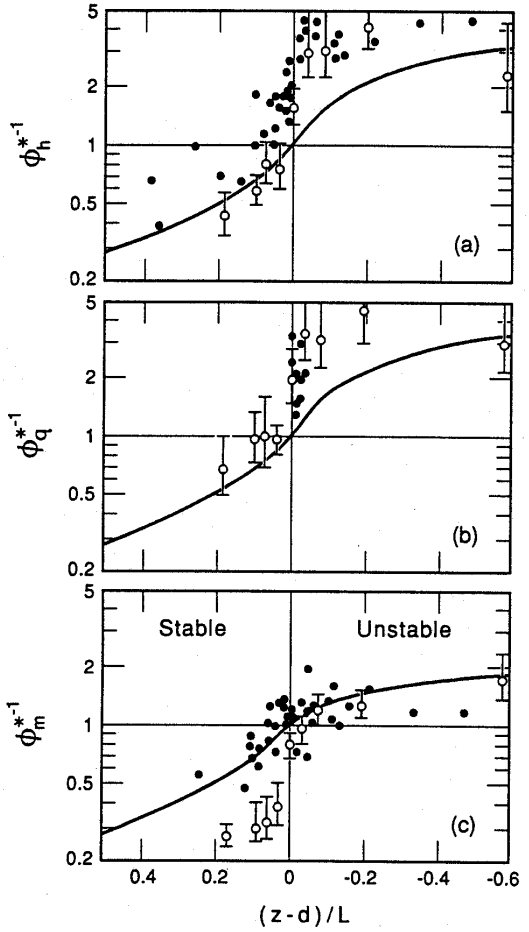

Fig 7.29: Coefficienti di diffusione turbolenta misurati e previsti dalla teoria della Similarità (Shuttleworth, 1989).

E' interessante però considerare come varia z_0. Se immaginassimo di avere inizialmente un suolo nudo e di inserirvi un numero sempre crescente di alberi con chioma, z_0 aumenterà fino al punto in cui le chiome si incominceranno ad unire tra loro dopo di che questo aumento cesserà perché si instaurerà un *effetto di schermo* che riduce la capacità individuale delle piante di assorbire quantità di moto. Il valore massimo assunto da z_0 sarà prossimo a $h_c/5$.

Alle quote tra h_c e $3h_c$ la situazione è di *transizione*, nel senso che si nota un lento scostarsi dei profili dal loro comportamento tipico entro il *SL* verso una situazione molto più complessa, tipica dello strato di aria esistente tra la vegetazione. Il sintomo più importante che si riscontra è l'aumento dei coefficienti di diffusione turbolenta K_m, K_h e K_q, rispetto ai valori previsti dalla Similarità e pari rispettivamente a $[ku_*(z-d)\cdot\Phi_m^{-1}]$, $[ku_*(z-d)\cdot\Phi_h^{-1}]$ e $[ku_*(z-d)\cdot\Phi_q^{-1}]$. Nella *Fig.7.29* vediamo i valori misurati in questo strato in alcune campagne sperimentali messi a confronto con gli andamenti teorici dedotti dalla Similarità.

7.3.5 LA SITUAZIONE ENTRO LA CANOPY VEGETALE

Da quanto appena detto ci si deve aspettare che la situazione entro la *canopy* sia molto diversa da quella prevista dalla Similarità. Dato che la copertura vegetale può essere la più varia, è conveniente considerare la situazione più studiata, rappresentata da foreste abbastanza omogenee con chioma alta. Una tale situazione è abbastanza rappresentativa anche di coltivazioni di mais e di cereali. Prendiamo in considerazione inizialmente il profilo verticale del vento medio, della covarianza $\overline{u'w'}$ (ovviamente in coordinate *stream-line*) e delle varianze σ_u e σ_w.

Fig.7.30: volume di mediazione per le variabili micrometeorologiche entro la canopy vegetale (Kaimal e Finnigan, 1994).

Prima di analizzare i risultati disponibili è opportuno fare alcune considerazioni sopra il concetto di media. Vista la disomogeneità spaziale esistente entro la *canopy* vegetale, la media da adottare più che una media temporale sarà una media spaziale: in pratica, ad ogni quota *z* entro la *canopy,* si individuerà uno strato sottile di aria parallelo al terreno e che si estenderà orizzontalmente in maniera da

comprendere parecchie piante, come mostrato nella *Fig.7.30*. Quindi il *volume di mediazione* considerato sarà costituito solo dal volume di aria libera, cioè dal volume totale dello strato meno il volume occupato dai tronchi degli alberi.

Consideriamo ora la *Fig.7.31*, che organizza alcuni dei dati ottenuti sperimentalmente. Nella parte (a) è illustrato il profilo della velocità del vento normalizzata rispetto a $u(h_c)$ in funzione della quota normalizzata z/h_c. Quello che si nota immediatamente è che il profilo non è di tipo logaritmico. Entro la *canopy* e al di sopra $z/h_c = 0.5$ tale profilo può essere approssimato dalla relazione seguente:

$$\frac{u}{u(h_c)} = \exp[-\nu_e(1 - z/h_c)] \qquad [7.33]$$

dove ν_e è il *coefficiente di estinzione*, proporzionale all'area occupata dalle foglie degli alberi nell'intera *canopy*.

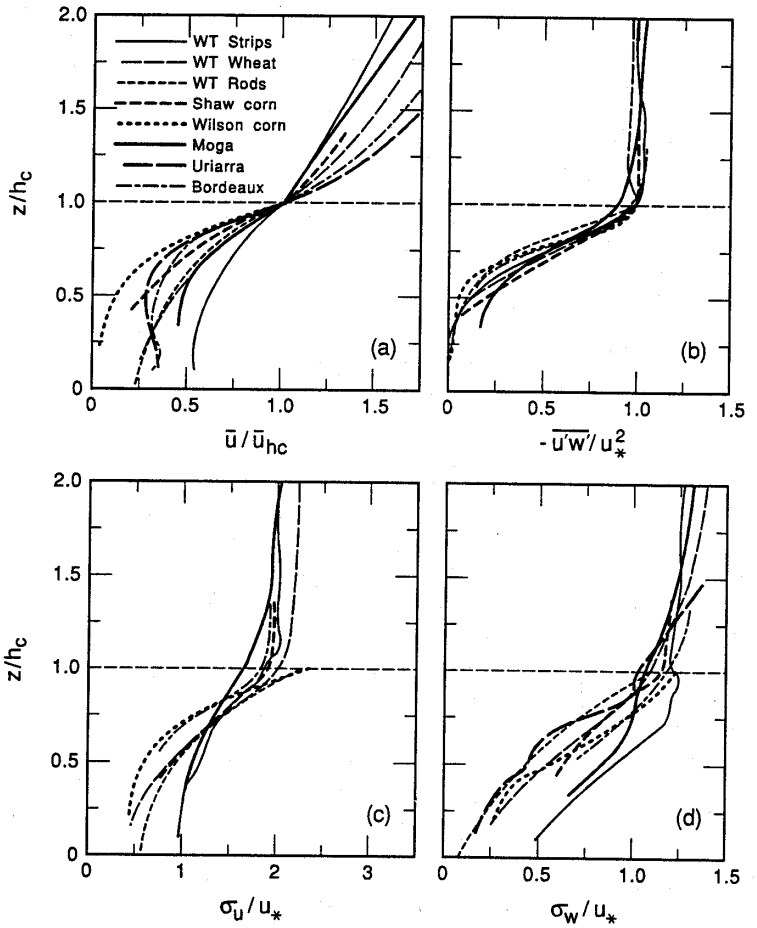

Fig.7.31: valori osservati di velocità media del vento, stress e standard deviation della componente u e v entro la canopy vegetale (Kaimal e Finnigan, 1994).

Se poi consideriamo la parte (b) della figura dove è graficata la covarianza $\overline{u'w'}$ normalizzata rispetto al valore assunto ad h_c, notiamo che la quantità di moto è quasi completamente assorbita dalla porzione superiore della copertura vegetale, praticamente annullandosi vicino al suolo indicando quanto la turbolenza entro la *canopy* sia disomogenea.

Se ora consideriamo le varianze σ_u e σ_w, notiamo che esse decrescono con l'abbassarsi entro la *canopy*; alla quota h_c esse però non presentano il valore tipico adiabatico previsto dalla Similarità ($2.5u_*$ e $1.25u_*$ rispettivamente) ma valori inferiori che lentamente raggiungono i valori canonici solo al di sopra di $3h_c$.

Il coefficiente di correlazione r_{uw}, definito come:

$$r_{uw} = \frac{\overline{u'w'}}{\sigma_u \sigma_w} \qquad [7.34]$$

è la misura l'efficienza della turbolenza nel trasportare la quantità di moto. Dai profili mostrati è immediato vedere come a $3h_c$ il valore del coefficiente di correlazione sia prossima a –0.3, normalmente riscontrato entro il *SL*, valore che cresce con l'avvicinarsi alla quota h_c, dove il coefficiente di correlazione raggiunge il valore –0.45. Raggiunto questo massimo il coefficiente diminuisce bruscamente entro la *canopy*, più di quanto diminuiscano singolarmente le due varianze σ_u e σ_w. In altre parole, la turbolenza alla sommità della *canopy* è efficiente nel trasferimento verso il basso della quantità di moto, ma la sua efficienza decade molto più rapidamente delle varianze delle componenti del vento.

Un'altra caratteristica importante dela *canopy* vegetale è il suo alto grado di *intermittenza* che emerge dall'analisi della skewness della componente *u* e *w* del vento, definite come

$$Sk_u = \overline{u'^3} \Big/ (\sigma_u)^3 \quad \text{e} \quad Sk_w = \overline{w'^3} \Big/ (\sigma_w)^3 \qquad [7.35]$$

Nel *SL* la skewness per entrambe le componenti è vicino al valore nullo (tipico di una distribuzione gaussiana), mentre, come si vede in *Fig.7.32*, la situazione nella *canopy* è ben differente.

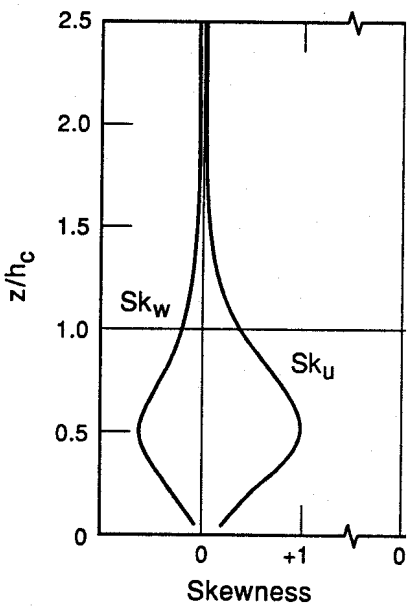

Fig.7.32: Skewness di u e v entro la canopy vegetale (Kaimal e Finnigan, 1994).

Come ci si avvicina alla *canopy* dall'alto, Sk_u aumenta e Sk_w diminuisce fino a raggiungere Sk_u il valore +1 e Sk_w il valore –0.6 ad una quota entro la *canopy* di circa $0.5h_c$. Questa combinazione di Sk_u fortemente positiva e Sk_w fortemente negativa ci suggerisce che la turbolenza è dominata da *raffiche intermittenti* dirette verso il basso.

Nella *Fig.7.33* è presentato il profilo verticale della temperatura potenziale virtuale media sia nelle ore notturne che in quelle diurne. Considerando il profilo diurno, si nota immediatamente che mentre sopra la *canopy* il gradiente di temperatura potenziale risulta negativo, mentre entro la *canopy* il gradiente (in modulo) si riduce velocemente fino ad annullarsi alla quota z/h_c = 0.75. Al di sotto l'aria presenta gradienti termici positivi. Pertanto, nelle ore diurne, entro la vegetazione si viene ad instaurare uno strato di aria stabile (dello spessore del *dispacement height*). Tuttavia se si considera la parte destra della figura, si nota che il profilo verticale di $\overline{w'\theta'}$ (normalizzato rispetto al valore assunto a h_c) è circa nullo al suolo e cresce costantemente con la quota fino a raggiungere un valore costante sopra la *canopy*. Siamo di fronte ad una situazione molto particolare perché alle quote inferiori a $0.75h_c$ abbiamo un flusso di calore positivo con un gradiente termico positivo, cosa che richiederebbe un coefficiente di diffusione turbolenta negativo (fisicamente non ammissibile). Siamo quindi di fronte ad un *flusso controgradiente* non spiegabile con una chiusura di tipo *K*, ma spiegabile, come detto precedentemente dalla raffiche intermittenti discendenti. La situazione notturna è esattamente speculare rispetto a quella diurna: il gradiente termico è positivo per quote superiori a 0.75 h_c e negativa per quote inferiori, cosa che evidenzia uno strato di aria instabile vicino al suolo nelle ore notturne.

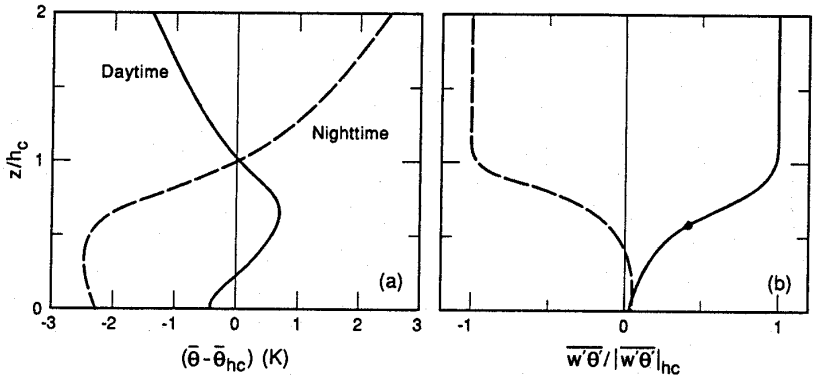

Fig.7.33: tipici profili verticali di temperatura potenziale e di flusso di calore sensibile (Kaimal e Finnigan, 1994).

Nella *Fig.7.34* è presentato il profilo di umidità media e di $\overline{w'q'}$, normalizzato rispetto al valore a h_c. Come si può vedere l'umidità è estremamente elevata nei pressi del suolo e decresce rapidamente con la quota, mantenendosi quasi costante per buona parte della *canopy*. Per quanto riguarda il profilo di $\overline{w'q'}$, si può veder anche in questo caso che la presenza di un flusso *controgradiente* nella parte inferiore della *canopy*.

Queste evidenze di *controgradiente* diurno sono ulteriormente evidenziate se si considerano i due numeri di *Richardson*. Nella parte inferiore della *canopy* nelle ore diurne *Ri* assume valori positivi, evidenziando da parte dei gradienti uno stato di stabilità, anche se Ri_f assume evidentemente valori negativi, evidenziando a sua volta uno stato di instabilità. Ciò rappresenterebbe un evidente paradosso che può essere spiegato nel modo seguente. La situazione che si instaura nella parte inferiore della *canopy* è estremamente intermittente: si assiste all'incursione di grandi vortici che determinano flussi di calore positivi (e quindi Ri_f negativi) che però hanno durate limitate e sono intervallati da periodi di

quiescenza in cui prevale la stabilità e quindi Ri positivi. Nei periodi di quiescenza non è raro individuare lo sviluppo di onde di gravità entro la *canopy*.

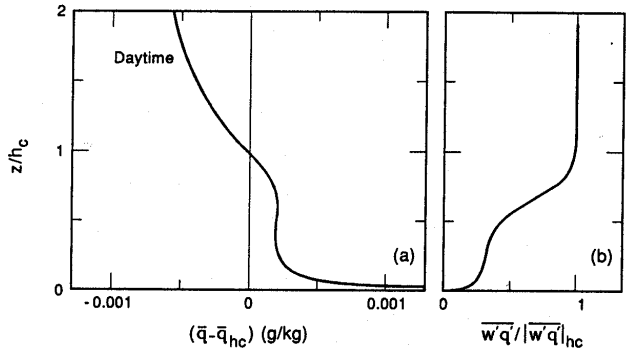

Fig.7.34: profilo verticale tipico dell'umidità e del flusso latente di calore entro la canopy vegetale (Kaimal e Finnigan, 1994).

Questo comportamento riscontrato entro le foreste non è generale per tutti i tipi di copertura vegetale, anche se con minore evidenza è stato osservato anche per coperture vegetali meno estese in verticale come nel caso di colture di mais, cereali e prato.

7.4 L'AMBIENTE URBANO

Il processo continuo di urbanizzazione produce radicali cambiamenti nella natura della superficie e delle proprietà atmosferiche di una regione, alterando i bilanci di radiazione e di energia ed anche i trasferimenti di massa. Per esempio, l'inquinamento atmosferico, aumentando la turbidità dell'aria, altera i trasferimenti di radiazione, mentre la presenza massiccia di dense costruzioni aumenta la capacità termica del sistema e la sua impermeabilità. Inoltre la geometria a blocchi, tipica di una città, produce trappole per la radiazione e stagnazioni di aria e, oltre a questi effetti, un generale aumento globale della rugosità superficiale.

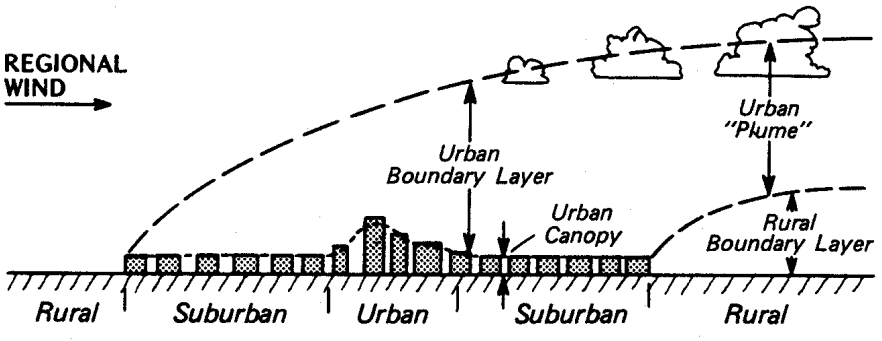

Fig. 7.35: rappresentazione schematica del PBL urbano (Oke, 1987).

Per quanto riguarda le masse d'aria in avvicinamento ad una città, esse, provenendo da zone rurali a relativamente bassa rugosità, incontreranno una forte discontinuità e pertanto svilupperanno uno strato limite interno noto come *strato limite urbano (UBL, Urban Boundary Layer)*. Al di sotto del *UBL*, l'inviluppo delle strutture edificate che compongono la città costituiscono la *Canopy Urbana*, un

microclima completamente distinto e determinato dalla forma e dalla geometria degli edifici. Quando, finalmente la massa d'aria lascia la città, subisce un nuovo cambio di rugosità e quindi si svilupperà un nuovo strato limite interno (*Rural Boundary Layer*) che *eroderà* progressivamente l'*UBL*. Tutto ciò è schematizzato nella *Fig.7.35*.

Consideriamo ora un volume di studio costituito dalla città e dal sovrastante strato limite, come illustrato in *Fig.7.36*. Il bilancio energetico relativo a tale volume di studio sarà il seguente:

$$R_N + Q_F = H_0 + H_E + \Delta Q_S + \Delta Q_A \qquad [7.36]$$

dove Q_F è il calore sviluppato entro il centro abitato e derivante dalle attività umane (il riscaldamento degli edifici è sicuramente la fonte principale), ΔQ_S è lo *storage* di calore operato dalle strutture edilizie e viarie e ΔQ_A è il calore trasportato per avvezione.

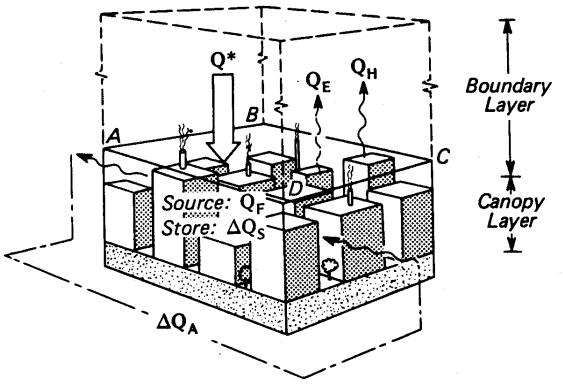

Fig.7.36: volume di controllo per il bilancio energetico dell'ambiente urbano (Oke, 1987).

Quanto sia differente il bilancio energetico in una città risulta abbastanza evidente considerando la *Fig.7.37* **(**in cui al posto di R_N, H_0 e H_E vengono usati i simboli Q^*, Q_H e Q_E**).** Nella Parte (a) è presentato l'andamento giornaliero delle varie voci del bilancio nella parte suburbana della città, già abbondantemente influenzata dalla presenza degli edifici, mentre nella parte (b) abbiamo le osservazioni contemporanee operate in una zona poco distante, ma completamente rurale ed, infine nella parte (c) sono presentate le differenze dei vari termini di bilancio fra il valore presentato nella zona suburbana e nella zona rurale. Quello che si vede immediatamente è che la presenza della città riduce drasticamente il flusso di calore latente ed aumenta di molto lo *storage* di calore. Oltre a ciò risulta evidente come nella zona rurale la radiazione netta sia superiore e ciò è dovuto, tra l'altro, alla profonda differenza di albedo tra le superfici costruite ed asfaltate e quelle rurali. Un'altra interessante peculiarità dell'ambiente suburbano è che H_0 permane positivo anche dopo il tramonto, fenomeno determinato dall'enorme *storage* di calore operato dalle strutture edilizie.

Molto più complesso è analizzare nel dettaglio la struttura interna della *Canopy Urbana*. Per prima cosa l'interno di una città potrà essere visto come l'insieme variamente organizzato di edifici, schematizzabili come parallelepipedi regolari. Se consideriamo un edificio isolato, la perturbazione che esso induce sul flusso dell'aria è profonda e difficile da modellizzare. In *Fig.7.38* viene rappresentata schematicamente questa perturbazione. Nella parte (a) vengono indicate le linee di flusso e in tale figura si può notare il vortice sottovento all'edificio che inevitabilmente si viene a creare. Il profilo verticale del vento così perturbato è indicato con maggior dettaglio nella parte (b) della figura, mentre

nella parte (c) vengono mostrati i dettagli del vortice sottovento creato dalla presenza della costruzione. Di fatto, questo vortice sottovento rappresenta una zona di *stagnazione* per il flusso di aria.

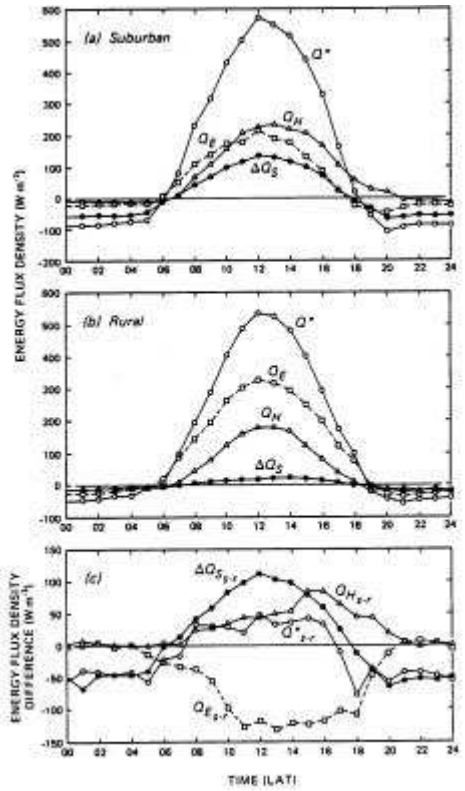

Fig.7.37: bilancio energetico contemporaneo in un ambiente rurale e cittadino (Cleugh e Oke, 1986).

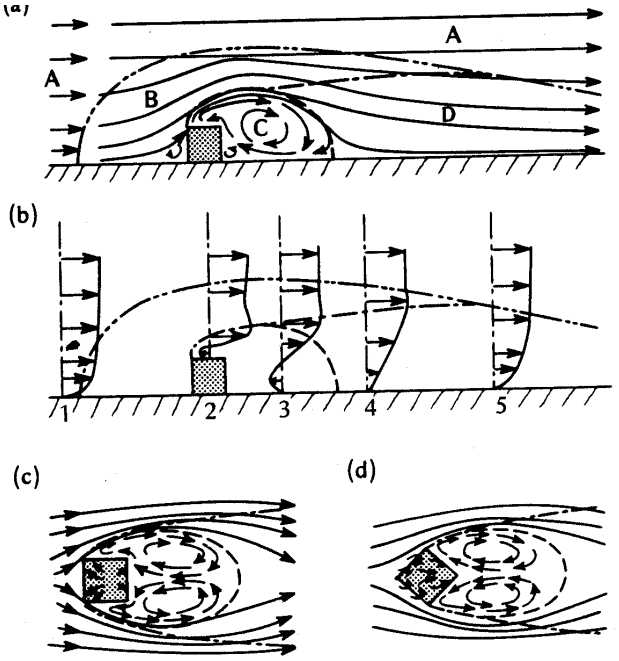

Fig.7.38: perturbazione indotta da un edificio isolato (Oke, 1987).

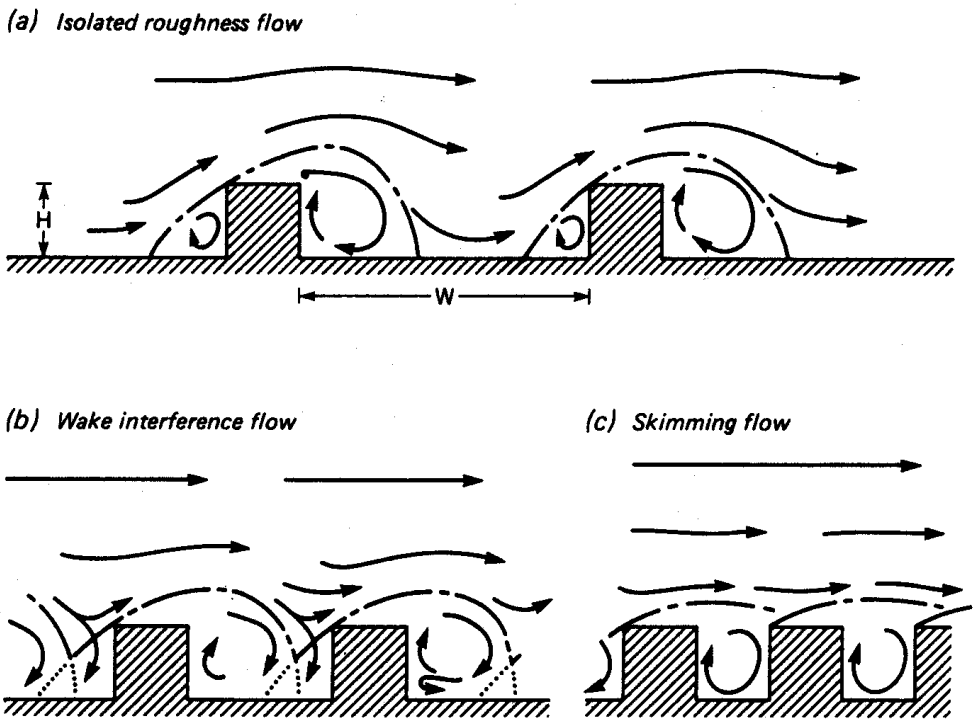

Fig.7.39: canyon urbano (Oke, 1987).

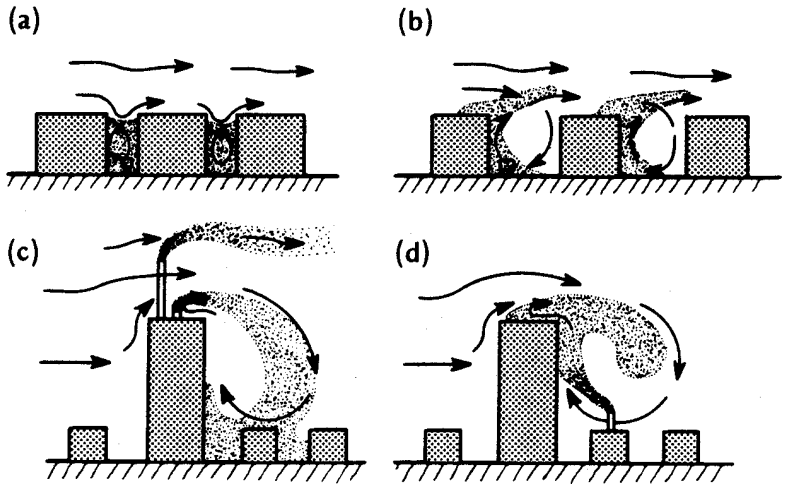

Fig.7.40: problemi di inquinamento in un canyon urbano (Oke, 1987).

Sfortunatamente in una città gli edifici sono molti e ravvicinati e spesso creano dei veri e propri *canyon* entro i quali sono collocate le strade, che costituiscono le principali sorgenti di inquinamento cittadino. Se il *canyon* è molto largo, come nella parte (a) di *Fig.7.39*, quello che si nota è il normale *vortice sottovento* ad un edificio isolato e ciò ha luogo quando, detto H l'altezza dell'edificio e W la sua dimensione orizzontale lungo la direzione del vento, $H/W<0.4$. Le cose si complicano quando H/W aumenta fino a 0.7, perché, come si vede nella parte (b) della figura gli edifici incominciano ad interferire gli uni con gli altri, dando luogo ad un debole disaccoppiamento tra l'aria che scorre al di sopra degli edifici e l'aria che sta tra di essi. Se si supera il valore di 0.7 per H/W, si viene a creare un vero e proprio *canyon urbano*, cioè una porzione di aria confinata tra due file di edifici quasi

completamente disaccoppiata dall'aria sovrastante, in cui si instaurano uno o due vortici, a volte permanenti ed a volte intermittenti, che scambiano aria con l'atmosfera sovrastante mediante un debole effetto di *entrainment.* Questa situazione è la classica situazione che si riscontra nella maggior parte del centro cittadino delle più popolate città del mondo. Gli inquinanti emessi dagli autoveicoli entro il canyon vengono di fatto intrappolati in questa struttura producendo elevati livelli di inquinamento dell'aria. La situazione è quindi quella descritta nella *Fig.7.40*, in cui è mostrato anche il meccanismo con cui emissioni prodotte alla sommità di edifici elevati viene *risucchiata* dal canyon che si è instaurato nelle loro vicinanze.

La presenza o meno di vortici entro una *canopy urbana* dipende da molti fattori. Riassumendo quanto riportato da Yamartino e Wiegard (1986), Lee e Park (1994) e Baik e Kim (1999), si ha che:

- la presenza o meno di vortici entro la *canopy urbana* dipende principalmente dall'angolo θ tra la direzione del vento sopra la città e la direzione dell'asse del canyon. Solo venti con $\theta < 20°$ non danno luogo a vortici entro il canyon;

- la combinazione tra il *coefficiente di forma* del canyon (*H/W*) e la velocità media del vento al di sopra dello stesso determina il numero di vortici che si vengono a generare. Per un coefficiente di forma pari a 1.5, una velocità media del vento sopra gli edifici di 1.2 $m \cdot s^{-1}$ già è in grado di produrre un vortice ed una di 3.7 ms^{-1} di produrne due. Tali soglie si abbassano con l'aumentare del coefficiente di forma del canyon;

- nel caso della presenza nel canyon di un solo vortice, la componente *u* e *w* del vento entro il canyon rispettivamente trasversale e verticale rispetto all'asse del canyon possono essere ottenuti dal semplice modello di Hotchkiss e Harlow (1973). se si utilizza il sistema di riferimento riportato in *Fig.7.41*, si ha che:

$$u = \frac{u_0}{1-\beta} \cdot \left\{ \gamma(1+ky) - \beta \cdot \frac{(1-ky)}{\gamma} \right\} \cdot \sin(kx) \qquad [7.37a]$$

$$w = -u_0 ky \cdot \frac{(1-\beta/\gamma)}{1-\beta} \cdot \cos(kx) \qquad [7.37b]$$

dove u_0 è la velocità media del vento al di sopra del canyon, $k = \pi/W$, $\beta = exp(-2kH)$, $\gamma = exp(ky)$ e $y = z-H$.

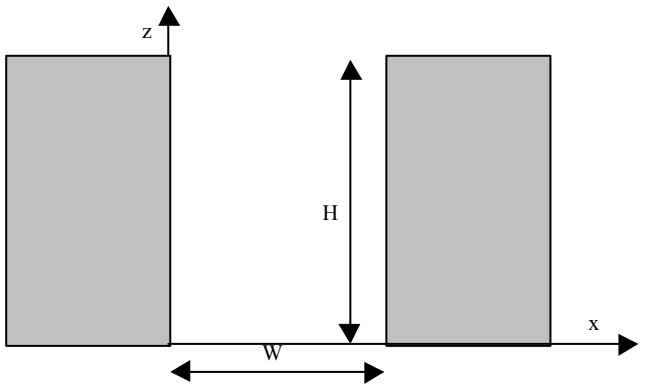

Fig.7.41: geometria di un canyon urbano.

- la componente del vento lungo l'asse del canyon può essere posta, in prima approssimazione pari a:

$$v = u_0 \cos(\theta) \qquad [7.37c]$$

I vari canyon, più o meno sviluppati, non costituiscono solo una trappola (parziale o totale) per gli inquinanti, ma anche per la radiazione e l'energia. In effetti siamo di fronte a geometrie complesse costituite da superfici orizzontali, verticali ed oblique (variamente orientate) che riflettono (spesso con coefficienti di albedo molto differenti) la radiazione solare diretta. Di fatto sulle differenti superfici si potrà instaurare un differente bilancio radiativo e un differente bilancio energetico e il risultato finale sarà quasi sempre il fatto che la struttura a canyon risulta anche una *trappola di calore*. L'aria entro i vari canyon, e quindi l'aria della *canopy* urbana che ne è l'inviluppo, sarà mediamente più calda dell'aria presente al medesimo tempo nelle aree rurali. Questo fenomeno di maggior riscaldamento delle aree urbane rispetto alle rurali è noto col nome di *isola di calore*. In *Fig.7.42* viene illustrato come può cambiare la temperatura dalle zone urbane al centro della città. Il parametro quantitativo impiegato è *l'intensità dell'isola di calore,* definito come:

$$\Delta T_{u-r} = T_{urbano} - T_{rurale} \qquad [7.38]$$

Da questa figura si vede come normalmente ci sia un picco di ΔT_{u-r} nei pressi del centro della città, probabilmente in corrispondenza dei canyon più profondi e più stretti. Nelle zone meno densamente edificate l'intensità dell'isola di calore diminuisce ed è interessante vedere come la presenza di un parco entro la città determini l'instaurarsi entro l'isola di calore urbano di un'*isola fredda*.

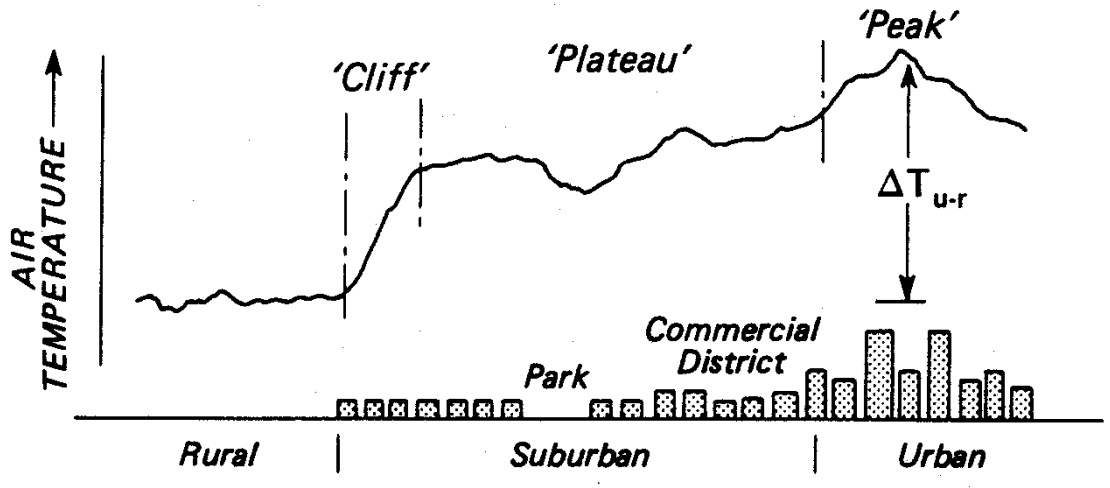

Fig.7.42: l'isola di calore urbana (Oke, 1976).

L'intensità dell'isola di calore varia durante la giornata e, tipicamente, presenta valori maggiori nelle ore notturne e valori minori nelle ore diurne, soprattutto in quelle pomeridiane. Oltre a ciò, è stato verificato che tale parametro dipende ovviamente dalla dimensione della città, dalla sua popolazione, dal tipo di struttura edilizia e di materiali di costruzione e dal tipo di viabilità cittadina prevalente. Inoltre l'intensità dell'isola di calore presenta una notevole dipendenza dalla velocità del vento, decrescendo con l'aumentare di quest'ultima.

Per quanto abbiamo visto, l'elemento più evidente in una struttura urbana è la sua capacità di immagazzinare calore e la manifestazione dell'isola di calore ne è una dimostrazione immediata.

Tuttavia ancora più interessante è analizzare il profilo verticale della temperatura potenziale, come mostrato nella *Fig.7.43*.

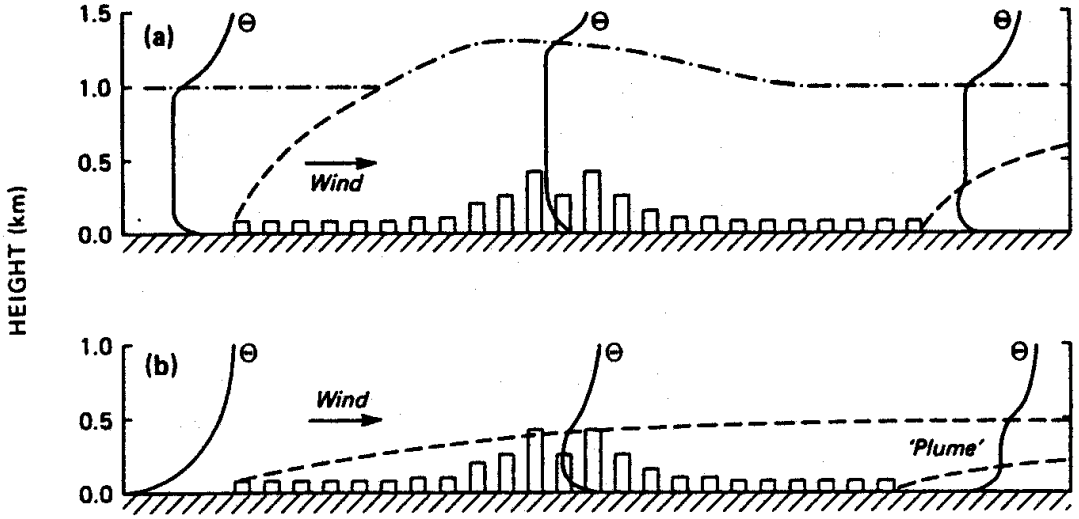

Fig.7.43: profili verticali di temperatura potenziale in ambiente urbano (Oke, 1987).

Nella parte (a) sono mostrati i profili diurni. E' immediatamente evidente come il tipico profilo verticale di temperatura potenziale riscontrato nella zona urbana sopravvento alla città venga modificato dalla presenza dell'isola di calore sia entro la città che nelle zone rurali immediatamente sottovento la città. La modificazione più profonda di tale profilo sta nel fatto che lo strato di entrainment si pone costantemente in corrispondenza della massima estensione verticale del *TIBL*. Molto più interessante è considerare la parte (b) dove sono rappresentati i profili notturni. Come si nota immediatamente, mentre nelle zone rurali sopravvento il profilo termico è tipicamente notturno, entro *l'Urban Boundary Layer* il profilo è sostanzialmente convettivo, e questa convettività deriva dal rilascio notturno di calore accumulato nelle ore diurne entro le strutture edilizie della città. La cosa ancor più interessante è la situazione nella zona rurale sottovento. Entro *l'Internal Boundary Layer* che si sviluppa immediatamente a valle delle città il profilo è tipicamente notturno. Nello strato tra la sommità di questo strato limite interno e il *TIBL* prodotto dalla città (il *pennacchio cittadino*) il profilo è convettivo, mentre sopra il *TIBL* il profilo ritorna gradualmente ad essere stabile.

8. MODELLI NUMERICI DEL PBL

Nel Cap.2 è stato presentato il modello matematico generale per il *PBL* basato sulle equazioni fluidodinamiche di conservazione della quantità di moto, della massa, dell'energia e del vapor d'acqua e sicuramente questo è il modello teorico a cui far riferimento. Come si è visto, alla sua completezza e generalità, fa riscontro una complessità notevole ed anche un certo grado di indeterminazione legato ai problemi della sua chiusura. D'altro canto, nel Cap.4 si è presentata la Teoria della Similarità e si è visto come essa, nel suo complesso, di fatto costituisca un *modello di PBL alternativo* nei casi in cui sia possibile trattare domini di calcolo con elevata omogeneità orizzontale e situazioni meteorologiche lentamente variabili e quindi quasi-stazionarie.

L'obiettivo che ci prefiggiamo di raggiungere in questo capitolo è quello di realizzare un'introduzione alla modellizzazione numerica del *PBL*, cioè alla costruzione di codici di calcolo per computer in grado di descrivere e prevedere *numericamente* i vari campi meteorologici e micrometeorologici caratterizzanti il *PBL*. Che ci sia bisogno di modelli numerici di *PBL* è abbastanza evidente, soprattutto se si tiene conto delle esigenze operative legate alla meteorologia generale (previsione del tempo, climatologia ed assistenza al volo), all'agrometeorologia, alla protezione civile ed allo studio della dispersione degli inquinanti in aria. La trattazione (decisamente preliminare e semplificata) che faremo avrà uno sviluppo *top-down*, cioè inizierà considerando i modelli di complessità maggiore fino a terminare con le molto più modeste esigenze legate ad una stima preliminare della dispersione di inquinanti in aree limitate.

Per prima cosa è indispensabile classificare in qualche modo i possibili modelli numerici del *PBL*.

La prima classe di modelli numerici è la classe dei *modelli prognostici*, che comprende una moltitudine di modelli differenti aventi in comune il fatto di prevedere non solo l'evoluzione spaziale, ma anche l'evoluzione temporale dei principali campi meteorologici. In tale classe di modelli, le misure sperimentali disponibili costituiscono normalmente le condizioni iniziali ed al contorno delle varie equazioni costituenti il modello, oltre che un mezzo per valutare le previsioni del modello stesso. I modelli di questa classe hanno un'applicabilità del tutto generale.

La seconda classe di modelli è la classe dei *modelli diagnostici*. La logica che contraddistingue questa classe di modelli è completamente differente. In questo caso la struttura matematica su cui si basano è decisamente più *leggera* ed è costituita da un numero estremamente ridotto di relazioni di conservazione (generalmente la sola conservazione della massa), da relazioni di Similarità e tutto ciò si fonda sull'impiego diretto e massiccio delle misure realizzate nella zona oggetto della simulazione modellistica. Ovviamente questi modelli non hanno un'applicabilità generale, visto che ipotizzano un'evoluzione temporale dei fenomeni meteorologici lenta e quindi approssimabile come una sequenza di stati quasi stazionari.

L'ultima classe di modelli, anche se a rigore sarebbe improprio considerarli tali, è la classe dei *processori meteorologici monodimensionali per i modelli di simulazione della dispersione degli inquinanti di tipo ingegneristico*. Dato che, per poter simulare la dispersione degli inquinanti in atmosfera, è indispensabile descrivere lo stato del *PBL*, ognuno di questi modelli di simulazione ha

bisogno di un adeguato modello numerico di *PBL*. Mentre i modelli di simulazione della dispersione degli inquinanti di media ed alta complessità richiedono modelli meteorologici appartenenti ad una delle due categorie precedenti, i modelli di simulazione di tipo ingegneristico normalmente impiegati nelle valutazioni preliminari di impatto hanno minori esigenze e per essi è sufficiente una descrizione monodimensionale approssimata dello stato del *PBL*. In pratica, più che di veri e propri modelli monodimensionali, essi in realtà sono semplici *processori meteorologici*, cioè programmi che, sulla base di informazioni meteorologiche (generalmente di routine) disponibili in un punto del territorio, frequentemente nelle prossimità del suolo, ricostruiscono i parametri meteorologici e micrometeorologici che ogni modello dispersivo richiede.

8.1 I MODELLI PROGNOSTICI

8.1.1 GENERALITÀ

Col termine *modello prognostico* si intende in generale un modello numerico in grado di ricostruire o prevedere l'evoluzione sia spaziale che temporale dei campi meteorologici che caratterizzano l'intero *PBL*. Nella realtà dei fatti non c'è una reale distinzione di principio tra modelli che operano su un dominio spaziale molto grande (a mesoscala) che comprende una porzione rilevante di troposfera e quelli più rivolti alla ricostruzione del solo *PBL* per estensioni territoriali di ridotte dimensioni. In pratica questo è un esempio in cui meteorologia generale e micrometeorologica presentano confini estremamente sfumati e poco chiari.

La costruzione di un modello prognostico di *PBL* passa necessariamente attraverso tre stadi logici:

- la *scelta delle equazioni matematiche che costituiscono il modello*: questo passo non è scontato e quanto riportato nel Cap.2 dovrebbe averlo dimostrato, infatti, la scelta del dominio di calcolo, cioè dell'ambito spaziale e temporale a cui si riferisce il modello, praticamente sempre condiziona la decisione di operare o meno opportune semplificazioni alle equazioni fluidodinamiche di base;

- la *scelta del tipo di chiusura da adottare*: questo stadio logico è condizionato dal precedente ed, a sua volta, spesso lo condiziona. Infatti, una volta scelte le equazioni prognostiche per le principali variabili meteorologiche di interesse, la scelta di una loro chiusura spesso richiede che entrino a far parte del modello anche altre equazioni prognostiche. Per esempio, se si adotta una chiusura di tipo *K*, l'unica scelta possibile è quella delle relazioni semiempiriche con cui esprimere i coefficienti di diffusione. Viceversa, se si adotta una chiusura Mellor-Yamada di ordine superiore o una chiusa k-ε, probabilmente alle equazioni che originariamente costituivano il modello si aggiungeranno altre equazioni prognostiche (per esempio quella dell'evoluzione temporale dell'energia cinetica turbolenta);

- la *soluzione numerica del modello matematico*. Anche se ci sono alcuni esempi di soluzione analitica delle equazioni fluidodinamiche (si veda per esempio il lavoro di Otte e Wyngaard, 1996) che costituiscono un modello prognostico (praticamente tutte riferite a situazioni molto idealizzate e quindi di interesse pratico veramente molto limitato), nella maggioranza dei casi è indispensabile operare una risoluzione numerica delle equazioni. Finora non è emersa una tecnica numerica risolutiva valida ed applicabile in generale e quindi, di volta in volta, si dovranno adottare strategie numeriche congruenti con il modello matematico adottato, con il computer utilizzato e con le necessità scientifiche che si intendono soddisfare.

8.1.2 SELEZIONE DELLE EQUAZIONI DEL MODELLO E SCELTA DELLA CHIUSURA

Trattare questo argomento in maniera rigorosa e completa è ben lontano dagli scopi di questo libro e la letteratura disponibile è enorme e *magmatica* e, per certi versi, anche *scoraggiante*. A chi fosse interessato professionalmente all'argomento o costretto dagli eventi ad occuparsene è consigliabile riferirsi inizialmente quanto riportato in Garratt (1992) e Sorbjan (1989) e a Pielke (1984), riferimento in cui almeno potrà orientarsi prima di immergersi nella sconfinata bibliografia di riferimento.

8.1.2.1 I modelli "Full Simulation"

Una prima possibilità di scelta è costituita dall'adozione delle equazioni fluidodinamiche relative alle variabili istantanee. Questa scelta non ha una reale applicazione pratica negli studi del *PBL*, ma di fatto costituisce una sorta di *laboratorio fluidodinamico di tipo numerico* con cui ricostruire porzioni limitate di fluido e studiarne nel dettaglio le caratteristiche turbolente. Questo tipo di modello non richiede naturalmente alcun tipo di chiusura e tempi di calcolo enormi. Esso quindi è solo un interessante strumento di ricerca di base e non costituisce uno strumento veramente operativo.

8.1.2.2 I modelli LES

Una seconda possibilità è costituita da una famiglia di modelli fluidodinamici noti col nome di *LES (Large Eddy Simulation Models)* che hanno come obbiettivo quello di *risolvere* (cioè di ricostruire numericamente nel dettaglio) i vortici di medie e grandi dimensioni presenti entro il *PBL*. Le equazioni che li costituiscono sono derivate dalla mediazione spaziale (sul volume di una cella di dimensioni estremamente ridotta) delle equazioni fluidodinamiche non mediate. Dato che il modello è costituito da equazioni relative a valori medi, sarà necessariamente richiesta una chiusura che però questa volta sarà concettualmente molto più semplice, dato che dovrà tener conto solo delle strutture turbolente a minor scala (*subgrid parameterization*). Tali modelli sono stati ampiamente impiegati su domini di calcolo di dimensioni molto contenute, anche se, rispetto ai modelli precedenti, tali domini rappresentano veramente il *PBL*, anche se però il loro impiego è limitato esclusivamente alla ricerca di base, visti gli enormi tempi di calcolo richiesti per le simulazioni. Ulteriori informazioni possono essere trovate in Moeng (1984)

8.1.2.3 I modelli integrali

Le due possibilità precedentemente presentate costituiscono le scelte scientificamente più rigorose possibili. Se, invece, consideriamo la scelta meno rigorosa possibile, arriviamo ai *modelli integrali (o slab models)* che, almeno in parte, già avevamo introdotto nel Cap.6. In pratica, tali modelli possono essere applicati solo a un *PBL* convettivo e lo descrivono impiegando solo il valore medio sull'intera estensione verticale del *PBL* delle principali variabili meteorologiche (in particolare, le componenti orizzontali della velocità del vento e della temperatura potenziale). Un modello integrale parte dalla constatazione sperimentale che entro un *PBL* convettivo il valore delle variabili meteorologiche medie varia poco (se si eccettua il *SL*). Pertanto, se si integrano le equazioni fluidodinamiche medie su tutta l'estensione del *PBL*, dopo aver supposto un'assoluta omogeneità e isotropia orizzontale, si ottengono le relazioni seguenti per le due componenti del vento (U_m, V_m) e per la temperatura potenziale (θ_m):

$$\frac{dU_m}{dt} = f\left(V_m - V_g\right) + \frac{1}{z_i}\left(\overline{u'w'}_s - \overline{u'w'}_{z_i}\right) \qquad [8.1a]$$

$$\frac{dV_m}{dt} = -f\left(U_m - U_g\right) + \frac{1}{z_i}\left(\overline{v'w'}_s - \overline{v'w'}_{z_i}\right) \qquad [8.1b]$$

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \frac{1}{z_i}\left(\overline{w'\theta'}_s - \overline{w'\theta'}_{z_i}\right) \qquad [8.1c]$$

in cui i *pedici s* e z_i indicano che le covarianze indicate si riferiscono rispettivamente al loro valore assunto al suolo e alla sommità del *PBL* e U_g e V_g sono le componenti del vento geostrofico Queste equazioni normalmente vengono completate da altrettante equazioni che descrivono l'evoluzione temporale della differenza di temperatura potenziale ($\Delta\theta$), e della differenza delle componenti U e V (ΔU e ΔV) che ha luogo all'interfaccia tra la sommità del *PBL* e l'atmosfera libera:

$$\frac{d(\Delta U_m)}{dt} = S_x \frac{dz_i}{dt} - \frac{1}{z_i}\left(\overline{u'w'}_s - \overline{u'w'}_{z_i}\right) + f\Delta V \qquad [8.1d]$$

$$\frac{d(\Delta V_m)}{dt} = S_y \frac{dz_i}{dt} - \frac{1}{z_i}\left(\overline{u'w'}_s - \overline{u'w'}_{z_i}\right) - f\Delta V \qquad [8.1e]$$

$$\frac{d(\Delta\theta_m)}{dt} = \frac{d\theta}{dz}\frac{dz_i}{dt} - \frac{d\theta_m}{dt} \qquad [8.1f]$$

dove $S_x=(dU_g/dz)$ e $S_y=(dV_g/dz)$. L'insieme di queste equazioni costituisce ovviamente un modello prognostico, vista la presenza delle derivate temporali, che però richiede un'appropriata chiusura. In pratica, (Sorbjan, 1989) le relazioni di chiusura mettono in relazione le covarianze alla sommità del *PBL* con le differenze di temperatura potenziale, di U e di V che si riscontrano alla quota z_i e con la variazione della stessa z_i col tempo, come riportato nelle seguenti relazioni:

$$-\overline{w'\theta'}_{z_i} = \Delta\theta \frac{dz_i}{dt} \qquad [8.1g]$$

$$-\overline{u'w'}_{z_i} = \Delta U \frac{dz_i}{dt} \qquad [8.1h]$$

$$-\overline{v'w'}_{z_i} = \Delta V \frac{dz_i}{dt} \qquad [8.1i]$$

Così formulato, il modello integrale risulta estremamente comodo, dato che è costituito da un sistema di equazioni differenziali ordinarie che ammettono quindi metodi numerici di risoluzione standard ed efficienti. I tempi di calcolo richiesti sono modesti ed essi sono utilizzabili con successo ogni volta che si sia interessati a ricostruire in termini molto approssimati un *PBL* convettivo. Aggiungendo ad un modello così formulato opportune relazioni di Similarità (di tipo algebrico) che descrivono il profilo verticale di altre variabili di interesse, come per esempio la deviazione standard delle tre componenti del vento, della temperatura potenziale e delle relative *skewness*, alla fine si ottiene un modello di *PBL* sufficientemente dettagliato per poter studiare la dispersione degli inquinanti in situazioni convettive su aree limitate e a forte omogeneità orizzontale, del tutto concorrenziale con alcuni modelli di tipo diagnostico. Dettagli ulteriori su questa classe di modelli possono essere trovati nei lavori di Garret (1983), Manton (1987) e Novak (1991).

8.1.2. 4 I modelli prognostici operazionali

La maggior parte dei modello prognostici utilizzati nelle applicazioni più comuni, avendo la necessità di descrivere la variabilità spaziale e temporale di un *PBL* in situazioni più generali (per esempio caratterizzate da una notevole estensione superficiale e da scarsa omogeneità orizzontale), si basano sulle equazioni fluidodinamiche relative alle variabili medie del *PBL*, illustrate nel Cap.2. Le equazioni che vengono selezionate sono, in linea di principio:

- le equazioni prognostiche relative alle tre componenti medie del vento, che esprimono la conservazione della quantità di moto;
- l'equazione prognostica relativa alla temperatura potenziale, che esprime la conservazione dell'entalpia;
- la relazione prognostica relativa al contenuto di acqua;
- la relazione differenziale che esprime la conservazione della massa;
- la equazione dei gas perfetti.

La scelta della chiusura potrebbe richiedere la presenza nel modello anche di altre equazioni prognostiche. Ricordando quanto presentato sempre nel Cap.2, se si adotta una chiusura locale di tipo *K* o la chiusura non locale di Stull, non è necessario l'introduzione nel modello di altre equazioni prognostiche. Quello che è necessario, invece, è la determinazione, nel primo caso, di opportune relazioni semiempiriche per esprimere i coefficienti diffusivi e, nel secondo caso, di un modello (di tipo sostanzialmente algebrico) per l'implementazione del meccanismo di dispersione non locale (determinazione del potenziale ed alla fine della *transilient matrix*). Se, invece, le chiusure sono di ordine superiore, è indispensabile individuare altre equazioni prognostiche che, nella maggior parte dei casi, si riducono alla sola equazione relativa all'energia cinetica turbolenta. Chiaramente il tempo di calcolo richiesto dal modello sarà più che proporzionale al numero di equazioni prognostiche da integrare numericamente.

Dato che, però, questi tipi di modelli saranno applicati a situazioni reali, potranno sorgere anche altri tipi di problemi. Il primo è legato al sistema di coordinate adottato. Consideriamo inizialmente le coordinate orizzontali. Le equazioni fluidodinamiche sono state scritte e presentate in termini di coordinate cartesiane (x,y), riferite ad un sistema cartesiano ortogonale arbitrario, che frequentemente (ma non sempre) è quello meteorologico ben noto. Tuttavia, se la regione su cui viene applicato il modello è vasta, è probabile che sia necessario adottare altri tipi di coordinate, come per esempio la latitudine e la longitudine. Per quanto riguarda la coordinata verticale z, anche se potrebbe sembrare una scelta naturale e ragionevole, spesso il suo uso risulta estremamente difficoltoso in presenza di orografia. Alla luce di ciò, spesso i modellisti adottano sistemi di riferimento non cartesiani che richiedono la riscrittura delle equazioni prognostiche in funzione del nuovo sistema di coordinate e ciò sempre comporta una complicazione formale in queste equazioni. Dal punto di vista matematico, la trasformazione di coordinate può essere trattata nel modo seguente. Si consideri un sistema di riferimento cartesiano (x,y,z) ed un secondo sistema di riferimento (ξ,η,ζ) in cui ci interessa trasformare le varie equazioni differenziali considerate. Formalmente, tra i due sistemi di riferimento esisterà la trasformazione:

$$\begin{aligned} x &= x(\xi,\eta,\zeta) \quad \leftrightarrow \quad \xi = \xi = (x,y,z) \\ y &= y(\xi,\eta,\zeta) \quad \leftrightarrow \quad \eta = \eta = (x,y,z) \\ z &= z(\xi,\eta,\zeta) \quad \leftrightarrow \quad \zeta = \zeta = (x,y,z) \end{aligned} \qquad [8.2a]$$

Tale trasformazione sarà unica se il *determinante Jacobiano*, definito come:

$$J = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial \xi} & \dfrac{\partial x}{\partial \eta} & \dfrac{\partial x}{\partial \zeta} \\ \dfrac{\partial y}{\partial \xi} & \dfrac{\partial y}{\partial \eta} & \dfrac{\partial y}{\partial \zeta} \\ \dfrac{\partial z}{\partial \xi} & \dfrac{\partial z}{\partial \eta} & \dfrac{\partial z}{\partial \zeta} \end{vmatrix} \qquad [8.2b]$$

risulta non nullo e positivo. E' immediato, inoltre, verificare che:

$$\begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \xi}{\partial z} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial z} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial x} & \frac{\partial \zeta}{\partial y} & \frac{\partial \zeta}{\partial z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad \leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial z}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{bmatrix} \quad [8.2c]$$

Queste relazioni consentono quindi di *trasformare* le derivate parziali originariamente scritte rispetto alle coordinate cartesiane (x,y,z) nel nuovo sistema di riferimento. Se, per esempio, consideriamo una generica derivata parziale rispetto a x, si ha che:

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} \qquad [8.3a]$$

e quindi risulta chiaro che l'introduzione del nuovo sistema di riferimento complica notevolmente la scrittura delle equazioni di bilancio. Se, per esempio, considerassimo la semplice relazione seguente:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{\partial C}{\partial y} + \frac{\partial D}{\partial z} = E \qquad [8.3b]$$

essa si trasformerebbe nella ben più complessa forma seguente:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t}(JA) + \frac{\partial}{\partial \xi}\left(J\frac{\partial \xi}{\partial x}B + J\frac{\partial \xi}{\partial y}C + J\frac{\partial \xi}{\partial z}D \right) + \\ &\frac{\partial}{\partial \eta}\left(J\frac{\partial \eta}{\partial x}B + J\frac{\partial \eta}{\partial y}C + J\frac{\partial \eta}{\partial z}D \right) + \\ &\frac{\partial}{\partial \zeta}\left(J\frac{\partial \zeta}{\partial x}B + J\frac{\partial \zeta}{\partial y}C + J\frac{\partial \zeta}{\partial z}D \right) = JE \end{aligned} \qquad [8.3c]$$

Ulteriori dettagli su questo difficile argomento possono essere trovati in Pielke (1984) e Xue e al. (1995). Nel seguito, dato che il nostro obiettivo è esclusivamente didattico, trascureremo tale problema e considereremo sempre le equazioni prognostiche scritte in termini di coordinate cartesiane.

Un altro problema da risolvere è la scelta della *dimensionalità* del modello. Anche se la logica vorrebbe che il modello fosse tridimensionale, il tempo di calcolo richiesto dall'integrazione delle equazioni differenziali del modello, più che proporzionale con la dimensionalità del problema, a volte può consigliare scelte diverse. Per esempio, se si sta studiando il *PBL* costiero, è ragionevole ritenere che sia presente in un tale problema un certo grado di omogeneità lungo la direzione parallela alla costa e quindi può essere consigliabile riscrivere le equazioni del modello in modo tale da evidenziare esclusivamente la variabilità spaziale lungo la direzione perpendicolare alla linea di costa e lungo la verticale. Quando, invece, si sta considerando una regione pianeggiante e fortemente omogenea in orizzontale, può essere sufficiente ridursi ad un modello monodimensionale che evidenzi solo la variabilità verticale del problema.

Ciò premesso, cerchiamo ora di definire una situazione realistica che dovrà servirci a livello didattico per descrivere in pratica come è articolato un modello di tipo prognostico. Per gli scopi di questo libro ci sembra sufficiente cercare di sviluppare un caso relativamente semplice di modello prognostico di *PBL* nella maniera più didattica possibile, sperando che ciò consenta al lettore di orientarsi poi in riferimenti bibliografici più sofisticati e più complessi. Per prima cosa, cerchiamo di limitare l'attenzione al problema del *PBL* e quindi consideriamo un dominio di calcolo relativamente limitato, con un'estensione orizzontale di qualche decina di chilometri e un'estensione verticale che non superi 1.5÷2 volte l'estensione verticale massima del *PBL* (z_i). In questo modo, sarà sufficiente considerare un sistema di coordinate orizzontali di tipo cartesiano ortogonale, evitando l'impiego di coordinate differenti (latitudine e longitudine per esempio) che complicherebbero fortemente la scrittura delle equazioni differenziali del modello. Per quel che riguarda la coordinata verticale, immaginiamo per semplicità che il suolo su cui stiamo ricostruendo numericamente il *PBL* (la superficie inferiore del dominio di calcolo) sia piana e quindi che la normale coordinata z sia una scelta naturale ed immediata. Pertanto, sotto queste ipotesi semplificative, è possibile continuare a considerare il normale sistema di riferimento cartesiano ortogonale normalmente impiegato in meteorologia. Nel Cap.2 è stato ampiamente presentato il problema del modello matematico del *PBL* e da lì dobbiamo trarre le relazioni matematiche da impiegare nel modello numerico di tipo prognostico. Come si ricorderà, anche in questo caso la materia è *magmatica e disorientante* e non è facile orizzontarsi tra differenti tipi di approssimazioni e differenti tipi di chiusure. Dato che il nostro obiettivo è in questo caso puramente didattico, è sufficiente considerare la situazione idrostatica ed una chiusura di tipo *K*. Pertanto, seguendo Panofsky e Dutton (1983) e Bornstein e al. (1987), le equazioni prognostiche che verranno considerate, trascurando il vapor d'acqua ed eventuali sostanze inquinanti, sono:

- le equazioni del bilancio di quantità di moto:

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=f\left(v-v_g\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K_m\frac{\partial u}{\partial z}\right)+K_H\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \quad [8.4a]$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}=f\left(u_g-u\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K_m\frac{\partial v}{\partial z}\right)+K_H\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \quad [8.4b]$$

- l'equazione di bilancio di massa:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \quad [8.5]$$

- l'equazione di bilancio del calore:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t}+u\frac{\partial \theta}{\partial x}+v\frac{\partial \theta}{\partial y}+w\frac{\partial \theta}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}\left(K_h\frac{\partial \theta}{\partial z}\right)+K_H\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}\right)+\frac{1}{\rho C_p}\frac{\partial R}{\partial z} \quad [8.6]$$

Tutte le variabili presenti nelle relazioni precedenti sono tutte *variabili medie* ed i vari coefficienti di diffusione *K* presenti stanno ad indicare la semplice chiusura del primo ordine (chiusura di tipo *K*). Questi ultimi non costituiscono un problema pratico: una volta noti i parametri caratteristici del *PBL* (u_*, H_0 *e* z_i) la loro determinazione risulta semplice, applicando le diverse correlazioni semiempiriche

riportate in letteratura e presentate in precedenza.

Nel caso in cui fosse possibile ridurre questo problema tridimensionale ad un problema monodimensionale per simulare una situazioni fortemente omogenea in senso orizzontale, tali equazioni si ridurrebbero alle seguenti:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = f\left(v - v_g\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K_m \frac{\partial u}{\partial z}\right) \qquad [8.7a]$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -f\left(u - u_g\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K_m \frac{\partial v}{\partial z}\right) \qquad [8.7b]$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K_h \frac{\partial \theta}{\partial z}\right) + \frac{1}{\rho C_p}\frac{\partial R}{\partial z} \qquad [8.7c]$$

A questo punto, definito l'insieme di equazioni che costituiscono il modello matematico del *PBL* che ci sembra rappresentare la situazione su cui dobbiamo operare, è necessario sviluppare un metodo numerico per la sua integrazione.

8.1.3 INTRODUZIONE AI METODI NUMERICI DI INTEGRAZIONE DEL MODELLO DI PBL

Prendiamo a riferimento il modello di *PBL* definito dalla equazioni (8.4)÷(8.6), in cui sono state adottate le normali coordinate cartesiane ortogonali. Per prima cosa definiamo il *dominio di calcolo*, cioè l'ambito spaziale entro cui effettuiamo i calcoli. Tale dominio, schematicamente rappresentato in *Fig.8.1*, è un parallelepipedo caratterizzato da un'estensione L_x nella direzione x, L_y nella direzione y e L_z nella direzione z e che, per semplicità, ripartiamo in celle regolari avente gli spigoli di dimensione Δx, Δy e Δz relativamente ai tre assi coordinati.

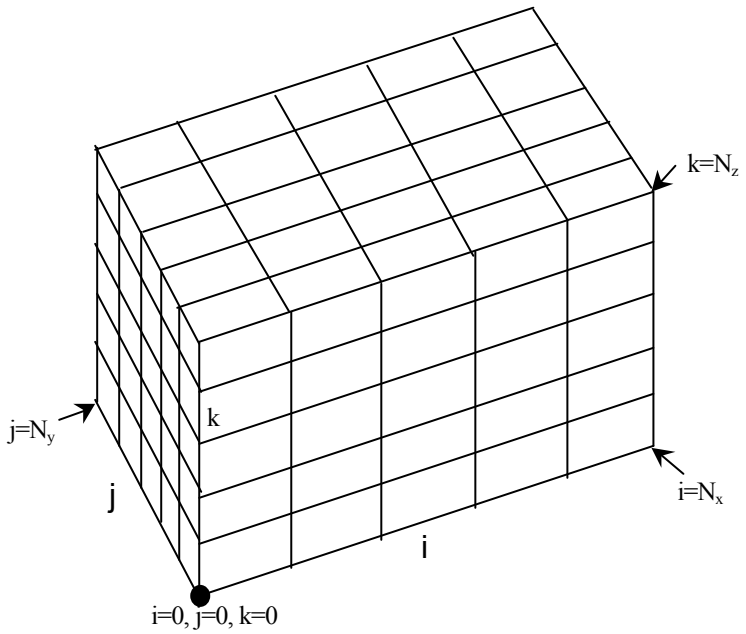

Fig. 8.1: il dominio di calcolo di un modello prognostico del PBL.

Quello che risulta è che all'intero dominio è sovrapposta *una griglia di calcolo* i cui nodi sono identificati univocamente con una terna di indici (i,j,k). L'indice i individua la coordinata x; la distanza tra il generico nodo i e il nodo $i+1$,sarà Δx e l'indice i varia da 0 *a* N_x, dove $N_x = L_x/\Delta x$. Analogamente capiterà per l'indice j (relativo all'asse y) e per l'indice k (relativo all'asse z).

In realtà, il dominio dovrebbe essere *quadridimensionale*, con la quarta dimensione costituita dal tempo. La simulazione partirà al tempo 0 e terminerà dopo un periodo T. Possiamo, anche in questo caso, dividere l'intero tempo di simulazione in intervalli temporali Δt è analogamente potremo definire un *indice temporale* n, dove $n = 0,1,..,N_t$, con $N_t = T/\Delta t$.

Tutte le equazioni che costituiscono il modello sono equazioni differenziali alle derivate parziali e nessuna di esse, in condizioni realistiche, ammette soluzioni di tipo analitico. Tra l'altro, se consideriamo per esempio la (8.4a), notiamo che non può essere classificata in una delle classi tipiche (ellittica, parabolica ed iperbolica) previste dalla teoria delle equazioni differenziali alle derivate parziali. Non essendo possibile in generale una loro integrazione analitica, sarà pertanto indispensabile una loro *approssimazione numerica* per far sì che sia possibile una loro risoluzione almeno numerica. Per una trattazione più dettagliata dell'argomento si rimanda a Pielke (1984), Ferziger e Perìc (1997) e a Mitchell e Griffiths (1995). In questa sede si presenterà solo un'introduzione al problema dell'approssimazione numerica delle equazioni del modello di *PBL* con esclusivo interesse didattico (privilegiando la comprensione a scapito del rigore), anche se parecchie tecniche presentate sono state realmente applicate in modelli reali. La chiave di volta della soluzione della (8.4a) e delle altre equazioni differenziali costituenti il modello sta nell'individuare la loro parentela con equazioni differenziali più semplici e più facilmente trattabili, cosa che faremo immediatamente di seguito.

8.1.3.1 L'approssimazione alle differenze finite delle equazioni differenziali

Il primo passo necessario alla risoluzione numerica di qualsiasi equazione differenziale alle derivate parziali è la loro approssimazione numerica. Prima di iniziare ad esplorare questo argomento, è importante sottolineare la profonda differenza concettuale tra la *risoluzione analitica* di una equazione differenziale alle derivate parziali e la sua *risoluzione numerica*.

Nel primo caso, una volta definito un dominio di calcolo continuo, si ricerca una funzione che sia la soluzione di questa equazione nell'intero dominio. Se siamo stati in grado di ottenere la soluzione di questa equazione differenziale, saremo sicuramente in grado di determinare il valore esatto della soluzione in qualsiasi punto del dominio di calcolo.

Nel caso, invece, della risoluzione numerica di un'equazione differenziale, le cose non stanno così. Non si considera più un dominio di calcolo continuo, bensì si limiterà l'attenzione ad un dominio di calcolo discreto, costituito da un numero discreto di punti e si cercherà il valore della soluzione solo in corrispondenza a questi punti. Per chiarire il concetto, consideriamo una generica equazione differenziale in cui sia presente una generica variabile ξ (per esempio la temperatura potenziale) ed un dominio costituito da un insieme di punti equidistanti collocati sull'asse x. Il dominio di calcolo sarà quindi costituito dagli N punti $x_i = x_0+(i-1)\cdot\Delta x$, $i = 1,2,\ldots,N$, dove Δx è la spaziatura tra un punto e l'altro, x_0 è l'estremo inferiore del dominio di calcolo e $x_0+(N-1)\cdot\Delta x$ è il relativo estremo superiore. La soluzione analitica dell'equazione differenziale sarà la funzione $\xi = \xi(x)$, mentre la soluzione numerica sarà l'insieme di valori (numeri, quindi) ξ_i in corrispondenza degli N punti (nodi) del dominio di calcolo (*griglia*). Poniamoci ora come obbiettivo *l'approssimazione algebrica delle derivate parziali* presenti nelle equazioni differenziali alle derivate parziali (8.2), (8.3), (8.4). Consideriamo una generica variabile ξ ed il dominio monodimensionale descritto in precedenza.

Schemi forward e backward delle derivate spaziali

Anche se, a prima vista, l'approssimazione numerica di una derivata parziale può *sembrare* un gioco fantasioso ed arbitrario, in realtà rispetta regole chiare e rigorose. Consideriamo un dominio monodimensionale lungo l'asse x costituito dai punti $x_i = x_0 + (i\text{-}1)\Delta x$. I suoi estremi sono x_0 (estremo inferiore) e x_N (estremo superiore), $x_i = x_0+(i\text{-}1)\cdot\Delta x$. Per comodità, immaginiamo di adottare come unità di misura la distanza $(x_N\text{-}x_0)$ e quindi Δx sarà pari a $(x_N\text{-}x_0)/(N\text{-}1)$, perciò sarà sicuramente un numero inferiore a 1. Nelle applicazioni pratiche non si usa questa unità di misura, ma nelle considerazioni teoriche è di notevole aiuto per la stima degli errori di approssimazione.

Consideriamo ora l'espansione in serie di Taylor di $\xi(x_i+\Delta x) = \xi_{i+1}$:

$$\xi(x_i+\Delta x)=\xi_{i+1}=\xi_i+\Delta x\left.\frac{\partial\xi}{\partial x}\right|_i+\frac{\Delta x^2}{2}\left.\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\right|_i+\frac{\Delta x^3}{3!}\left.\frac{\partial^3\xi}{\partial x^3}\right|_i+.... \qquad [8.8a]$$

Da questa equazione di infiniti termini si ottiene:

$$\left.\frac{\partial\xi}{\partial x}\right|_i=\frac{\xi_{i+1}-\xi_i}{\Delta x}-\frac{\Delta x}{2}\left.\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\right|_i-\frac{\Delta x^2}{3!}\left.\frac{\partial^3\xi}{\partial x^3}\right|_i-.... \qquad [8.8b]$$

In pratica la relazione precedente ci garantisce che la derivata parziale di ξ nel nodo x_i sarà data dal rapporto incrementale tra i nodi x_i e x_{i+1} a cui si sottraggono infiniti termini, il primo proporzionale a Δx, il secondo proporzionale a $(\Delta x)^2$ e così via. Relativamente a Δx, il primo termine proporzionale a Δx ed indicato come $O(\Delta x)$, risulta superiore al secondo, proporzionale a $(\Delta x)^2$ ed il secondo sarà superiore al terzo e così via. Quindi, a parole, possiamo dire che dalla (8.8b) risulta che la derivata parziale di ξ risulta pari al rapporto incrementale tra i nodi x_i e x_{i+1} più infiniti termini che, complessivamente, rappresentano un *termine di errore* proporzionale a Δx, cioè un termine $O(\Delta x)$.

Abbiamo quindi individuato *l'approssimazione forward* per la derivata parziale prima di ξ:

$$\left.\frac{\partial\xi}{\partial x}\right|_i\cong\frac{\xi_{i+1}-\xi_i}{\Delta x} \qquad [8.9]$$

che presenta un errore di approssimazione $O(\Delta x)$. Consideriamo, ora, il seguente sviluppo in serie di Taylor:

$$\xi(x_i-\Delta x)=\xi_{i-1}=\xi_i-\Delta x\left.\frac{\partial\xi}{\partial x}\right|_i+\frac{\Delta x^2}{2}\left.\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\right|_i-\frac{\Delta x^3}{3!}\left.\frac{\partial^3\xi}{\partial x^3}\right|_i+.... \qquad [8.10]$$

E' ovviamente immediato constatare che da questa equazione è possibile ottenere una nuova approssimazione per la derivata parziale di ξ nel punto x_i; ancora con un errore $O(\Delta x)$. Tale approssimazione, nota come *approssimazione backward*, risulta data dalla relazione seguente:

$$\left.\frac{\partial\xi}{\partial x}\right|_i\cong\frac{\xi_i-\xi_{i-1}}{\Delta x} \qquad [8.11]$$

A questo punto siamo stati in grado di ottenere due schemi diversi di approssimazione della derivata parziale prima di ξ. Dedichiamoci ora alla ricerca di *schemi approssimati per la derivata seconda*. Consideriamo, a tal proposito, le due espansioni di Taylor seguenti:

$$\xi(x_i+\Delta x)=\xi_{i+1}=\xi_i+\Delta x\left.\frac{\partial\xi}{\partial x}\right|_i+\frac{\Delta x^2}{2}\left.\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\right|_i+\frac{\Delta x^3}{3!}\left.\frac{\partial^3\xi}{\partial x^3}\right|_i+.... \qquad [8.12a]$$

$$\xi(x_i+2\Delta x)=\xi_{i+2}=\xi_i+2\Delta x\left.\frac{\partial\xi}{\partial x}\right|_i+\frac{4\Delta x^2}{2}\left.\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\right|_i+\frac{8\Delta x^3}{3!}\left.\frac{\partial^3\xi}{\partial x^3}\right|_i+.... \qquad [8.12b]$$

Se sottraiamo alla (8.12b) la (8.12a) moltiplicata per 2 otteniamo:

$$\left.\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\right|_i=\frac{\xi_{i+2}-2\xi_{i+1}-\xi_i}{(\Delta x)^2}-\Delta x\left.\frac{\partial^3\xi}{\partial x^3}\right|_i-..... \qquad [8.12c]$$

cioè abbiamo individuato uno *schema forward* per approssimare la *derivata parziale seconda*, pari a:

$$\left.\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\right|_i\cong\frac{\xi_{i+2}-2\xi_{i+1}+\xi_i}{(\Delta x)^2} \qquad [8.13]$$

con un errore di approssimazione dell'ordine di Δx, cioè $O(\Delta x)$. Con ragionamenti del tutto analoghi si giunge all'*approssimazione backward per la derivata seconda*:

$$\left.\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\right|_i\cong\frac{\xi_i-2\xi_{i-1}+\xi_{i-2}}{(\Delta x)^2} \qquad [8.14]$$

anch'essa caratterizzata da un errore $O(\Delta x)$.

Gli schemi *forward* e *backward* fin qui ottenuti presentano tutti (sia per le derivate prime che per le derivate seconde) un errore di approssimazione $O(\Delta x)$ e quindi vengono indicati *come approssimazioni del primo ordine*, ovviamente in Δx.

Potremmo essere interessati anche a schemi di approssimazione di ordine maggiore, cioè caratterizzati da un termine di errore proporzionale a $(\Delta x)^2$ (secondo ordine), $(\Delta x)^3$ (terzo ordine) e così via, virtualmente più precisi. Ciò è ovviamente possibile, anche se la loro deduzione risulta un poco macchinosa. Consideriamo per esempio, la (8.8a) da cui otteniamo:

$$\left.\frac{\partial\xi}{\partial x}\right|_i=\frac{\xi_{i+1}-\xi_i}{\Delta x}-\frac{\Delta x}{2}\left.\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\right|_i-\frac{\Delta x^2}{3!}\left.\frac{\partial^3\xi}{\partial x^3}\right|_i-.... \qquad [8.15a]$$

e sostituiamo alla derivata seconda la (8.12c), ottenendo, dopo un po' di algebra, la relazione seguente:

$$\left.\frac{\partial\xi}{\partial x}\right|_i=\frac{-\xi_{i+2}+4\xi_{i+1}-3\xi_i}{2\Delta x}-\frac{(\Delta x)^2}{3}\left.\frac{\partial^3\xi}{\partial x^3}\right|_i+.... \qquad [8.15b]$$

quindi lo schema seguente:

$$\left.\frac{\partial \xi}{\partial x}\right|_i \cong \frac{-\xi_{i+2} + 4\xi_{i+1} - 3\xi_i}{2\Delta x} \qquad [8.15c]$$

è un'approssimazione *forward* per la derivata parziale prima di ξ con un errore dell'ordine di $(\Delta x)^2$, cioè $O(\Delta x^2)$ e quindi è un'approssimazione del secondo ordine.

Schemi centrali per le derivate parziali

Gli schemi di approssimazione presentati risultano *asimmetrici*, visto che per rappresentare la derivata prima o seconda nel punto x_i sono necessari i valori di ξ nel punto x_i e nei punti successivi per gli schemi *forward* o precedenti per gli schemi *backward*. Spesso la fisica del fenomeno può richiedere una maggiore *simmetria* e quindi spingere a schemi più centrati nel punto che si sta analizzando.

Consideriamo quindi i due sviluppi di Taylor seguenti:

$$\xi_{i+1} = \xi_i + \Delta x \left.\frac{\partial \xi}{\partial x}\right|_i + \frac{\Delta x^2}{2}\left.\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}\right|_i + \frac{\Delta x^3}{3!}\left.\frac{\partial^3 \xi}{\partial x^3}\right|_i + ... \qquad [8.16a]$$

$$\xi_{i-1} = \xi_i - \Delta x \left.\frac{\partial \xi}{\partial x}\right|_i + \frac{\Delta x^2}{2}\left.\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}\right|_i - \frac{\Delta x^3}{3!}\left.\frac{\partial^3 \xi}{\partial x^3}\right|_i + ... \qquad [8.16b]$$

Se sottraiamo membro a membro le due serie precedenti otteniamo:

$$\left.\frac{\partial \xi}{\partial x}\right|_i = \frac{\xi_{i+1} - \xi_{i-1}}{2\Delta x} + \frac{(\Delta x)^2}{6}\left.\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}\right|_i + ... \qquad [8.16c]$$

quindi abbiamo ottenuto lo *schema centrale di approssimazione della derivata parziale prima* :

$$\left.\frac{\partial \xi}{\partial x}\right|_i = \frac{\xi_{i+1} - \xi_{i-1}}{2\Delta x} \qquad [8.17]$$

con un errore di approssimazione $O(\Delta x^2)$, cioè del secondo ordine.

Se, invece, sommiamo membro a membro le (8.16a e b) otteniamo lo *schema di approssimazione della derivata seconda*, anch'esso con un errore di approssimazione del secondo ordine:

$$\left.\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}\right|_i = \frac{\xi_{i+1} - 2\xi_i + \xi_{i-1}}{(\Delta x)^2} \qquad [8.18]$$

Schemi per la discretizzazione della derivata parziale rispetto al tempo

Consideriamo ora l'asse dei tempi t ed in particolare il semiasse positivo a partire da un istante iniziale che, senza perdita di generalità assumiamo pari a 0. Consideriamo istanti discreti t_n, n = 1,2,…N_t e l'intervallo temporale tra il generico istante t_n e t_{n+1} sia pari a Δt. Se siamo interessati ad osservare il fenomeno fino all'istante $T = N_t \cdot \Delta t$ e se consideriamo T come unità di misura del tempo, Δt sarà

sicuramente un numero inferiore a 1.

Il problema che ci accingiamo ad affrontare è l'individuazione di uno schema di approssimazione numerica della derivata parziale di ξ rispetto al tempo. Consideriamo quindi la seguente espansione in serie di Taylor:

$$\xi^{n+1} = \xi^{n} + \Delta t \left.\frac{\partial \xi}{\partial t}\right|^{n} + \frac{(\Delta t)^2}{2} \left.\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}\right|^{n} + \frac{(\Delta t)^3}{6} \left.\frac{\partial^3 \xi}{\partial t^3}\right|^{n} + \ldots\ldots\ldots \qquad [8.19a]$$

che descrive come varia, ad un generico modo della griglia spaziale, la variabile ξ da t^n a t^{n+1}. Da essa si ottiene:

$$\left.\frac{\partial \xi}{\partial t}\right|^{n} = \frac{\xi^{n+1} - \xi^{n}}{\Delta t} - \frac{\Delta t}{2} \left.\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}\right|^{n} - \frac{(\Delta t)^2}{6} \left.\frac{\partial^3 \xi}{\partial t^3}\right|^{n} + \ldots\ldots\ldots \qquad [8.19b]$$

quindi abbiamo individuato lo schema <u>*avanti nel tempo*</u> (*forward-in-time, FT*) seguente:

$$\left.\frac{\partial \xi}{\partial t}\right|^{n} \cong \frac{\xi^{n+1} - \xi^{n}}{\Delta t} \qquad [8.19c]$$

caratterizzato da un errore di approssimazione $O(\Delta t)$. Consideriamo ora l'espansione di Taylor seguente:

$$\xi^{n-1} = \xi^{n} - \Delta t \left.\frac{\partial \xi}{\partial t}\right|^{n} + \frac{(\Delta t)^2}{2} \left.\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}\right|^{n} - \frac{(\Delta t)^3}{6} \left.\frac{\partial^3 \xi}{\partial t^3}\right|^{n} + \ldots\ldots\ldots \qquad [8.20a]$$

Se sottraiamo l'equazione precedente alla (8.19a) otteniamo:

$$\left.\frac{\partial \xi}{\partial t}\right|^{n} = \frac{\xi^{n+1} - \xi^{n-1}}{2\Delta t} - \frac{(\Delta t)^2}{6} \left.\frac{\partial^3 \xi}{\partial t^3}\right|^{n} + \ldots\ldots\ldots \qquad [8.20b]$$

che dà luogo allo schema di approssimazione noto come schema della <u>*cavallina*</u> (*leap-frog*) seguente:

$$\left.\frac{\partial \xi}{\partial t}\right|^{n} \cong \frac{\xi^{n+1} - \xi^{n-1}}{2\Delta t} \qquad [8.20c]$$

che presenta un errore di approssimazione del secondo ordine $O(\Delta t^2)$.

<u>*Osservazioni*</u>

A prima vista potrebbe sembrare che quanto fin qui detto possa essere già sufficiente per risolvere numericamente l'equazione differenziale (8.4a) e le altre equazioni del modello del *PBL*. Purtroppo non è così! Per ragioni che saranno più chiare nel seguito, è più opportuno concentrare l'attenzione su alcune equazioni differenziali alle derivate parziali *tipiche* che altro non sono che forme semplificate delle equazioni che stiamo studiando e svilupparne i dettagli risolutivi, cosa che ci accingiamo a fare nei prossimi paragrafi.

8.1.3.2 L'avvezione

Se trascuriamo i termini diffusivi ed i termini di sorgente, le equazioni (8.4) e (8.6) contengono solo *termini avvettivi* che vengono bilanciati dal termine prognostico. Semplificando ulteriormente, se annulliamo per il momento tutte le componenti tranne la u, quello che resta è la forma più semplice del trasporto (o avvezione):

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -u\frac{\partial \xi}{\partial x} \qquad [8.21]$$

All'apparenza, questa equazione ci pare semplice e del tutto innocente. Nella realtà è sicuramente una delle equazioni differenziali che più ha dato e dà problemi ai modellisti. Molto è stato scritto sull'argomento, con il risultato che si è di fronte ad un *ribollire caotico* di considerazioni tra cui è difficile districarsi. La ragione di tutto ciò può essere illustrata rozzamente nel modo seguente. L'equazione del trasporto di indica che se ξ presenta una forma iniziale lungo l'asse x, per esempio una campana abbastanza stretta localizzata attorno ad un punto x^*, col trascorrere del tempo questa campana dovrà muoversi lungo l'asse delle x con una ben precisa velocità u *senza deformarsi*. Dovrebbe essere una traslazione del segnale nel tempo lungo il vento ed è proprio questo ciò che è difficile riprodurre in maniera corretta.

Iniziamo la nostra discussione approssimando la (8.21) nel modo più intuitivo possibile, con una approssimazione *forward-in-time* per la derivata temporale e con una *approssimazione centered-in-space* per la derivata spaziale (lo schema lo si indica come *FTCS*):

$$\xi_i^{n+1} - \xi_i^n = -\frac{u\Delta t}{2\Delta x} \cdot \left(\xi_{i+1}^n - \xi_{i-1}^n\right) \qquad [8.22]$$

Ricordiamo che i è l'indice del nodo lungo l'asse x ed n è l'indice dell'istante temporale. Così facendo abbiamo cercato di assicurare un'accuratezza del primo ordine nel tempo e del secondo ordine nello spazio ed anche una certa *simmetria* all'approssimazione della derivata spaziale che ci pare la più critica. Lo schema *FTCS* è appropriato alle nostre esigenze?

Per studiare con un certo dettaglio il comportamento dell'algoritmo *FTCS* è opportuno ricordare che un qualsiasi segnale può essere visto come la sovrapposizione di *armoniche* (*Teorema di Fourier*). In particolare, possiamo considerare una sola di queste armoniche ed immaginare che sia la *soluzione vera* della (8.21). Per evitare confusioni, con j indichiamo l'unità immaginaria, con i l'indice spaziale e con n l'indice temporale; la nostra soluzione armonica potrà quindi essere scritta nel modo seguente:

$$\xi = K \cdot \exp\{j(kx + \omega t)\} \qquad [8.23a]$$

che rappresenta un'armonica bidimensionale con frequenza k nello spazio ed ω nel tempo. Dato sia l'asse dei tempi che quello delle x è *discretizzato*, la relazione precedente può essere riscritta nel modo seguente:

$$\xi = K \cdot \exp\{j(k \cdot i \cdot \Delta x + \omega \cdot n \cdot t)\} \qquad [8.23b]$$

Il metodo di indagine consiste nell'introdurre la (8.23b) nell'approssimazione *FTCS* dell'equazione dell'avvezione e nello studiarne il risultato. I dettagli di questa analisi sono riportati in Pielke (1984). Per

il momento siamo interessati a verificare se lo schema *FTCS amplifica* o *deamplifica* l'armonica con l'evolvere nel tempo del fenomeno. A tale proposito si vede che il fattore di amplificazione λ dell'armonica risulta pari a:

$$\lambda = \pm\sqrt{1 + C^2 \sin^2(k \cdot \Delta x)} \qquad [8.23c]$$

dove C è il *numero di Courant*, definito come $C = u \cdot \Delta t/\Delta x$. Se $C > 1$, la distanza percorsa dal segnale durante l'intervallo Δt per avvezione è superiore alla distanza che separa due nodi di griglia contigui. E' interessante notare dalla (8.23c) come λ sia sempre maggiore dell'unità e quindi l'algoritmo *FTCS* costantemente amplifichi l'armonica. Un segnale generico, somma di varie armoniche, ne risulterà quindi distorto visto che armoniche con frequenze spaziali diverse vengono amplificate in modo differente. *Un algoritmo che presenta una caratteristica di questo genere si dice incondizionatamente instabile.* Anche se l'algoritmo *FTCS* era il più naturale che potessimo scrivere, sicuramente non andrà mai impiegato.

Una variabile interessante dal metodo *FTCS* è il *metodo di Lax* (Press e al., 1992). Tale metodo consiste nel sostituire nella (8.22) ξ_i^n con la media di ξ^n_{i+1} e ξ^n_{i-1} , cioè:

$$\xi_i^{n+1} - \frac{1}{2}\left(\xi_{i+1}^n + \xi_{i-1}^n\right) = -\frac{u \cdot \Delta t}{2\Delta x} \cdot \left(\xi_{i+1}^n - \xi_{i-1}^n\right) \qquad [8.24a]$$

che, riorganizzata, porta alla relazione seguente:

$$\xi_i^{n+1} = \frac{1 - C}{2}\xi_{i+1}^n + \frac{1 + C}{2}\xi_{i-1}^n \qquad [8.24b]$$

dove con C ancora una volta si è indicato il numero di Courant. Si può dimostrare che la condizione di stabilità $|\lambda|^2 < 1$ è soddisfatta per $C \leq 1$, nota come *Condizione di Courant. Il metodo di Lax risulta quindi stabile con condizione* se $\Delta x \geq u \cdot \Delta t$. Parrebbe che finalmente abbiamo incontrato uno schema di discretizzazione soddisfacente e quindi applicabile. Ci aspetta, invece, una bella sorpresa! La (8.24a) può anche essere riscritta nel modo seguente:

$$\frac{\xi_i^{n+1} - \xi_i^n}{\Delta t} = -u\frac{\xi_{i+1}^n - \xi_{i-1}^n}{2\Delta x} + \frac{\xi_{i+1}^n - 2\xi_i^n + \xi_{i-1}^n}{2\Delta t} \qquad [8.24c]$$

che è esattamente la rappresentazione *FTCS* dell'equazione:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -u\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t}\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \qquad [8.24d]$$

Sorprendentemente, il metodo di Lax stabilizza lo schema *FTCS* dell'equazione dell'avvezione *introducendo un termine diffuso completamente artificiale*. Questa caratteristica non è molto desiderabile visto che il coefficiente di diffusione numerica non è facilmente controllabile e minimizzabile.

Un'altra approssimazione molto interessante dell'equazione dell'avvezione è l'*approssimazione sopravvento* (*upwind*) data da:

$$\frac{\xi_i^{n+1}\xi_i^n}{\Delta t} = \begin{cases} -u\dfrac{\xi_{i+1}^n - \xi_i^n}{\Delta x} & \text{se} u < 0 \\ -u\dfrac{\xi_i^n - \xi_{i-1}^n}{\Delta x} & \text{se} u \geq 0 \end{cases} \qquad [8.25]$$

Si può dimostrare che anche *questo schema è stabile con condizione*, purché $C \leq 1$. Inoltre anche questo schema presenta una diffusione numerica del tutto artificiale, visto che equivale alla discretizzazione dell'equazione (Pielke, 1984):

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + u\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}\Delta t - \frac{1}{2}u\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}\Delta x = 0 \qquad [8.26]$$

ma che si dimostra essere più facilmente dominabile. Per quanto visto fin qui, risulta che lo *schema up-wind* è il metodo alle differenze finite più promettente e per questo è stato frequentemente utilizzato nella realizzazione dei modelli numerici di *PBL*. Lo sforzo dei vari ricercatori si è quindi concentrato nell'aumentarne la stabilità, nel garantirne la conservazione del flusso e nel diminuirne la diffusione numerica artificiale.

Fin qui abbiamo considerato nella (8.21), e quindi nei vari schemi di discretizzazione, la componente u del vento come se fosse stata una costante. Ciò ovviamente non è vero in generale. Per conservare quindi la massa, lo schema *up-wind* può essere riproposto nel modo seguente:

$$\xi_i^{n+1} = \xi_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(u_e\xi_e - u_w\xi_w\right) \qquad [8.27a]$$

dove, per esempio, si ha che:

$$u_e = \frac{u_{i+1}^n - u_i^n}{2} \qquad [8.27b]$$

$$u_w = \frac{u_i^n - u_{i-1}^n}{2} \qquad [8.27c]$$

e ξ_e e ξ_w sono definiti, a seconda del valore di u_e e u_w, nel modo seguente:

$$\xi_e = \begin{cases} \xi_i & \text{se } u_e \geq 0 \\ \xi_{i+1} & \text{se } u_e < 0 \end{cases} \qquad [8.27d]$$

$$\xi_w = \begin{cases} \xi_{i-1} & \text{se } u_w \geq 0 \\ \xi_i & \text{se } u_w < 0 \end{cases} \qquad [8.27e]$$

Questo schema è una rozza semplificazione del celebre schema noto come *donor-cell* descritto nei dettagli da Bornstein e al. (1987).

Tutti gli schemi proposti ed in particolare gli schemi *up-wind* (che come si è visto sono i più promettenti) sono *schemi totalmente espliciti*; in altre parole, per poter conoscere il valore della variabile ξ nel nodo i-esimo al tempo t^{n+1} è necessario solamente conoscere il campo di u e di ξ (se con

ξ già non si è indicata la componente del vento u) all'istante t^n. L'unico problema sta nelle condizioni iniziali ed al contorno. All'istante $t = 0$ deve essere conosciuto ogni campo meteorologico presente nelle equazioni prognostiche del modello di *PBL* e, nel nostro caso particolare, ξ_i^0 per ogni valore dell'indice i. Nel caso monodimensionale che stiamo considerando (l'avvezione lungo l'asse x) le condizioni al contorno riguardano i due estremi del dominio di calcolo. Molte sono le opzioni possibili e come al solito, si rimanda a Pielke (1984) per approfondimenti. Il caso più semplice è il seguente. Si determini in quale dei due estremi è presente un flusso entrante di aria ed in quale si stabilisce, invece, un flusso uscente. Al nodo estremo in cui si stabilisce il flusso entrante (sia $i = 0$ per fissare le idee) ogni variabile possederà un valore fissato o variabile nel tempo, ma comunque noto. Per fissare le idee si avrà per esempio $\xi_0^n = f(t)$, funzione nota e data. All'altro estremo, in cui il flusso è uscente (sempre per fissare le idee, $i = N_x$), si imporrà invece un gradiente nullo, cioè si porrà $\xi_{N_x}^n = \xi_{N_x-1}^n$ per ogni valore di n. Va comunque ricordato che questo metodo per imporre le condizioni al contorno ed anche agli altri metodi più sofisticati proposti *introducono inevitabilmente effetti di bordo*. L'unica cura efficace che si può mettere in atto è quella di ampliare il dominio di calcolo in modo che nella porzione di dominio di reale interesse tali effetti siano minimi possibili.

In pratica, se si prende come schema di approssimazione dell'equazione dell'avvezione lungo l'asse x la relazione (8.27), si può procedere nel modo seguente per ottenere il valore di ξ al tempo t^{n+1} nei vari nodi della griglia di calcolo:

- sia noto il campo ξ_i^n e u_i^n a t^n per ogni i;
- si determini il nodo estremo con flusso entrante e quello con flusso uscente (si immagini, per fissare le idee, che siano rispettivamente $i = 0$ e $i = N_x$);
- si ponga $\xi_0^{n+1} = f(t^{n+1})$;
- per ogni nodo $i = 1,2,\ldots,N_x\text{-}1$ si applichi lo schema *up-wind* (8.27);
- si ponga $\xi_{Nx}^{n+1} = \xi_{Nx\text{-}1}^{n+1}$.

Se invece di considerare l'avvezione nella direzione x considerassimo l'avvezione nella direzione y, tutto si riproporrebbe in maniera analoga.

8.1.3.3 La diffusione

Se nelle equazioni di bilancio trascurassimo ora tutti gli effetti di sorgenti, gli effetti *avvettivi* e la diffusione turbolenta in y e z, otterremmo la semplice equazione differenziale seguente:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D \frac{\partial u}{\partial x} \right) \qquad [8.28a]$$

tipica di un processo diffusivo, che nella forma più semplice diventa:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \qquad [8.28b]$$

in cui il coefficiente di diffusione è costante in tutto il dominio di calcolo. Per quanto riguarda la derivata

rispetto al tempo, possiamo adottare ancora una volta lo schema *forward-in-time* senza problemi. Per quanto riguarda, invece, la derivata spaziale seconda, potremmo utilizzare lo schema centrato (8.18).

Se immaginiamo che la derivata spaziale seconda all'istante $n+1$ possa essere stimata sulla base dei valori assunti da ξ all'istante n, lo schema risolutivo che ne risulta è ancora una volta uno schema *FTCS* del tipo:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = D \cdot \left[\frac{u_{i-1}^n - 2u_i^n + u_{i+1}^n}{\Delta x^2} \right] \qquad [8.29]$$

estremamente semplice perché *totalmente esplicito*, ma *purtroppo instabile*, come evidenziato per esempio in (Press e al., 1992). E' necessario quindi trovare un modo per stabilizzarlo. Una possibilità sarebbe quella di calcolare la derivata seconda spaziale impiegando i valori dello step temporale $n+1$ e non n e questo si dimostra che renderebbe notevoli benefici alla stabilità, ottenendo quindi la relazione seguente:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = D \cdot \left[\frac{u_{i-1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i+1}^{n+1}}{\Delta x^2} \right] \qquad [8.30]$$

cosa che però complica di molto la soluzione del problema visto che *la forma è completamente implicita* e per risolvere il campo u al passo $n+1$ abbiamo bisogno di risolvere un sistema di equazioni algebriche lineari di grandi dimensioni che, anche se di forma semplice, richiede notevole spazio di memoria sul computer.

Una soluzione parziale a questo problema viene dal mediare lo schema esplicito (8.29) e lo schema implicito (8.30), producendo quello che è noto come *schema di Crank-Nicholson*. In effetti si ottiene la relazione seguente:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = \frac{D}{2} \left[\frac{(u_{i+1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i-1}^{n+1}) + (u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n)}{\Delta x^2} \right] \qquad [8.31]$$

Se il coefficiente di diffusione D non è una costante, nella (8.31) verrà introdotto il valore di D richiesto al nodo i al tempo $n+1$. Questo schema, che è solo parzialmente implicito, presenta due proprietà interessanti. La prima è che è uno *schema incondizionatamente stabile* e quindi sicuro nella sua applicazione. La seconda proprietà deriva dalla sviluppo algebrico della (8.31). In effetti, sviluppando i vari termini si ha che:

$$-au_{i-1}^{n+1} + (1+2a)u_i^{n+1} - au_{i+1}^{n+1} = au_{i+1}^n + (1-2a)u_i^n + au_{i-1}^n \qquad [8.32a]$$

dove

$$a = \frac{D\Delta t}{\Delta x^2} \qquad [8.32b]$$

Se si immagina che i punti estremi del dominio in x abbiano come condizione al contorno la nullità del gradiente, allora è immediato accorgersi che il sistema di equazioni che si ottiene dalla (8.18a) applicata a tutti i nodi i è un *sistema tridiagonale* di rapida e semplice soluzione (Press e al.,1992).

8.1.3.4 L'equazione che contiene il termine di sorgente

Se si eliminano dalle due equazioni che rappresentano la conservazione della quantità di moto i termini convettivi ed avvettivi, si ottiene il seguente sistema che evidenzia il *termine di sorgente* dovuto all'accelerazione di Coriolis:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = fv \qquad [8.33a]$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -fu \qquad [8.33b]$$

La semplicità di questo sistema di equazioni ci indurrebbe ad adottare schemi risolutivi estremamente semplici, che però si mostra essere completamente instabili. Seguendo Pielke (1984), uno schema stabile e semplice per risolvere tale sistema di equazioni è invece il seguente:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = fv_i^n \qquad [8.34a]$$

$$\frac{v_i^{n+1} - v_i^n}{\Delta t} = -fu_i^{n+1} \qquad [8.34b]$$

In pratica, all'istante $n+1$ si opera nel modo seguente:

- si calcola il nuovo campo di u impiegando i valori di u e v ottenuti al passo temporale n;
- si calcola il nuovo campo di v, impiegando il campo di v ottenuto al passo temporale n ed il campo di u ottenuto a $n+1$.

8.1.3.5 L'equazione del bilancio di massa

L'importanza dell'equazione (8.5) sta nel fatto che è l'unica equazione da cui sia possibile ottenere la componente verticale media del vento. A tal proposito, consideriamo il fatto che dalla (8.5) è immediato ottenere:

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right] \qquad [8.35]$$

Si consideri il solito dominio di calcolo in cui un generico nodo interno sia univocamente individuato dagli indici i (asse x), j (asse y) e k (asse z). Se impieghiamo uno schema *forward* per l'approssimazione della derivata rispetto a z e uno schema centrato per le altre due derivate, alla fine otteniamo:

$$\frac{w_{i,j,k+1} - w_{i,j,k}}{\Delta z} = -\left[\frac{u_{i+1,j,k} - u_{i-1,j,k}}{2\Delta x} + \frac{v_{i,j+1,k} - v_{i,j-1,k}}{2\Delta y}\right] \qquad [8.36]$$

Se i nodi al suolo sono caratterizzati da $k = 0$, si ha per la *no-slip condition* che $w_0 = 0$ qualunque valore assumano gli indici i e j. Alla luce di tutto ciò, se sono noti i campi u e v e i *valori* assunti da w ai nodi di indice verticale k, il valore assunto da w ai nodi con indici $k+1$ sarà facilmente ottenuto impiegando direttamente la (8.36).

8.1.3.6 L'operazione di splitting

Se consideriamo l'equazione (8.4a) notiamo che in essa sono combinati tutti i tipi di equazioni differenziali fin qui considerate singolarmente. Il problema che ci poniamo è se sia possibile in qualche modo sfruttare quanto abbiamo fin qui sviluppato per risolvere numericamente questa equazione e le altre che (ad eccezione dell'equazione del bilancio di massa) risultano formalmente identiche. Una delle risposte possibili è l'*operazione di time splitting*. Per semplicità, consideriamo una generica equazione differenziale alle derivate parziali del tipo:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Psi(u) \qquad [8.37]$$

in cui Ψ sia un generico operatore differenziale, definito come la somma di operatori che agiscono additivamente sulla variabile u nel modo seguente:

$$\Psi(u) = \Psi_1(u) + \Psi_2(u) + \cdots + \Psi_m(u) \qquad [8.38]$$

Immaginiamo, inoltre, che per i vari operatori $\Psi_1, \Psi_2, .., \Psi_m$ siano disponibili schemi di approssimazione stabili ed efficienti. In questo caso, si può dimostrare che la risoluzione della (8.37) può essere ottenuta nel modo seguente.

Si supponga di conoscere il campo di u all'istante n. Basandoci su tale campo si risolva (numericamente) l'equazione:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Psi_1(u) \qquad [8.39a]$$

da cui si ottiene un nuovo campo di u (che indichiamo come $u^{(1)}$) che però non sarà il campo voluto all'istante $n+1$.Usando $u^{(1)}$ come campo iniziale, se risolviamo l'equazione:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Psi_2\left(u^{(1)}\right) \qquad [8.39b]$$

otterremo un nuovo campo intermedio $u^{(2)}$ che terrà conto sia dell'azione dell'operatore Ψ_1 che dell'operatore Ψ_2. Continuando questa metodologia fino all'esaurimento degli m operatori in cui è stato possibile scomporre l'operatore differenziale originario, alla fine si otterrà il campo $u^{(m)}$ che è effettivamente il campo cercato per l'istante temporale $n+1$ (cioè $u^{n+1} = u^{(m)}$).

Questo metodo rappresenta la soluzione ai nostri problemi. In effetti, se consideriamo ancora una volta la (8.4a), vediamo come la sequenza di operazioni richiesta dallo *splitting* sia la seguente:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u\frac{\partial u}{\partial x} \qquad [8.40a]$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -v\frac{\partial u}{\partial y} \qquad [8.40b]$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -w\frac{\partial u}{\partial z} \qquad [8.40c]$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = f\left(v - v_g\right) \qquad [8.40d]$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K_m \frac{\partial u}{\partial z}\right) \qquad [8.40e]$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = K_H \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \qquad [8.40f]$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = K_H \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad [8.40g]$$

In pratica all'istante $n+1$, la prima delle equazioni differenziali elencate verrà risolta numericamente (con il metodo illustrato in precedenza). Il campo così ottenuto verrà utilizzato come campo iniziale per lo schema numerico che risolve la seconda equazione della lista e si procederà in questo modo fino ad esaurire tutte le equazioni differenziali della lista. L'ultimo campo ottenuto per la variabile u sarà il campo relativo all'istante temporale $n+1$.

8.1.3.7 L'algoritmo risolutivo completo

Forse non sarà sfuggito al lettore il fatto che nella descrizione dell'operazione di *splitting* non si è fatta menzione del fatto che nelle equazioni (8.40) sono presenti anche i campi relativi ad altre variabili, cioè l'equazione differenziale (8.4a) è legate alle altre equazioni differenziali che costituiscono il modello di *PBL*. In effetti il metodo completo che dovremmo utilizzare per integrare l'intero sistema di equazioni differenziali potrebbe essere articolato nel modo seguente.

1) quando $n = 0$ (cioè siamo all'istante iniziale) conosciamo completamente i valori dei campi u, v, w, θ in tutti i nodi della griglia di calcolo;

2) ad un generico istante $n+1$, operiamo sequenzialmente seguendo i passi seguenti:

   - consideriamo l'equazione (8.6) per il campo di θ ed applichiamo ad essa l'operazione di *splitting,* usando come campi di u, v e w quelli dell'istante n. Il termine di divergenza radiativa potrà essere calcolato come indicato al Cap. 3. Il campo di θ così ottenuto sarà il campo finale per l'istante $n+1$.

   - consideriamo ora le due equazioni prognostiche per le componenti del vento u e v e operiamo un primo *splitting* considerando le equazioni ridotte:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = f\left(v - v_g\right) \qquad [8.41a]$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} = f\left(u_g - u\right) \qquad [8.41b]$$

   relative alla sola avvezione ed al termine di Coriolis. Risolviamole, sempre con la metodologia di *splitting*, avendo come campi iniziali per u, v e w quelli relativi all'istante n. A questo punto, impiegando i campi intermedi aggiornati per u e v ed il campo w all'istante n, risolviamo, sempre applicando la metodologia di *splitting* le equazioni seguenti che tengono conto della diffusione:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K_m \frac{\partial u}{\partial z} \right) + K_H \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \qquad [8.41c]$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K_m \frac{\partial v}{\partial z} \right) + K_H \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \qquad [8.41d]$$

a questo punto i campi così ottenuti per le variabili u e v saranno quelli definitivi per l'istante $n+1$, mentre, applicando lo schema numerico rappresentato dalla relazione (8.36) otterremo finalmente anche il campo finale per la variabile w.

Va ricordato che il metodo proposto è stato notevolmente semplificato per renderlo didatticamente comprensibile. Se si fosse interessati a prendere visione del metodo risolutivo reale impiegato in modelli di *PBL* attualmente disponibili, è conveniente riferirsi a Xue (1995) dove è descritto nel dettaglio il sistema di equazioni che compongono il modello *ARPS* (dove purtroppo non vengono impiegate le normali coordinate x,y,z) ed il metodo numerico impiegato per risolverle. Per una visione più ampia dei modelli numerici di *PBL* attualmente disponibili è conveniente riferirsi a Pielke e Pearce (1994).

8.1.3.8 Il modello di suolo

Per come è stato presentato, il modello di *PBL* ad ogni istante n dovrebbe poter contare sulle informazioni seguenti:

- il valore della temperatura al suolo
- il valore delle componenti geostrofiche
- il valore dei parametri caratteristici del *PBL* per poter determinare i valori corretti dei parametri di diffusione.

Per quanto riguarda la determinazione della temperatura T_s, le tecniche possibili sono molto numerose e dipendono dalle informazioni sperimentalmente disponibili.

Se ad ogni istante di interesse sono note le informazioni seguenti:

- i parametri di rugosità z_0, z_{oh} e d;
- la temperatura media dell'aria T_a ad una quota z_T molto prossima al suolo (in questo caso $T_a \approx \theta_a$);
- la *friction velocity* u_* ed il flusso turbolento di calore sensibile H_0,

in questo caso, grazie alla Relazione di Similarità per il profilo verticale della temperatura potenziale, si ha che:

$$T_s \cong \theta_0 = \theta_a + H_0 / \left(\rho C_p u_* \right) \cdot \left\{ \ln\left(z_T / z_0 \right) - \Psi_h \left(z_T / L \right) \right\} \qquad [8.42]$$

Se manca l'informazione diretta su H_0 e u_*, ma è disponibile la radiazione netta R_N, è possibile ottenere dal Bilancio Radiativo Superficiale (si veda Cap. 3) la seguente stima per T_s:

$$T_s = \left\{ \left(R_N - R_g \left(1 - a \right) - L\downarrow \right) / \left(\varepsilon \sigma \right) \right\}^{1/4} \qquad [8.43]$$

dove R_g è la Radiazione Solare globale, a è il coefficiente di albedo, ε è l'emissività del suolo, σ è la costante di Stefan-Boltzmann e $L\downarrow$ è la radiazione infrarossa proveniente dall'atmosfera che può

essere parametrizzata con uno dei metodi presentati nel Cap. 3.

Ci sono poi molti modelli di *PBL* che prevedono tecniche più complesse volte a ricostruire dinamicamente il Bilancio Energetico Superficiale. Se da un lato questa strategia elimina la necessità di conoscere le misure di u_*, H_0 e H_E, dall'altro richiede una conoscenza dettagliata delle caratteristiche del suolo e della sua copertura vegetale, informazioni spesso difficili da acquisire. Oltre a ciò, tali tecniche portano alla scrittura di un modello di Bilancio Energetico Superficiale composto da equazioni differenziali e/o equazioni algebriche non lineari che aumentano inesorabilmente i tempi di calcolo. In Garratt (1992) sono presentati ulteriori dettagli sull'argomento.

8.2 I MODELLI DIAGNOSTICI

8.2.1 GENERALITÀ

Per *modello di PBL diagnostico* si intendo una classe eterogenea di modelli che non prevedono di descrivere l'evoluzione temporale delle variabili meteorologiche, ma solo la loro distribuzione spaziale ad ogni istante di interesse, sulla base di un numero ridotto di leggi fisiche e soprattutto sulla base di un insieme sufficientemente ricco di misure sperimentali. A prima vista un modello di tipo diagnostico potrebbe sembrare un puro e semplice sistema di interpolazione spaziale, anche se, come vedremo, questa visione risulta decisamente riduttiva. La sua applicazione principale (attualmente molto estesa) è la preparazione dei campi meteorologici per i modelli di simulazione della dispersione degli inquinanti in atmosfera di media ed alta complessità, come i modelli a particelle Monte Carlo ed i modelli fotochimici di tipo euleriano nonché l'inizializzazione del campo di vento per i modelli prognostici di *PBL*. La preferenza che viene data (quando possibile) a modelli di questo tipo deriva dal fatto che essi sono molto più semplici e veloci rispetto ai modelli meteorologici di tipo prognostico. In pratica, una volta disponibili delle misure meteorologiche di vario genere nei pressi del suolo (normalmente entro il *SL*) e, possibilmente anche il profilo verticale delle principali variabili medie (come il vettore vento e la temperatura) in alcuni punti della zona che si intende indagare, un generico modello di tipo diagnostico si occupa di ricostruire i dettagli spaziali dei vari campi di interesse. La metodologia seguita dai differenti modelli diagnostici non è generale e neppure consolidata e spesso si deve adattare alla tipologia di dati meteorologici disponibili. Qui di seguito presenteremo i dettagli normalmente seguiti per la ricostruzione:

- del campo tridimensionale del vento,
- del campo di temperatura e di umidità,
- del campo delle principali caratteristiche che definiscono la turbolenza atmosferica,

Anche se nella presentazione che faremo non si tiene conto di fenomeni avvettivi, tuttavia non è impossibile tenerne conto in maniera soddisfacente.

8.2.2 IL MODELLO DI RICOSTRUZIONE DEL CAMPO DI VENTO A DIVERGENZA NULLA (MASS-CONSISTENT MODEL)

8.2.2.1 Le basi teoriche del metodo

Una parte importante di un modello diagnostico del *PBL* è la ricostruzione del campo tridimensionale del vento medio ad un dato istante temporale sulla base della conoscenza di misure realizzate all'istante considerato in alcuni punti della regione di interesse. Ciò si potrebbe realizzare semplicemente

interpolando i dati sperimentali nell'intero dominio di calcolo, tuttavia è abbastanza facile rendersi conto che, quando il numero di misure disponibili è limitato, il risultato che si potrà ottenere dal processo interpolativo sarà ben lontano dalla realtà. Tra le altre cose, il processo interpolativo ignora di fatto qualsiasi tipo di legge fisica e quindi il campo ottenuto per interpolazione non rispetterà necessariamente le varie relazioni di conservazione.

L'idea su cui si basano i vari modelli di campo di vento a divergenza nulla è la seguente:

- si consideri un dato istante *t* ed un dominio di calcolo spaziale in cui si è interessati a determinare il campo di vento. Tale dominio Ω, a priori qualsiasi, nelle applicazioni pratiche viene normalmente definito come un parallelepipedo avente gli spigoli orientati secondo il sistema di assi cartesiani usato in meteorologia, con base inferiore posta alla quota del terreno (che per il momento possiamo considerare completamente piatto) e con la base superiore posta ad una altezza H, solitamente superiore alla massima estensione verticale del *PBL*;

- siano disponibili al tempo *t N misure* del vettore vento medio (di componenti *u, v* e *w*) all'interno di un dominio di calcolo Ω (nella pratica è difficile disporre di valori per la componente verticale, che comunque nei pressi del suolo dovrà essere prossima a zero);

- sia possibile ricostruire in ogni punto del dominio Ω mediante un metodo interpolativo (di cui si parlerà più avanti) il campo tridimensionale del vento (*campo di vento iniziale*) in modo tale che in ogni punto del dominio sia noto il valore interpolato del campo (u_0, v_0, w_0);

- si cerchi quindi un nuovo campo di vento (u,v,w) che minimizzi la *distanza* dai valori interpolati e che *rispetti la legge della conservazione della massa*.

Si può dimostrare che il problema così formulato ammette un'unica soluzione, una volta definito l'algoritmo di interpolazione con cui si ottiene il campo iniziale.

Dal punto di vista matematico la risoluzione di tale problema è stata presentata da diversi autori e per maggiori dettagli si rimanda a Sherman (1978), Endlich e al. (1982), Bernard e al. (1987), Ross e al. (1988) Ratto e al. (1994) e Ishikawa (1994). Se con (u_0,v_0,w_0) indichiamo in un generico punto P del dominio Ω delle componenti del vento ottenute per interpolazione dai dati misurati e con (u,v,w) il nuovo campo che desideriamo individuare, è necessario che il *funzionale*:

$$E(u,y,z,\lambda)=\int_{\Omega}\left[\alpha_1^2(u-u_0)^2+\alpha_2^2(v-v_0)^2+\alpha_3^2(w-w_0)^2\right]\cdot dV \qquad [8.44]$$

sia minimo. In questa relazione i coefficienti α_1, α_2 e α_3 sono i pesi relativi alle varie componenti cartesiane del campo; tali coefficienti sono i *moduli di precisione di Gauss* e da essi dipendono gli aggiustamenti che l'algoritmo ricostruttivo del campo di vento realizzerà. Come si vedrà, tali coefficienti saranno strettamente legati allo stato di stabilità che si incontra nel punto considerato del dominio di calcolo. Il campo (u,v,w) così ottenuto, sarà il campo cercato *solo* se rispetterà la *legge di conservazione della massa*. In generale, la legge di conservazione della massa è data dalla relazione seguente:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0 \qquad [8.45a]$$

Se però si assume che ρ sia costante col tempo, la (8.45a) si riduce alla forma seguente (*forma anelastica dell'equazione di continuità*):

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0 \qquad [8.45b]$$

Spesso, tuttavia, per semplicità, si tende a non tener conto della variabilità spaziale della densità dell'aria e ciò comporta un'ulteriore semplificazione, ottenendo in definitiva la *forma incompressibile* dell'equazione di continuità, data da:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \qquad [8.45c]$$

cioè la *divergenza del campo di vento risulta nulla* nell'ipotesi che la densità non vari apprezzabilmente nel tempo e nello spazio.

Se restringiamo, per semplicità, il nostro interesse al caso in cui sia applicabile la conservazione della massa espressa dalla (8.45c) e se impieghiamo le normali coordinate cartesiane (rispetto alle quali si realizzano sempre le misure sperimentali), il problema che ci si prospetta è la minimizzazione del funzionale (8.44) soggetto al vincolo (8.45c). Questo è un noto problema dell'*Analisi Variazionale*, che fornisce a questo proposito due risultati importanti.

Il primo risultato è che il problema formulato è del tutto equivalente al problema non vincolato seguente:

$$E'(u,y,z,\lambda)=\int_{\Omega}\left\{\left[\alpha_1^2(u-u_0)^2+\alpha_2^2(v-v_0)^2+\alpha_3^2(w-w_0)^2\right]+\right.$$
$$\left.+\lambda\left[\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right]\right\}\cdot dV \qquad [8.46]$$

dove $\lambda = \lambda(x,y,z)$ è il moltiplicatore di Lagrange, ovviamente variabile da punto a punto entro il dominio di calcolo.

Il secondo risultato importante è che il campo (u,v,w) che minimizza la (8.46) può essere ottenuto dalle equazioni di Eulero-Lagrange seguenti:

$$u=u_0+\frac{1}{2\alpha_1^2}\frac{\partial\lambda}{\partial x}$$
$$v=v_0+\frac{1}{2\alpha_2^2}\frac{\partial\lambda}{\partial y} \qquad [8.47]$$
$$w=w_0+\frac{1}{2\alpha_3^2}\frac{\partial\lambda}{\partial z}$$

sempre rispettando la conservazione della massa espressa dalla relazione (8.45c). Assumiamo per semplicità che $\alpha_1 = \alpha_2$ ed poniamo $\alpha = \alpha_1/\alpha_3$.

Differenziando le (8.47) e sostituendo le relazioni così ottenute nella (8.45c) si ottiene la seguente

relazione per λ (che rappresenta fisicamente un potenziale):

$$\frac{\partial^2\lambda}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\lambda}{\partial y^2}+\alpha^2\frac{\partial^2\lambda}{\partial z^2}=-2\alpha_1^2\left(\frac{\partial u_0}{\partial x}+\frac{\partial v_0}{\partial y}+\frac{\partial w_0}{\partial z}\right) \qquad [8.48]$$

cioè un'*equazione di Poisson*, ben nota nella Fisica Matematica. Una volta definite opportune condizioni al contorno, la (8.48) può essere risolta (non necessariamente analiticamente) ottenendo il campo scalare λ cercato. Da esso, ed impiegando le (8.47), si potrà individuare completamente il campo di vento desiderato.

Tutto ciò è valido in generale, tuttavia se consideriamo una situazione reale, il dominio di calcolo sarà costituito da un parallelepipedo avente come base inferiore il suolo. Dato che la superficie terrestre può essere caratterizzata dalla presenza di un'orografia più o meno accentuata, può essere estremamente scomodo formulare il problema in termini di coordinate cartesiane ortogonali. In alternativa a questo modo di procedere è possibile operare un cambio di coordinate e riferirsi ad un sistema non ortogonale di coordinate *terrain-following*. Se indichiamo con H la quota massima del dominio di calcolo ed indichiamo con $h(x,y)$ la quota che il generico punto del suolo (x,y) ha rispetto ad una quota di riferimento (*quota orografica*), è possibile definire un nuovo sistema *di assi non ortogonali* in cui al posto di z si sostituisce una *nuova variabile* σ, definita come:

$$\sigma(x,y,z)=\frac{H-z}{H-h(x,y)}=\frac{H-z}{\pi(x,y)} \qquad [8.49]$$

Questa trasformazione non è l'unica possibile ed in Ratto e al. (1994) sono elencate altre definizioni impiegate in letteratura. Ritornando alla (8.49), è immediato rendersi conto che σ è pari a alla sommità del dominio di calcolo, mentre vale 1 a livello del suolo, come indicato in *Fig.8.2*, dove è rappresentata, in un dominio bidimensionale, l'orografia e le curve a σ costante. Inoltre è evidente che le superfici corrispondenti a valori di σ costanti non sono superfici piane, ma curve che tanto più ricalcano la forma dell'orografia quanto più si riferiscono a valori di σ prossimi ad 1.

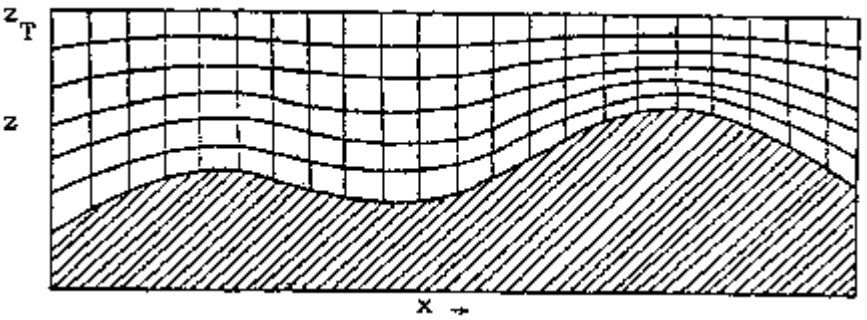

Fig. 8.2: le coordinate terrain-following in un dominio bidimensionale.

Questa scelta di coordinate comporta una nuova definizione delle componenti del vento. Dato che le coordinate orizzontali sono rimaste inalterate, lo saranno anche le due componenti orizzontali del vettore vento. Viceversa la componente verticale del vento viene completamente rivoluzionata dall'introduzione della nuova variabile σ. In particolare, differenziando opportunamente la (8.49) si ottiene che la componente del vettore vento relativa a tale coordinata è data dalla relazione seguente:

$$\tilde{w} = \frac{1}{\pi} \cdot \left[\sigma u \frac{\partial h}{\partial x} + \sigma v \frac{\partial h}{\partial y} - w \right] \qquad [8.50]$$

in cui compaiono termini dipendenti dall'orografia. Ripetendo l'approccio variazionale con questa nuova scelta di coordinate, le equazioni di Eulero-Lagrange in questo caso verranno espresse dalla relazioni:

$$u = u_0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} + \frac{\sigma}{\pi} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial \sigma} \right) \qquad [8.51a]$$

$$v = v_0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial y} + \frac{\sigma}{\pi} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial \sigma} \right) \qquad [8.51b]$$

$$w = w_0 + \frac{1}{\pi^2} \cdot \left\{ \frac{1}{2\alpha_3^2} + \sigma^2 \left[\left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial \sigma} + \frac{\sigma}{2\alpha_1^2 \pi} \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial x} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial y} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial y} \right) \qquad [8.51c]$$

L'equazione di continuità nella forma incompressibile in questo caso diventerà:

$$\frac{\partial \pi u}{\partial x} + \frac{\partial \pi v}{\partial y} + \frac{\partial \pi \tilde{w}}{\partial \sigma} = 0 \qquad [8.52]$$

La differenziazione delle (8.51) e l'inserimento delle relazioni così ottenute nella (8.52) porta alla complessa relazione seguente che è l'analogo della (8.48) in questo nuovo sistema di coordinate:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\pi \frac{\partial \lambda}{\partial x} + \sigma \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \lambda}{\partial \sigma} \right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\pi \frac{\partial \lambda}{\partial y} + \sigma \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \lambda}{\partial \sigma} \right] + \frac{\partial}{\partial \sigma}\left\{ \left[\alpha^2 + \sigma^2 \left(\left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right) \right] \cdot \frac{1}{\pi} \frac{\partial \lambda}{\partial \sigma} + \sigma \left[\frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \lambda}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \lambda}{\partial y} \right] \right\} = -2\alpha_1^2 \left[\frac{\partial \pi u_0}{\partial x} + \frac{\partial \pi v_0}{\partial y} + \frac{\partial \pi \tilde{w}_0}{\partial \sigma} \right] \qquad [8.53]$$

Per integrare (analiticamente o, più realisticamente, in maniera numerica) la (8.48) se si considerano coordinate cartesiane ortogonali o la (8.53) se si considerano *coordinate terrain-following*, è necessario specificare le opportune condizioni al contorno. Se, per semplificare la trattazione e senza perdita di generalità, si considera un dominio di calcolo costituito da un parallelepipedo con la superficie inferiore costituita da una superficie piana (cosa che sta a significare un suolo completamente pianeggiante), è immediato verificare che ci sono due tipi distinti di frontiere: tutte le superfici del parallelepipedo, ad esclusione della superficie di base, saranno *frontiere aperte*, mentre la superficie di base costituisce una *frontiera chiusa.*

Nel caso di una *frontiera chiusa*, è evidente che essa risulterà impenetrabile al flusso di quantità di moto e quindi è necessario che in corrispondenza di essa sia imposta una condizione "*no-flow-through*" (*condizione di Neumann*) che, detta *n* la direzione perpendicolare alla frontiera stessa, risulta espressa dalla relazione seguente:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial n} = 0 \qquad [8.54a]$$

Nel caso, invece, di una *frontiera aperta*, cosa fare non è così ovvio. Non c'è ragione che non ci sia flusso di quantità di moto attraverso di essa, anzi è del tutto naturale che ci sia. In questo caso la condizione da porre è una condizione "*flow-through*" che in termini matematici semplicemente afferma che in corrispondenza ad una tale superficie deve valere la relazione:

$$\lambda = 0 \qquad [8.54b]$$

Viceversa, Ishikawa (1994) ha mostrato numericamente che l'imposizione di *condizioni "flow-through*" alle frontiere aperte comportava l'insorgere di irregolarità agli estremi del dominio di calcolo nella soluzione numerica ottenuta, cosa che scompariva completamente se anche in corrispondenza di tali frontiere si imponeva la meno ovvia condizione di Neumann.

8.2.2.2 Metodo numerico di risoluzione

In Rodriguez e al. (1982) e Chino (1992) è illustrato dettagliatamente l'algoritmo numerico impiegato per la risoluzione della (8.48) ed in Ishikawa (1994) sono riportati i dettagli dei metodi risolutivi della (8.53). Per evitare eccessive complicazioni formali è opportuno riferirsi al caso di in cui sia utilizzato il sistema di assi cartesiani ortogonali e quindi in cui il modello *mass-consistent* sia rappresentato dalla relazione (8.48).

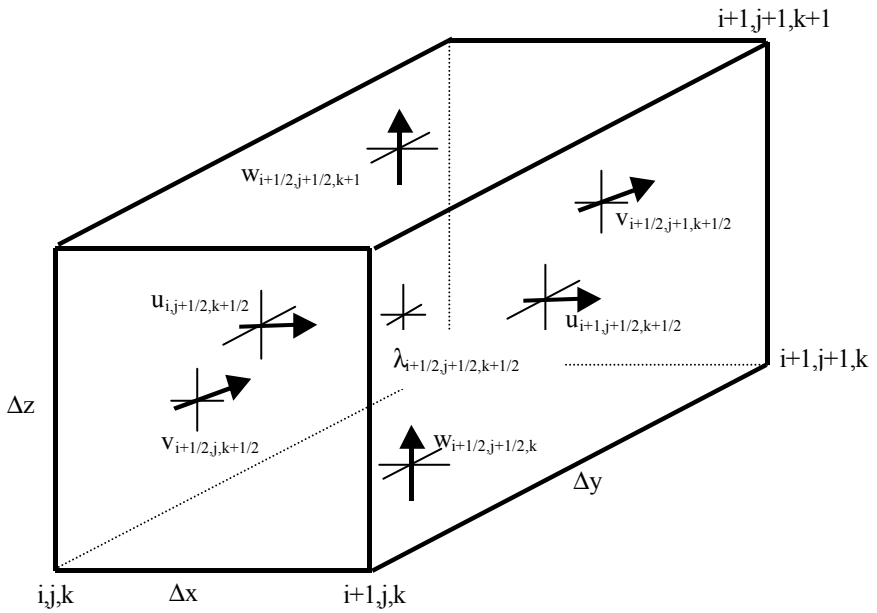

Fig.8.3: tipica cella di calcolo per un modello diagnostico di campo di vento.

Per prima cosa è indispensabile ipotizzare per semplicità che sia assente ogni forma di orografia e definire il dominio di calcolo entro cui siamo interessati alla ricostruzione numerica del campo di vento tridimensionale. Nella quasi totalità dei casi si adotta come dominio di calcolo un parallelepipedo i cui lati sono orientati rispettivamente nella direzione W-E (direzione dell'asse x), nella direzione S-N (direzione dell'asse y) e direzione verticale (direzione z). Sia L_x, L_y e L_z rispettivamente la dimensione lungo l'asse x, y e z. Normalmente L_x e L_y saranno tipicamente dell'ordine delle decine o centinaia di chilometri, mentre L_z dovrà risultare normalmente superiore alla massima estensione del *PBL* (quindi

dell'ordine di 1÷3 chilometri). L'intero dominio di calcolo così definito, verrà inoltre suddiviso in celle regolari aventi dimensioni Δx, Δy e Δz tali che $\Delta x = L_x / N_x \quad \Delta y = L_y / N_y \quad \Delta z = L_z / N_z$. In pratica, l'intero dominio di calcolo risulta suddiviso in un *reticolo* regolare avente N_x+1 *nodi* nella direzione x, N_y+1 nodi nella direzione y e N_z+1 nodi nella direzione z e quindi avrà complessivamente $(N_x+1)\cdot(N_y+1)\cdot(N_z+1)$ nodi. Ad ogni nodo P di coordinate (X,Y,Z) rispetto ad un sistema di assi cartesiani ortogonali collocato nello spigolo SW del reticolo, viene attribuita una *terna di indici(i,j,k)* tali che $i = X / \Delta x$, $j = Y / \Delta y$, $k = Z / \Delta z$. E' facile verificare che $i = 0, 1,..,N_x$,, $j = 0, 1,..,N_y$ e $k = 0, 1,..,N_z$. Se, come vedremo, è necessario indicare il centro di una generica cella, useremo degli indici frazionari, come sarà immediatamente chiaro qui di seguito. Consideriamo in particolare una cella elementare interna al dominio di calcolo rappresentata nella *Fig.8.3*.

Seguendo Rodriguez e al. (1982), immaginiamo che sulle superfici della cella rivolta verso Sud e Nord e quindi entrambe parallele al piano (x,z) siano definite le componenti v del vettore vento entranti e uscenti dalla cella. Dato che collochiamo tali componenti al centro di queste facce, esse potranno essere indicate nella maniera seguente: $v_{i+1/2,j,k+1/2}$ (faccia Sud) e $v_{i+1/2,j+1,k+1/2}$ (faccia Nord).

In modo analogo si opererà nell'indicare le componenti u e w del vento. La variabile λ sarà, invece, calcolata al centro di ogni cella e quindi, nel caso che stiamo considerando verrà indicata come $\lambda_{i+1/2,j+1/2,k+1/2}$. Una volta definito il dominio di calcolo, il problema ora si concentra nella risoluzione della equazione differenziale alle derivate parziali (8.48) che, come è noto, è la classica equazione di Poisson. Tale equazione, per essere risolta numericamente, deve essere trasformata in un'equazione alla differenze finite. A tale scopo si è adottato uno *schema centrato* per approssimare le derivate seconde presenti nella (8.48) ed uno *schema forward* per le derivate prime, ottenendo rispettivamente le approssimazioni seguenti:

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} \approx \frac{\lambda_{x-\Delta x} - 2\lambda_x + \lambda_{x+\Delta x}}{\Delta x^2} \qquad [8.55a]$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} \approx \frac{U_{x+\Delta x} - U_x}{\Delta x} \qquad [8.55b]$$

dove con U abbiamo indicato una delle tre componenti (u_0, v_0, w_0) del campo di vento interpolato.

Applicando quanto fin qui detto alla cella elementare di *Fig.8.3*, è immediato verificare che l'approssimazione alle differenze finite dell'equazione di Poisson (8.48) per una cella all'interno del dominio di calcolo è data da:

$$\begin{aligned} &\frac{\lambda_{(i+3/2,j+1/2,k+1/2)} - 2\lambda_{(i+1/2,j+1/2,k+1/2)} + \lambda_{(i-1/2,j+1/2,k+1/2)}}{\Delta x^2} + \\ &\frac{\lambda_{(i+1/2,j+3/2,k+1/2)} - 2\lambda_{(i+1/2,j+1/2,k+1/2)} + \lambda_{(i+1/2,j-1/2,k+1/2)}}{\Delta y^2} + \\ &\alpha^2 \frac{\lambda_{(i+1/2,j+1/2,k+3/2)} - 2\lambda_{(i+1/2,j+1/2,k+1/2)} + \lambda_{(i+1/2,j+1/2,k-1/2)}}{\Delta z^2} = \\ &-2\alpha_1^2 \left[\frac{u^0_{i+1} - u^0_i}{\Delta x} + \frac{v^0_{j+1} - v^0_j}{\Delta y} + \frac{w^0_{k+1} - w^0_k}{\Delta z} \right] \end{aligned} \qquad [8.56]$$

Nonostante la complessità della relazione (8.56), si può notare come λ nella cella di *Fig.8.3* sia legata da una relazione algebrica lineare al valore di λ nelle celle adiacenti. Riorganizzando i vari termini presenti nella relazione (8.56) si ottiene alla fine l'espressione seguente:

$$\begin{aligned}
&-\left[B_x+\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 B_y+\alpha^2\left(\frac{\Delta x}{\Delta z}\right)^2 B_z\right]\lambda_{(i+1/2,\,j+1/2,\,k+1/2)}+A_x\lambda_{(i+3/2,\,j+1/2,\,k+1/2)}+\\
&\quad C_x\lambda_{(i-1/2,\,j+1/2,\,k+1/2)}+A_y\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2\lambda_{(i+1/2,\,j+3/2,\,k+1/2)}+\\
&\quad C_y\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2\lambda_{(i+1/2,\,j-1/2,\,k+1/2)}+A_z\alpha^2\left(\frac{\Delta x}{\Delta z}\right)^2\lambda_{(i+1/2,\,j+3/2,\,k+3/2)}+\\
&\quad C_z\alpha^2\left(\frac{\Delta x}{\Delta z}\right)^2\lambda_{(i+1/2,\,j+3/2,\,k-1/2)}=-2\alpha_1^2(\Delta x)^2\varepsilon^0(i+1/2+j+1/2,k+1/2)
\end{aligned} \qquad [8.57]$$

in cui, per una cella interna al dominio di calcolo, i coefficienti A_x, A_y, A_z, C_x, C_y e C_z valgono 1 ed i coefficienti B_x, B_y e B_z valgono 2. Il termine ε^0 è la divergenza residua della cella considerata che vale:

$$\varepsilon^0_{(i+1/2,\,j+1/2,\,k+1/2)}=\left[\frac{u^0_{i+1}-u^0_i}{\Delta x}+\frac{v^0_{j+1}-v^0_j}{\Delta y}+\frac{w^0_{k+1}-w^0_k}{\Delta z}\right] \qquad [8.58]$$

Nel caso in cui la cella considerata abbia una o più superfici in corrispondenza di una delle frontiere del dominio di calcolo, i valori dei coefficienti *A, B* e *C* risulteranno differenti da quelli indicati. Se, in particolare, consideriamo un generico asse coordinato *x* ed un generico nodo *i*, a seconda del tipo dei due nodi adiacenti *i-1* ed *i+1* (nessuna frontiera, frontiera con $\lambda = 0$, frontiera con $\partial\lambda\partial x = 0$) i coefficienti *A, B, C* assumeranno i valori proposti da Rodriguez e al. (1982) e da Chino (1992) e riassunti nella *Tab.8.1*.

Condizione col nodo i-1	*A*	*B*	*C*	*Condizione col nodo i+1*
Nessuna frontiera	1	2	1	Nessuna frontiera
$\partial\lambda/\partial x = 0$	0	1	1	Nessuna frontiera
Nessuna frontiera	1	1	0	$\partial\lambda/\partial x = 0$
$\partial\lambda/\partial x = 0$	0	0	0	$\partial\lambda/\partial x = 0$
$\lambda=0$	0	4	4/3	Nessuna frontiera
Nessuna frontiera	4/3	4	0	$\lambda=0$
$\lambda=0$	0	8/3	0	$\partial\lambda/\partial x = 0$
$\partial\lambda/\partial x = 0$	0	8/3	0	$\lambda=0$

Tab. 8.1: valore dei coefficienti A, B e C per differenti condizioni al contorno.

Lo schema numerico (8.57), applicato a tutti i nodi della griglia di calcolo con gli opportuni valori per *A, B* e *C* conduce ad un sistema di equazioni algebriche di grandi dimensioni che è necessario risolvere numericamente. Vari sono i metodi possibili, tuttavia uno dei più semplici e più impiegati è il metodo chiamato *SOR* (*Successive Overrelaxation*). Per chiarire come opera tale metodo è opportuno (Press e al., 1992) considerare il seguente esempio bidimensionale (che molto assomiglia al nostro problema):

$$a\xi_{i+1,j} + b\xi_{i-1,j} + c\xi_{i,j+1} + d\xi_{i,j-1} + e\xi_{i,j} = f \qquad [8.59a]$$

Il metodo *SOR* è un procedimento *iterativo* che ad un generico passo *n* opera nel modo seguente:

- si conosca il calore di ξ al passo *n-1* in tutti i nodi della griglia di calcolo;
- si determini al generico nodo (*i, j*) una prima approssimazione di ξ nel modo seguente:

$$\xi^{*}_{i,j} = \frac{1}{e}\left[f - \left(a\xi_{i+1,j} + b\xi_{i-1,j} + c\xi_{i,j+1} + d\xi_{i,j-1}\right)\right] \qquad [8.59b]$$

- l'approssimazione di $\xi_{i,j}$ al passo *n* sarà data da:

$$\xi^{n}_{i,j} = \omega\xi^{*}_{i,j} + (1-\omega)\xi^{n-1}_{i,j} = \xi^{n-1}_{i,j} - \omega\frac{\left[a\xi_{i+1,j} + b\xi_{i-1,j} + c\xi_{i,j+1} + d\xi_{i,j-1} + e\xi_{i,j} - f\right]}{e} \qquad [8.59c]$$

Il coefficiente ω è il *overrelaxation parameter* che dovrà avere valori compresi tra 1 e 2.

Ritornando alla risoluzione del sistema di equazioni lineari generato dallo schema (8.57), l'applicazione del metodo *SOR* comporta che alla iterazione *n+1* si abbia:

$$\lambda^{n+1}_{(i+1/2,j+1/2,k+1/2)} = \lambda^{n}_{(i+1/2,j+1/2,k+1/2)} + \omega R_{(i+1/2,j+1/2,k+1/2)} \qquad [8.60a]$$

dove:

$$\begin{aligned} R_{(i+1/2,j+1/2,k+1/2)} = & \left\{B_x + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 B_y + \alpha^2\left(\frac{\Delta x}{\Delta z}\right)^2 B_z\right\}^{-1} \bullet \\ & \left[A_x\lambda^{n}_{(i+3/2,j+1/2,k+1/2)} + C_x\lambda^{n}_{(i-1/2,j+1/2,k+1/2)} + \right. \\ & + A_y\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2\lambda^{n}_{(i+1/2,j+3/2,k+1/2)} + C_y\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2\lambda^{n}_{(i+1/2,j-1/2,k+1/2)} + \\ & + A_z\alpha^2\left(\frac{\Delta x}{\Delta z}\right)^2\lambda^{n}_{(i+1/2,j+1/2,k+3/2)} + C_z\alpha^2\left(\frac{\Delta x}{\Delta z}\right)^2\lambda^{n}_{(i+1/2,j+1/2,k-1/2)} + \\ & \left. + 2\alpha_1^2\varepsilon^{0} - \left\{B_x + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 B_y + \alpha^2\left(\frac{\Delta x}{\Delta z}\right)^2 B_z\right\}\cdot\lambda^{n}_{(i+1/2,j+1/2,k+1/2)}\right] \end{aligned} \qquad [8.60b]$$

Il processo iterativo termina quando il residuo *R* risulta inferiore ad un valore predeterminato. Per quanto riguarda il valore di ω, nonostante la teoria indichi la possibilità di individuare *un valore ottimale*, è più conveniente adottare una strategia che si è rivelata appropriata nelle applicazioni pratiche. In particolare, alla prima iterazione, ω è posto pari a 1. Alle iterazioni successive ω è posto al valore seguente:

$$\omega = 2\Big/1 + \sqrt{1 - \left\|\Delta\lambda^{n}\right\|\Big/\left\|\Delta\lambda^{n-1}\right\|} \qquad [8.61a]$$

dove:

$$\|\Delta\lambda\|^2 = \sum_{i,j,k} \left(\lambda^{n}_{i,j,k} - \lambda^{-1n}_{i,j,k}\right)^2 \qquad [8.61b]$$

Normalmente, quando Δx è comparabile con Δy, il valore ottimale per è 1.7÷1.8.

A questo punto, noto il campo di λ, è possibile ottenere il valore delle componenti del vettore vento al centro delle facce laterali della cella di calcolo, discretizzando le equazioni (8.31) nel modo seguente:

$$u_{(i,j+1/2,k+1/2)} = u^{0}_{(i,j+1/2,k+1/2)} + \left(\frac{1}{2\alpha_1^2}\right) \cdot \frac{\lambda_{(i+1/2,j+1/2,k+1/2)} - \lambda_{(i-1/2,j+1/2,k+1/2)}}{\Delta x} \qquad [8.62a]$$

$$v_{(i+1/2,j,k+1/2)} = v^{0}_{(i+1/2,j,k+1/2)} + \left(\frac{1}{2\alpha_1^2}\right) \cdot \frac{\lambda_{(i+1/2,j+1/2,k+1/2)} - \lambda_{(i+1/2,j-1/2,k+1/2)}}{\Delta y} \qquad [8.62b]$$

$$w_{(i+1/2,j+1/2,k)} = w^{0}_{(i+1/2,j+1/2,k)} + \left(\frac{1}{2\alpha_2^2}\right) \cdot \frac{\lambda_{(i+1/2,j+1/2,k+1/2)} - \lambda_{(i+1/2,j+1/2,k-1/2)}}{\Delta z} \qquad [8.62c]$$

Dato che le componenti del vento così individuate sono definite al centro delle facce della cella di calcolo, il loro valore finale sarà pari al valor medio individuato sulle facce opposte della cella considerata.

Fin qui abbiamo considerato il caso in cui era assente qualsiasi forma di orografia. Se, viceversa, essa fosse presente e non trascurabile, si potrebbe operare in due modi distinti.

Nel primo caso (Rodriguez e al., 1982; Chino, 1992) si potrebbe *discretizzare* l'orografia come nell'esempio presentato in *Fig.8.4*, in cui si mostra (in un dominio bidimensionale) l'andamento reale dell'orografia (linea continua) e l'approssimazione a *celle* con cui se ne realizza la discretizzazione. Fatto ciò, si analizzerà ogni singola cella del dominio di calcolo e si definiranno i coefficienti *A*, *B* e *C* appropriati con le condizioni al contorno presenti alle varie facce della cella, utilizzando i valori riportati in *Tab.8.1*.

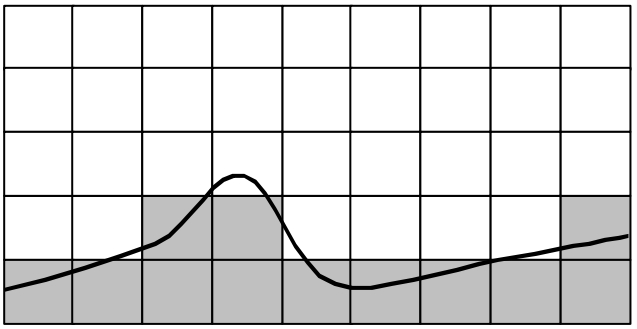

Fig. 8.4: esempio bidimensionale di semplificazione dell'orografia.

L'altra alternativa è costituita dalla approssimazione alle differenze finite delle equazioni (8.51) e (8.53), cosa che inevitabilmente porterà a relazioni ben più complessi di quelle fin qui presentate. In Yshikawa (1994) possono essere trovati maggiori dettagli a tale proposito.

8.2.2.3 Determinazione dei moduli di precisione di Gauss

Nell'esprimere il funzionale (8.44) sono stati introdotti tre *pesi* indicati coi simboli α_1, α_2 e α_3, un peso cioè per ciascuna componente del vento. Dato che non esiste a priori una ragione fisica per cui le due componenti orizzontali del vento vengano trattate in maniera differente, è normale porre $\alpha_1 = \alpha_2$. E' stato poi introdotto il rapporto α, dato da $\alpha = \alpha_1/\alpha_3$. Dal punto di vista fisico questi parametri assumono il significato seguente: se α è molto maggiore di 1, il campo di vento determinato con l'algoritmo *mass-consistent*, di fronte ad una barriera posta sul terreno (una montagna per esempio) farà in modo da prediligere uno *scavalcamento dell'ostacolo stesso*, piuttosto che un suo aggiramento. Questo, come noto, è un tipico comportamento in situazioni convettive. Viceversa, se α è molto minore di 1, si ha che gli eventuali ostacoli presenti lungo il fluire del vento verranno prevalentemente *aggirati*, cosa piuttosto frequente in condizioni stabili. Risulta dunque evidente che il valore attribuito a questi parametri (moduli di precisione di Gauss) risulta determinante nella ricostruzione del campo di vento *mass-consistent.*

Chino (1992) ha proposto valori costanti in tutto il dominio di calcolo, dipendenti però dal livello di turbolenza presente. Utilizzando come indicatore della stabilità atmosferica la Categoria di Stabilità (di cui si tratterà estesamente al punto 8. 3), i valori proposti per $\alpha = \alpha_1/\alpha_3$ sono quelli riportati in *Tab.8.2*.

Stabilità	A	B	C	D	E	F
α	1.0	1.0	0.8	0.5	0.1	0.05

Tab. 8.2: valori del parametro a in funzione dalla Categoria di Stabilità Atmosferica.

Comunque va sottolineato che, a priori, in ogni punto della griglia di calcolo i valori assunti dai moduli di precisione di Gauss potranno essere differenti e sicuramente saranno legati allo stato di stabilità (livello di turbolenza) presente nella cella considerata. Per la determinazione del parametro α sono state proposte varie strategie operative, come quella riportata in (Ross e al., 1988) e quella presentata in Moussiopoulos e al. (1988), che qui di seguito viene descritta in dettaglio. Va immediatamente rilevato che un parametro fondamentale per definire il comportamento di α è il *numero di Foude* definito come:

$$Fr = U/(N \cdot H) \qquad [8.63]$$

dove U è una opportuna velocità di scala, H è una altezza caratteristica e N è la frequenza di Brunt-Vaisala, definita (solo nelle situazioni con gradiente di temperatura potenziale positiva) come:

$$N = \sqrt{\frac{g}{T} \cdot \frac{d\theta}{dz}} \qquad [8.64]$$

Generalizzando questa definizione, in Moussiopoulos e al. (1988) si è considerato il il *numero di Strouhal*, che, nelle situazioni stabili, è definito come:

$$Str = 1/Fr \qquad [8.65a]$$

mentre, nelle situazioni convettive, viene definito nel modo seguente:

$$Str = -H \Big/ \left(U \cdot \sqrt{-\frac{g}{T}\frac{d\theta}{dz}} \right) \qquad [8.65b]$$

Se ora consideriamo le situazioni stabili ($Str \geq 0$), si ha che una buona parametrizzazione per α è data dalla relazione seguente:

$$\alpha^2 = 1 - \frac{Str^4}{2}\left(\sqrt{1 + 4Str^{-4}} - 1 \right) \qquad [8.66]$$

Per quanto riguarda invece le situazioni convettive, se indichiamo con $S = -Str$, la (8.66) consentirà di ottenere un valore A per α^2. In queste situazioni, gli Autori asseriscono che il valore di α dovrà stare all'interno dell'intervallo definito dalla disequazione seguente:

$$1 < \alpha < A^{-1} \qquad [8.67]$$

Nelle applicazioni reali in situazioni convettive, gli Autori hanno mostrato che il modello mass-consistent non è molto sensibile al valore scelto di α, purché resti entro l'intervallo definito dalla disequazione precedente.

Dal punto di vista operativo si può procedere nel modo seguente:

- si consideri una verticale del reticolo di calcolo definita dagli indici (i,j);
- si calcoli per la verticale selezionata l'altezza caratteristica $H_{(i,j)}$ nel modo seguente:

$$H_{(i,j)} = \frac{\sum_{i,j \neq k,l} \left| \Delta h_{i,j} \right| / r_{i,j}^2}{\sum_{i,j \neq k,l} 1 / r_{i,j}^2} \qquad [8.68]$$

  dove $\Delta h_{i,j}$ e $r_{i,j}$ sono rispettivamente le differenze di altezza orografica e le distanze orizzontali tra le verticali (i,j) e (l,k).

- si calcoli il numero di *Strouhal* in base al valore locale del gradiente verticale di temperatura potenziale e della velocità del vento dell'interpolazione iniziale,
- si calcoli con le relazioni presentate il valore di α, verificando che non sia minore di $1/\sqrt{30}$ e non sia maggiore di $\sqrt{30}$.

8.2.2.4 Determinazione del campo iniziale interpolato

Il metodo con cui ricostruire il campo di vento iniziale, necessario per l'applicazione dei metodi *mass-consistent*, non può essere del tutto generale e dipende fortemente dal tipo di territorio che si sta considerando e dal numero e dal tipo di dati disponibili. Consideriamo inizialmente il problema della ricostruzione del campo bidimensionale delle componenti u e v nelle immediate vicinanze del suolo. Si immagini di avere a disposizione M misure in altrettante stazioni meteorologiche S_k, poste in prossimità

del suolo (diciamo a 10 metri dal suolo, come normalmente capita) nelle posizioni (x_k, y_k). Il problema da risolvere è la determinazione delle due componenti orizzontali del vento in un generico punto del territorio *P(x,y)*. Il metodo più semplice, impiegabile con successo in situazioni piane e con uso del suolo sostanzialemente uniforme in tutta la regione di interesse, è il metodo di Creessman, proposto da Goodin e al. (1979). In pratica:

$$(u,v)_P = \frac{\sum_{k=1}^{M} (u,v)_{S_k} W\left(r_{P,S_k}\right)}{\sum_{k=1}^{M} W\left(r_{P,S_k}\right)} \qquad [8.69a]$$

in cui i pesi *W* dipendono dalla distanza *r* tra il punto in cui si desidera l'interpolazione ed il punto in cui è collocata la generica stazione di misura e sono dati dalla relazione seguente:

$$W\left(r_{P,S_k}\right) = \frac{R^2 - r_{P,S_k}^2}{R^2 + r_{P,S_k}^2} \qquad [8.69b]$$

dove:

$$r_{P,S_k} = \sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2} \qquad [8.69c]$$

e *R* è il *raggio di influenza della stazione* che può essere scelto in modo da far si che la stazione *pesi* solo in zone aventi caratteristiche superficiali simili a quelle presenti nella stazione di misura stessa. Questa tecnica è di semplice applicazione ma poco adatta a tener conto di situazioni geograficamente molto complesse.

In Chino (1992) è stata presentata un'interessante metodologia alternativa secondo cui, in un punto del territorio, le componenti orizzontali del vento possono ancora essere viste come una *combinazione pesata delle misure fatte nelle stazioni meteorologiche,* come affermato dalla (8.69a), tuttavia la forma assunta dai pesi è decisamente più complessa ed articolata. In particolare è possibile definire i pesi seguenti:

- un peso sarà sicuramente dipendente dalla distanza tra stazione di misura e punto del territorio analizzato. Per eliminare la dominanza di una stazione posta nelle vicinanze di un nodo di griglia, il peso *W(r)* relativo sarà dato dalla formula gaussiana seguente:

  $$W(r) = \exp\left(-\alpha r^2\right) \qquad [8.70]$$

  dove *r* è espressa in *km* ed α è pari a 0.1.

- per tener conto della differenza di quota tra la stazione di misura ed il punto in cui si realizza l'interpolazione, viene introdotto il peso *W(h)* che presenta due forme distinte a seconda che la quota della stazione (h_{staz}) sia superiore o meno alla quota h_{point} del punto interpolato. Nel caso in cui la stazione di misura si trovi ad una quota superiore al punto, si ha che:

$$W(h) = \exp\left[-\beta \left(\frac{h}{h_{staz} - h_{point}} \right)^4 \right] \qquad [8.71a]$$

in cui $h = h_{staz} - h_{point}$ e β vale 2.3. Nel caso in cui la stazione sia ad una quota inferiore al punto di interpolazione, vale la relazione:

$$W(h) = \exp\left[-\gamma h^2 \right] \qquad [8.71b]$$

dove γ vale $5.75 \cdot 10^{-5}$.

- in presenza di forte orografia è necessario tener conto degli effetti di eventuali barriere interposte tra stazione di misura e punto di interpolazione. Se h_b è il dislivello tra la sommità della barriera e la stazione di misura, il peso relativo a questo fenomeno sarà dato da:

$$W(h_b) = \exp\left(-\eta h_b^2 \right) \qquad [8.72]$$

dove η vale $1.15 \cdot 10^{-4}$.

Definiti questi pesi parziali, il peso W presente nella relazione interpolativa (8.69a) sarà dato da:

$$W_{P,S_k} = W(r) \cdot W(h) \cdot W(h_b) \qquad [8.73]$$

Una volta determinato il campo delle componenti u e v nei pressi del suolo, il problema ora si trasferisce alla determinazione della componente verticale del vento, sempre nei pressi del suolo. Se si impiegano coordinate *terrain-following*, il problema è immediatamente risolto, visto che la velocità rispetto alla coordinata σ non potrà che essere nulla nei pressi del suolo. Se, invece, si opera in coordinate cartesiane la scelta potrebbe essere differente, anche se in pratica si preferisce comunque considerare la componente w nulla nei pressi del suolo.

A questo punto, il problema da risolvere è l'interpolazione dei valori delle componenti del vento nei nodi di griglia lontani dal suolo. Se si dispone di un numero sufficiente di sondaggi, la tecnica preferita è quella di interpolare tali dati su tutti i nodi di griglia non al suolo, impiegando la (8.69a). Se il numero di radiosondaggi è limitato o addirittura nullo, è indispensabile operare in maniera differente. In particolare (Ratto e al., 1994), noto in ogni nodo di griglia $(i,j,0)$ corrispondente alla superficie inferiore del dominio di calcolo, il valore delle componenti del vento (a tali nodi si attribuisce di fatto una quota pari alla quota di misura delle stazioni di misura presenti nella regione) ed eventualmente noti i parametri del *PBL* (u_*, H_0 e z_i,) l'impiego delle relazioni di Similarità valide per tutto il *PBL* consentirà di ottenere un valore delle componenti orizzontali del vento in tutti i nodi (i,j,k) per ogni $k = 1,2,..,N_z$.

8.2.3 RICOSTRUZIONE DIAGNOSTICA DEI PARAMETRI CARATTERISTICI DEL PBL

Un elemento essenziale di un modello diagnostico è la sua capacità di ricostruire i parametri caratteristici della turbolenza del *PBL*, cioè di u_*, H_0 e z_i al suolo, cioè in tutti i nodi della griglia di calcolo corrispondenti alla frontiera inferiore. Per poter ricostruire u_* ed H_0 in tutti i nodi $(i,j,0)$ è opportuno operare nella maniera seguente. Dato che il campo di vento *mass-consistent* richiede il campo di temperatura per poter definire in maniera corretta i moduli di precisione di Gauss, la stima di

questi parametri avverrà prima della ricostruzione diagnostica del campo di vento. Con un meccanismo interpolativo come quello illustrato dalle (8.69a) e (8.69b) è quindi possibile stimare in questi nodi la velocità del vento e la temperatura a cui attribuiremo una *quota di misura* pari a quella caratteristica delle postazioni impiegate nell'interpolazione. A questo punto consideriamo le misure di Radiazione Solare Globale R_g e realizziamo l'interpolazione nei nodi considerati di tale variabile, che dovrà essere poi corretta per tener conto adeguatamente della pendenza del suolo riscontrata in questi nodi. A questo punto, impiegando il metodo di *Priestley-Taylor* modificato (si veda Cap.6) e le relazioni di Similarità di Monin-Obukhov (si veda Cap.4) sarà possibile ottenere in ogni nodo $(i,j,0)$ il valore corretto per u_* e H_0. I dettagli di questa metodologia saranno illustrati in dettaglio nel Cap.10. Per fare ciò, è pero necessario conoscere in corrispondenza di tali nodi un valore caratteristico di rugosità superficiale z_0 che dovrà essere definito dall'utente del modello.

E' poi necessario ricostruire l'altezza del *PBL* z_i. Se le situazioni considerate sono quelle notturne, nel Cap.6 sono state presentate semplici relazioni diagnostiche che ne consentono la determinazione a partire da valori noti di *friction velocity* e flusso turbolento di calore sensibile. Pertanto, in corrispondenza di ogni nodo $(i,j,0)$ sarà individuato un valore per z_i. Sfortunatamente per le situazioni convettive non sono disponibili relazioni diagnostiche per il calcolo di z_i, ma solo relazioni prognostiche. Va comunque rilevato che un modelle diagnostico di *PBL* normalmente opererà per un periodo di simulazione ragionevolmente lungo (parecchi giorni), soprattutto se suo compito è la fornitura di dati meteorologici a modelli di simulazione della dispersione degli inquinanti in aria di media complessità. In tal caso non sarà un problema innestare un calcolo prognostico di z_i nelle situazioni convettive, impiegando uno dei modelli presentati al Cap. 6, come per esempio il modello termodinamico o il modello di Gryning-Batchvarova. Entrambi sono formalmente rappresentati da un'equazione differenziale ordinaria che può essere facilmente integrata con metodi numerici standard (come uno dei metodi Runge-Kutta). Alla fine di questa procedura si disporrà per ogni nodo $(i,j,0)$ di un valori di z_i. Dato che si potrebbe riscontrare una notevole variabilità del valore di z_i per colonne di nodi adiacenti, può spesso essere opportuno realizzare uno *smoothing* impiegando una relazione del tipo

$$(z_i)_{i,j} \equiv a(z_i)_{i,j} + b\left[(z_i)_{i+1,j} + (z_i)_{i-1,j} + (z_i)_{i,j+1} + (z_i)_{i,j-1}\right] \qquad [8.74]$$

Ai coefficienti a e b dovranno essere attribuiti valori opportuni. Una possibile scelta può essere per esempio 0.6 e 0.1 rispettivamente, oppure 0.2 sia per a che per b. A questo punto sono stati ricostruiti diagnosticamente i principali parametri che caratterizzano la turbolenza del *PBL*.

8.2.4 RICOSTRUZIONE DIAGNOSTICA DEI CAMPI SCALARI DI INTERESSE

I campi di interesse per un modello diagnostico di *PBL* dipendono dal suo impiego. Se, per esempio, l'interesse è volto alla dispersione degli inquinanti in atmosfera, i possibili campi di interesse sono legati alle necessità del modello di dispersione impiegato. Se, per esempio, si prendesse in considerazione un modello di tipo lagrangiano a particelle, i possibili campi di interesse potrebbero essere la temperatura potenziale θ, le deviazioni standard delle tre componenti del vento e della temperatura (σ_u, σ_v, σ_w, σ_T), le covarianze $\overline{u'w'}$, $\overline{v'w'}$ e $\overline{w'\Theta'}$ e la dissipazione di energia cinetica turbolenta ε. Nel Cap. 4 sono state discusse le relazioni di Similarità adeguate a descrivere realisticamente tali variabili entro tutto il *PBL*.

In pratica si potrà operare nel modo seguente:

1. si consideri un generico nodo $(i,j,0)$. Per tale nodo è noto il valore di u_*, H_0 e z_i;

2. per ogni nodo (i,j,k), con $k = 0,1,..,\ N_z$ si determini la quota $z_k = k \cdot \Delta z$. In corrispondenza del nodo alla superficie ($k = 0$), si adotti come $z_{k=0}$ un valore opportuno (2 o 10 metri, per esempio). Impiegando le relazioni di Similarità relative alle variabili di interesse, se ne calcoli il valore alle varie quote z_k: in questo modo risultano determinati le variabili meteorologiche di interesse per tutti i nodi della colonna verticale di nodi con indici (i,j);

3. si ripetano i passi 1 e 2 per tutti le coppie di indici (i,j).

4. si regolarizzino i campi tridimensionali così ottenuti impiegando uno *smoothing orizzontale* come quello descritto dalla relazione (8.74).

8.2.5 OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

Il risultato ottenuto da un modello diagnostico è rappresentato dal campo tridimensionale del vento (a divergenza minima), dal campo di temperatura e dal campo di tutte quelle variabili meteorologiche e micrometeorologiche necessarie, per esempio ai modelli di simulazione della dispersione degli inquinanti in atmosfera. Attualmente questo tipo di modello è molto impiegato, soprattutto in tutte quelle situazioni in cui il territorio da studiare non è esageratamente complesso. Con la definizione di un numero sempre maggiore di Relazioni di Similarità tale classe di modelli potrà arricchirsi ulteriormente ed è prevedibile che ciò consentirà di sviluppare modelli di simulazione della dispersione degli inquinanti in aria che tengano conto di sempre maggiori aspetti della turbolenza atmosferica. Ovviamente a tale risultato si può giungere anche con l'impiego di modelli prognostici, tuttavia la loro complessità e la loro pesantezza di calcolo ne scoraggiano spesso l'impiego. Un esempio significativo di modello prognostico di *PBL* è rappresentato dal modello CALMET dell'US-EPA, il cui utilizzo prevalente è quello della fornitura di tutti questi campi meteorologici al modello di simulazione della dispersione degli inquinanti CAPUFF, uno strumento estremamente utile nello studio dell'inquinamento non fotochimico a mesoscala.

8.3 METEOROLOGIA PER I MODELLI STAZIONARI DI DISPERSIONE DEGLI INQUINANTI IN ATMOSFERA

Nella pratica corrente sono frequentemente impiegati modelli di tipo stazionario per la stima del trasporto e della dispersione degli inquinanti in atmosfera. L'impiego di tali modelli normalmente è limitato alla determinazione di prima approssimazione dell'impatto che le varie sorgenti inquinanti presenti hanno nei confronti di un territorio di estensione limitata e di caratteristiche estremamente regolari.

Le ipotesi su cui si basano tutti questi tipi di modelli sono:

- le situazioni meteorologiche devono essere *lentamente variabili nel tempo* in modo tale che si possa immaginare di trattare una sequenza di situazioni di fatto stazionarie;

- il campo di vento e delle altre variabili meteorologiche che determinano il trasporto e la dispersione degli inquinanti in aria è orizzontalmente omogeneo;

- per tutte le variabili meteorologiche si ipotizza un profilo verticale noto;

- la turbolenza atmosferica deve essere descritta nella maniera più semplice e più compatta possibile.

In pratica, per soddisfare le necessità meteorologiche e micrometeorologiche di tali modelli è sufficiente considerare un solo punto del dominio di calcolo considerato da tali modelli, che per quel che si è detto, risulta orizzontalmente omogeneo: le informazioni micrometeorologiche e meteorologiche relative a tale punto saranno dunque rappresentative dell'intero dominio di calcolo. Pertanto si può dire che tale classe di modelli richiedono un modello monodimensionale di *PBL*. Tale modello è inoltre stazionario, dato che questi modelli di dispersione ipotizzano che in ogni intervallo temporale considerato il *PBL* resti stazionario e quindi simulano una successione di stati quasi stazionari. Qui di seguito vengono presentati gli elementi essenziali di un tale modello di *PBL*, tenendo conto sia dei modelli di dispersione di vecchia generazione, come per esempio il modello ISC3 dell'US-EPA, sia i modelli di nuova generazione, come per esempio il modello AERMOD dell'US_EPA.

8.3.1 LA TURBOLENZA ATMOSFERICA PER I MODELLI DI DISPERSIONE STAZIONARI

E' questo uno degli aspetti che più differenziano i modelli di dispersione stazionari di vecchia e nuova generazione.

Per quanto riguarda i modelli di nuova generazione, come per esempio AERMOD, la struttura della turbolenza del *PBL* risulta completamente descritta una volta che risultino noti nel punto di riferimento del dominio di calcolo:

- la *lunghezza di rugosità* z_0, caratteristica dell'intero dominio di calcolo stesso;
- la *turbolenza di tipo meccanico*, completamente rappresentata dalla velocità di frizione u_*;
- la *turbolenza di tipo convettivo*, completamente caratterizzata dal flusso turbolento di calore sensibile H_0;
- l'*estensione verticale del PBL* convettivo z_i (normalmente indicata col termine di altezza di rimescolamento), sia nelle ore convettive che nelle ore stabili.

Come è immediatamente evidente, i modelli dispersivi stazionari di nuova generazione richiedono correttamente tutti gli elementi identificativi di un *PBL* monodimensionale. Il problema che nasce con il loro utilizzo è che non sempre le variabili sopra indicate sono realmente disponibili in pratica. Più frequentemente sono realmente disponibili solo misure meteorologiche tradizionali come:

- la velocità e la direzione del vento ad una quota di riferimento (normalmente a 10 metri rispetto al suolo);
- la temperatura e l'umidità relativa nei pressi del suolo;
- la radiazione globale;
- la radiazione netta, anche se quest'ultima variabile frequentemente è assente nella stazioni meteorologiche tradizionali.

Si presenta quindi il problema di realizzare una stima dei parametri che caratterizzano la turbolenza atmosfera a partire da queste semplici e limitate misure meteorologiche. Come si vedrà nel Cap. 10, attualmente questo problema non risulta particolarmente complesso, essendo disponibili metodi di stima abbastanza accurati, per lo meno in situazioni non patologiche.

Per quanto riguarda, invece, i modelli dispersivi stazionari di vecchia generazione, di cui ISC3 è un esempio tipico, la situazione è molto diversa. Tutti questi modelli, per descrivere lo stato di turbolenza del *PBL*, usano un *parametro sintetico*, noto col nome di *Categoria di Stabilità Atmosferica*, che *pretende* di classificare in 6 classi tipiche tutte le possibili configurazione del *PBL*, sia esso convettivo che stabile. Questa classificazione non deriva da considerazioni di natura micrometeorologica, ma solo dall'osservazione della forma dei pennacchi di fumo emessi da ciminiere elevate. In effetti negli anni '60 e '70 sono state realizzate numerose campagne sperimentali negli USA volte a classificare le varie forme dei pennacchi emessi da ciminiere elevate (prevalentemente da centrali termoelettriche) e dall'analisi della forma di questi pennacchi di fumo si è tentata una correlazione con le principali variabili meteorologiche (ma non micrometeorologiche) disponibili. Curiosamente tutto questo lavoro, tedioso e complesso, non ha in alcun modo tenuto conto degli enormi progressi sulla conoscenza della turbolenza atmosferica che proprio in quegli anni risultavano disponibili. Tradizionalmente, le 6 Categorie di Stabilità Atmosferica sono le seguenti:

- sono previste tre Categorie, denominate A, B, C (o con i numeri 1, 2, 3), che rappresentano le situazioni convettive. La **Categoria A** rappresenta situazioni molto convettive, con velocità del vento bassa e forte insolazione. La **Categoria B** è una situazione che si presenta quando o la radiazione solare è relativamente poco elevata o la velocità del vento (e quindi la turbolenza di origine meccanica) è elevata. La **Categoria C** ha luogo quando la velocità del vento è elevata e la radiazione solare è ridotta.

- è stata prevista una situazione che rappresenta tutte quelle situazioni (stabili o convettive) prossime all'adiabaticità, denominata **Categoria D** (o 4) che quindi rappresenta situazioni diurne o notturne con cielo coperto e vento teso.

- infine sono state previste due situazioni stabili (relative esclusivamente a situazioni notturne) indicate come **Categoria E** e **Categoria F**, la prima relativa a situazioni con vento abbastanza elevato e cielo poco nuvoloso, mentre l'ultima relativa a situazioni con cielo sereno e velocità del vento bassa.

E' abbastanza evidente che una classificazione così rigida e così limitata difficilmente potrà essere in grado di dar conto della estrema complessità e variabilità del *PBL*. Sono stati proposti numerosissimi schemi per determinare le Categorie di Stabilità Atmosferica a partire dalle principali variabili meteorologiche e quanto riportato in (US - Environmental Protection Agency 1987) ne è un esempio significativo. La cosa demoralizzante è che frequentemente dato un insieme di variabili meteorologiche tradizionali, l'applicazione dei vari schemi proposti può fornire stime differenti di Categorie di Stabilità Atmosferica. Tra l'altro, spesso sono stati proposti schemi mal posti dal punto di vista strumentale. Un esempio per tutti è un celebre schema che pretende di stimare la Categoria di Stabilità Atmosferica a partire dalla deviazione standard della direzione del vento. Come sarà evidente da quanto riportato ai Cap.9, tale parametro risulta più o meno realistico a seconda delle caratteristiche dinamiche del sensore impiegato per la determinazione di tale parametro. La pretesa che anemometri del tutto tradizionali siano in grado di fornire realisticamente tale variabile porta a stime completamente irrealistiche della Categoria di Stabilità Atmosferica.

Alla luce dell'esperienza, l'unico metodo di stima della Categoria di Stabilità Atmosferica che ci sentiamo di segnalare è quello basato sulla velocità del vento e sulla Radiazione Solare Globale (per le ore diurne) e sulla Radiazione Netta (per le ore notturne). Tra tutti i metodi proposti questo è sicuramente il più fisico, dato che prende in considerazione come indicatore surrogato della turbolenza meccanica la velocità del vento (decisamente correlata con u_*) e come surrogato della turbolenza

convettiva le radiazioni (solare globale e netta). In pratica questo schema risulta fortemente correlato col *Flux Richardson Number* che, come si è visto, è un ottimo indicatore della turbolenza complessiva del *PBL*. In pratica il metodo di determinazione della Categoria di Stabilità Atmosferica opera nel modo seguente:

- per un generico periodo considerato (generalmente un'ora) si consideri la velocità del vento e la Radiazione Solare Globale (se il periodo è diurno) o la Radiazione Netta (se il periodo è notturno);
- *per tutte le situazioni diurne* la Categoria di Stabilità Atmosferica verrà determinata mediante la tabella a doppia entrata riportata in *Tab. 8.3*;
- *per tutte le situazioni notturne* la Categoria di Stabilità Atmosferica verrà determinata mediante la tabella a doppia entrata riportata in *Tab. 8.4*;

Vento	**Radiazione Solare Globale (W/m^2)**					
(m/s)	>700	700÷540	540÷400	400÷270	270÷140	<140
<2	A	A	B	B	C	D
2 ÷ 3	A	B	B	B	C	D
3 ÷ 4	B	B	B	C	C	D
4 ÷ 5	B	B	C	C	D	D
5 ÷ 6	C	C	C	C	D	D
>6	C	C	D	D	D	D

Tab. 8.3: schema per la determinazione della Categoria di Stabilità Atmosferica nelle ore diurne.

Vento	**Radiazione Netta (W/m^2)**		
(m/s)	> -20	-20 ÷ -40	< -40
< 2	D	F	F
2 ÷ 3	D	E	F
3 ÷ 5	D	D	E
5 ÷ 6	D	D	D
> 6	D	D	D

Tab. 8.4: schema per la determinazione della Categoria di Stabilità Atmosferica nelle ore notturne.

Molti sono stati i tentativi fatti per mettere in relazione la Categoria di Stabilità Atmosferica con i parametri caratteristici della turbolenza del *PBL*. I risultati più celebri sono quelli prodotti da Golder (1972) e riassunti in *Fig.8.5*. Da essa si nota come in effetti sia possibile stabilire una sorta di relazione tra la Categoria di Stabilità Atmosferica, la rugosità superficiale (rappresentata da z_0) e la lunghezza di Monin-Obukhov (L), anche se tale relazione non è certamente biunivoca.

Golder (1972) ha inoltre tentato di ottenere una relazione che consentisse una stima di L a partire dalla conoscenza della Categoria di Stabilità Atmosferica. La relazione ottenuta è la seguente:

$$1/L = a + b\log(z_0) \qquad [8.75]$$

dove i coefficienti *a* e *b* dipendono dalla categoria di Stabilità Atmosferica come indicato in *Tab.8.5*.

L'ultimo aspetto relativo alla descrizione della turbolenza del *PBL* è la sua estensione verticale. Tutti i modelli di dispersione stazionari (di vecchia e nuova generazione) richiedono la conoscenza di z_i. La determinazione di tale parametro nelle ore diurne si può realizzare senza particolari problemi nel modo seguente:

- con uno dei metodi presentati al Cap.10 si stima l'evoluzione oraria di u_* e H_0,
- riferendoci a quanto riportato nel Cap.6, si può stimare z_i o col metodo termodinamico o con il metodo di Gryning-Batchvarova.

Per quanto riguarda l'altezza del *PBL* stabile, sempre nel Cap.6 sono state riportate correlazioni utili per una sua stima, una volta noto u_* e H_0.

Categoria di stabilità Atmosferica	a	b
A	-0.096	0.029
B	-0.037	0.029
C	-0.002	0.018
D	0.	0
E	0.004	-0.018
F	0.035	-0.036

Ta. 8.5: coefficienti per la relazione tra lunghezza di Moni-Obukhov e Categoria di Stabilità.

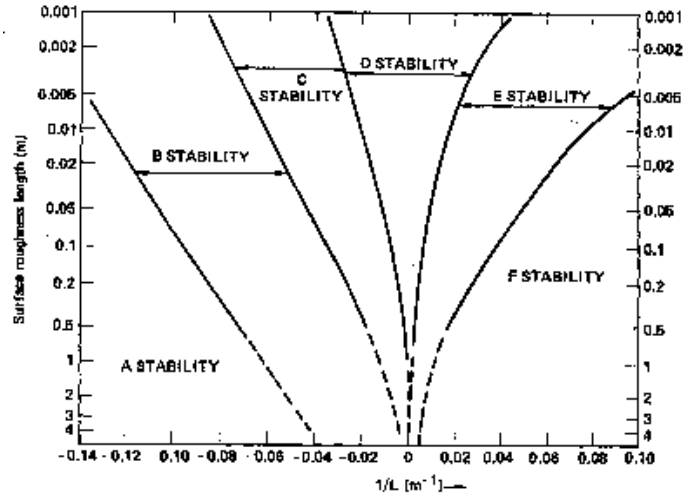

Fig.8.5: relazione tra Categoria di Stabilità Atmosferica, lunghezza di Monin-Obukhov (L) e rugosità superficiale z_0.

A conclusione di questo paragrafo, va detto che la realisticità delle simulazioni operate da un modello di dispersione degli inquinanti in aria (anche se di tipo stazionario) è fortemente legata alla realisticità della descrizione della turbolenza del *PBL*. Non è quindi sorprendente che quando in un modello stazionario si eliminano le Categorie di Stabilità Atmosferica e si introduce una descrizione della turbolenza del *PBL* basata su u_* e H_0 la realisticità della simulazione aumenti.

8.3.2 IL PROFILO VERTICALE DEL VENTO E DELLA TEMPERATURA

Tutti i modelli stazionari di nuova e vecchia generazione hanno bisogno di un profilo verticale di velocità media del vento. In particolare, nei vecchi modelli stazionari era consuetudine adottare un profilo verticale della velocità media del vento descritto da una relazione del tipo:

$$u(z) = u_r \cdot \left(\frac{z}{z_r} \right)^p \qquad [8.76]$$

dove z_r è la quota di misura normalmente pari a 10 metri ed il coefficiente p dipendeva dalla categoria di Stabilità Atmosferica e dal tipo di suolo (classificato solo come rurale o urbano), come indicato nella *Tab.8.6* (Hanna e al., 1982).

Categoria di Stabilità Atmosferica	**p**	
	zone rurali	*zone urbane*
A	0.07	0.15
B	0.07	0.15
C	0.10	0.20
D	0.15	0.25
E	0.35	0.40
F	0.55	0.60

Tab. 8.6: parametro della relazione di potenza per il profilo verticale della velocità del vento.

In Irwin (1979) è presentato un tentativo per tener conto in maniera un poco più realistica dell'effetto operato dalla rugosità superficiale. Tuttavia ai lettori non sarà certamente sfuggito quanto sia anacronistico l'impiego di questa relazione di potenza, quando il principale risultato della Teoria di Similarità di Monin-Obukhov è proprio la determinazione del profilo verticale della velocità del vento in funzione del livello di turbolenza del *PBL* e della rugosità superficiale, per la cui formulazione si rimanda al Cap.4.

Nei modelli stazionari di nuova generazione sono impiegate a questo proposito due tipi differenti di strategie. La prima consiste nell'impiegare direttamente la Relazione di Similarità per il SL, con l'ovvia controindicazione che il modello potrebbe estrapolarla anche a quote superiori all'estensione massima del *SL*. La seconda invece richiede all'utente ad ogni periodo di mediazione il profilo verticale della velocità del vento. In questo caso l'utente, a seconda dell'altezza delle sorgenti considerate nella simulazione, potrà decidere se impiegare la relazione di Similarità valida per il *SL* (caso con sorgenti basse) o quella valida per l'intero *PBL* (sorgenti alte).

Per quanto riguarda la direzione del vento, tutti i modelli di nuova e vecchia generazione concordano nel considerare come direzione di provenienza caratteristica per la simulazione, quella misurata dalla stazione meteorologica (normalmente a 10 metri) senza apporre correzioni funzione della quota.

Per quanto riguarda la temperatura dell'aria, tutti i modelli concordano nel considerare come rappresentativa la sola misura realizzata nei pressi del suolo.

8.3.3 IL CONCETTO DI PREPROCESSORE METEOROLOGICO

Da quanto detto finora risulta evidente che i modelli stazioni di simulazione della dispersione degli inquinanti in atmosfera richiedono più che un vero e proprio modello di *PBL* un sistema di *processing* dei dati meteorologici rilevati da una stazione meteorologica (rappresentativa dell'intero dominio di calcolo) in modo che per ogni periodo temporale considerato dal modello di simulazione stesso (tipicamente ogni ora) tale sistema sia in grado di ricostruire i parametri richiesti per descrivere la turbolenza del *PBL*.

Per i modelli di vecchia generazione questo sistema di *preprocessing* si limiterà semplicemente alla stima della Categoria di stabilità Atmosferica, mentre per i modelli di nuova generazione tale sistema dovrà necessariamente essere più sofisticato e si potrà schematicamente articolare nei passi seguenti:

1. stima dei parametri caratteristici della turbolenza atmosferica (u_* e H_0),

2. stima dell'estensione verticale del *PBL* (altezza di rimescolamento),

3. ricostruzione del profilo verticale della velocità media del vento.

9. TECNICHE PER L'OSSERVAZIONE DEL PBL

La descrizione del *PBL* presentata evidenzia quanto sia necessario poter osservare sperimentalmente questo sistema fisico, cioè nello spazio e nel tempo le variabili che ne definiscono lo stato. Per questa ragione, ci si occuperà ora di come realizzare le misure micrometeorologiche, si cercherà di evidenziare i problemi connessi con questa attività e di presentare possibili soluzioni.

9.1 CONCETTI DI BASE

9.1.1 IL SISTEMA DI MISURA IDEALE

Per misura si intende quel processo che consente ad un osservatore di poter conoscere il valore che una variabile di interesse assume in un punto ben definito dello spazio e del tempo. I vari modelli di *PBL*, siano essi di tipo fluidodinamico che di tipo semiempirico, richiedono la conoscenza di alcuni indicatori statistici delle principali variabili meteorologiche (valor medio, varianza, covarianza) piuttosto che i valori che tali variabili assumono ad un dato istante. La misura, però, di una variabile è, almeno in teoria, un processo che cerca di determinare il valore assunto da tale variabile in un dato istante e in un punto dello spazio e quindi la singola misura non può da sola soddisfare tutte le esigenze modellistiche. In sostanza, per i normali utilizzi, non è importante fare misure singole, quanto raccogliere una serie organizzata di misure in numero statisticamente rilevante in modo da poterne dedurre gli stimatori statistici dei momenti di interesse principale.

In termini astratti, il *processo di misura*, è *la mappatura tra una variabile di interesse in punto dello spazio-tempo e i numeri reali*, immediatamente visibili ed interpretabili da parte di un osservatore, e richiede un *qualcosa di fisico* che determini questa conversione dal mondo delle variabili meteorologiche al mondo dei numeri reali. Si immagini, quindi, che esista un *apparato* fisico (che chiamiamo *Sistema di Misura Ideale*) che, posto in un dato punto dello spazio ed in un certo istante, sia in grado di fornire in termini esatti il valore che una data variabile meteorologica assume nel punto dello spazio-tempo considerato. Ovviamente tale apparato deve operare nel modo seguente:

- è costruito in maniera da variare una delle proprie caratteristiche fisico-chimiche in funzione della variabile da misurare;

- è costruito in maniera da non indurre perturbazioni sulla variabile da misurare;

- è noto un modello **m**(..) che mette in relazione tale variazione con la variabile da misurare. In pratica, se X è la variabile da misurare e x è la misura, cioè il numero reale corrispondente, si avrà che $x = \mathbf{m}(X)$;

- possiede un sistema di traduzione nei confronti dell'utente, cioè un insieme di apparati in grado di trasformare la variazione della proprietà fisica del sistema di misura in un numero reale, impiegando

il modello **m**(..) di trasformazione proprio del sistema di misura stesso.

Si suppone quindi che tale sistema di misura conduca inevitabilmente a *misure di tipo Puntuale ed Euleriano*, cioè misure relative ad un punto fisso dello spazio-tempo. Nella realtà, le misure possono solo essere *quasi - puntuali*, visto che ogni sistema di misura reale presenta un volume di misura finito e non infinitesimo e quindi è in grado di fornire solo un valore medio entro il volume di misura.

Non tutte le variabili fisiche descrittive del *PBL* possono essere veramente misurate da un Sistema di Misura Ideale, o meglio non per tutte le variabili micrometeorologiche di interesse risulta disponibile o realizzabile un Sistema di Misura appropriato. Pertanto tutte le variabili micrometeorologiche per cui sia possibile avere a disposizione un Sistema di Misura Ideale, prendono il nome di *grandezze osservabili.* Ovviamente non si è interessati solo alla conoscenza delle grandezze osservabili, ma anche a molte altre grandezze non direttamente osservabili, ma legate a queste ultime da relazioni matematiche note. Per fissare le idee, una di queste variabili, non appartenente all'insieme delle grandezze osservabili, è la lunghezza di Monin Obukhov *L*, che caratterizza il livello di turbolenza entro il *SL* e per cui non esiste un sistema di misura che lo determini direttamente.

Un *Sistema di Misura Ideale* produce una *misura ideale*, quindi priva di errori nel senso che il sistema di misura fornisce all'osservatore esattamente il valore della variabile osservata in un dato punto dello spazio e ad un generico istante *t*. Se il sistema ideale opera in continuo, produrrà nel tempo un insieme infinito di valori corrispondenti all'andamento temporale della variabile osservata. Tale andamento sarà *esatto*, nel senso che riprodurrà esattamente l'andamento della variabile osservata nel punto dello spazio voluto, anche se non va dimenticato che tale variabile è intrinsecamente una variabile stocastica a cui però il Sistema Ideale di Misura non sovrappone perturbazioni esogene. Da esso è immediato il calcolo di tutti i vari momenti di cui necessitano i modelli rappresentativi del *PBL*.

9.1.2 IL SISTEMA DI MISURA REALE

Nel mondo reale, però, non esistono veri Sistema di Misura Ideali, ma solo Sistemi di Misura Reali. Un Sistema di Misura Reale:

- è costruito, anche questa volta, in modo da variare una delle proprie caratteristiche fisico-chimiche in funzione della variabile da misurare;
- però può, in misura più o meno rilevante, indurre perturbazioni sulla variabile da misurare;
- è noto, spesso con un certo grado di approssimazione, un modello **m**(..) che metta in relazione tale variazione con la variabile da misurare;
- possiede un sistema di traduzione verso l'utente, cioè un insieme di apparati in grado di trasformare la variazione della proprietà fisica del sistema di misura in un numero reale, impiegando il modello **m**(..) di trasformazione proprio del sistema di misura stesso. Il sistema reale, però, a differenza del sistema ideale, può introdurre in questa trasformazione una serie di perturbazioni di varia provenienza. Pertanto il modello **m**(..) non è un modello completamente deterministico.

Un Sistema di Misura Reale, fornirà quindi all'osservatore una *misura reale* che sarà prossima a quella ideale (*vera*), anche se affetta da errori. In particolare, si fissi ora l'attenzione su una generica variabile

osservabile X (per fissare le idee, possiamo immaginare che questa sia temperatura). In un dato punto dello spazio e a un dato istante t il Sistema di Misura Reale fornirà una *misura reale*, cioè una *istanza*, od *osservazione*, del valore vero (incognito) di X, a cui è sovrapposto un *errore*. Se, per il momento, si considerano solo *errori di tipo accidentale*, cioè errori per cui non sia possibile determinare l'esatta causa ed entità, il procedimento di misura mapperà un valore deterministico, corrispondente al valore assunto dalla variabile X nel punto dello spazio–tempo considerato, ad un valore non deterministico x corrispondente alla *misura reale* ottenuta come $x = \mathbf{m}(X)$. Un esempio di ciò è la misura della temperatura con una termoresistenza. E' noto che tale misura, essenzialmente di tipo elettrico, è perturbata da un rumore bianco generato dalla termoresistenza stessa e direttamente proporzionale al prodotto del valore assunto dalla resistenza e dal livello di temperatura misurato (Larsen e al., 1982). Ripetendo più volte, se fisicamente possibile, tale misura, emergerà in maniera immediata la natura stocastica insita nella misura reale, che porta ad affermare che x è una *variabile casuale,* caratterizzata da una ben precisa funzione di densità di probabilità che, a priori, potrebbe essere qualsiasi, ma che per semplicità pratica può essere considerata gaussiana con media μ e deviazione standard σ . Se si è in grado di realizzare in un punto dello spazio un numero N di misure reali x_i di una variabile che non varia nel tempo e se N è sufficientemente grande, il Teorema del Limite Centrale ci assicura che la *media campionaria* m_x è una variabile casuale *asintoticamente* gaussiana con media μ e varianza σ^2/N. Pertanto, detto $\varepsilon^2 = \sigma^2/N$ *l'errore quadratico medio* e tenendo conto delle caratteristiche della distribuzione gaussiana, è semplice vedere come il vero valore μ sarà compreso nell'intervallo $m_x \pm \varepsilon$ con il 66% di probabilità, nell'intervallo $m_x \pm 2\varepsilon$ con il 95% di probabilità e nell'intervallo $m_x \pm 3\,\varepsilon$ con il 99% di probabilità.

La determinazione delle variabili non direttamente osservabili dalla misura di variabili osservabili non risulta altrettanto immediata. Se nella misura delle variabili osservabili necessarie per la loro stima si considerano presenti solo errori di tipo accidentale, è possibile operare nel modo seguente (DeFelice, 1998). Si considerino due variabili osservabili x e y, affette da errori accidentali e caratterizzate rispettivamente dalle deviazioni standard σ_x e σ_y ed un'altra variabile w legata alle precedenti da una relazione del tipo:

$$w = F(x, y) \qquad [9.1]$$

La deviazione standard σ_w della variabile w si ottiene dalla relazione seguente:

$$\sigma_w^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + 2\frac{\partial F}{\partial x}\cdot\frac{\partial F}{\partial y}\sigma_x\sigma_y \qquad [9.2]$$

Gli errori accidentali non sono gli unici errori che si possono incontrare in un processo di misura. Esistono anche gli *errori sistematici* dovuti a fenomeni fisici ben noti e definiti e quindi descrivibili deterministicamente. Essi sono i più facili ed immediati da eliminare, a patto di essere in grado di riconoscerli e di individuare con esattezza il fenomeno fisico che li produce. Nel caso in cui due variabili x e y siano affette da questo tipo di errore e la variabile w dipenda dalle precedenti secondo una relazione del tipo (9.1), anche w sarà affetta da un errore sistematico. Se il vero valore di x e y è rispettivamente x_0 e y_0, l'errore di w sarà dato dalla relazione seguente (DeFelice, 1998):

$$(w - w_0) = \frac{\partial F}{\partial x}\cdot(x - x_0) + \frac{\partial F}{\partial y}\cdot(y - y_0) \qquad [9.3]$$

9.2 PANORAMICA DEI SISTEMI DI MISURA

Il Sistema più comodo e più usato per la misura delle variabili micrometeorologiche è la **stazione meteorologica al suolo**. In essa si trovano essenzialmente gli elementi seguenti:

- un insieme di strumenti (*sensori*) in grado di misurare le variabili di interesse, cioè di reagire alla loro variazione, producendo in uscita segnali elettrici di tipo analogico (tensioni o correnti) o digitale;

- un sistema elettronico che gestisce la temporizzazione delle misure (cioè che decide quando realizzare la misura), che opera le trasformazioni delle uscite elettriche dei singoli sensori in modo da produrre una versione analogica della misura, che archivia le misure realizzate in un opportuno archivio accessibile all'utente e che le presenta direttamente all'utente in forma alfanumerica e/o grafica.

I sensori vengono localizzati a differenti quote rispetto al suolo, normalmente sopra pali o torri meteorologiche. La normale altezza di un palo meteorologico è 10 metri (seguendo le indicazioni del *WMO*, che però si riferiscono alle reti meteorologiche e non micrometeorologiche e che, quindi, non si applicano direttamente al nostro caso), tuttavia esistono anche torri meteorologiche ben più elevate, come per esempio la torre di Bulder in Colorado o di Cabau in Olanda, che superano i 300 metri di altezza. Ovviamente il limite intrinseco a un tale sistema di misura è che si può tener sotto osservazione solo la micrometeorologia della parte del *PBL* più vicina al suolo.

Un modo differente di operare è quello di utilizzare un numero esiguo di sensori meteorologici, sostanzialmente simili a quelli usati in una stazione meteorologica (in pratica ciò che serve per misurare la velocità e direzione del vento, la temperatura ed umidità dell'aria e la pressione barometrica) collegarli ad un sistema ridotto all'essenziale per l'acquisizione temporizzata delle varie misure e per la loro trasmissione via radio e vincolare tutto ciò ad un pallone libero di elevarsi nell'aria. Un sistema di questo genere è una *radiosonda*. Questo sistema di misura è in grado di rilevare il profilo verticale della temperatura dell'aria, dell'umidità e della velocità e direzione del vento ed è anche la maniera standard usata dai vari Servizi Meteorologici di tutto il mondo per osservare alcune volte al giorno in ore prestabilite i profili verticali delle citate variabili meteorologiche. Il problema principale legato all'adozione di questa tecnica sta non solo nel numero limitato di parametri meteorologici rilevato, ma soprattutto nell'elevato costo delle sonde che inesorabilmente vanno perse ad ogni lancio. Una variante a questa tecnica di osservazione è quella costituita dalla sostituzione del pallone libero con un piccolo aerostato vincolato al suolo da un cavo. Questo sistema prende il nome di *pallone frenato* e presenta sostanzialmente la medesima dotazione sensoristica di una radiosonda. Il suo impiego, tuttavia, non è privo di problemi pratici. Il primo di essi deriva dal fatto che, essendo vincolato al suolo da un cavo, il pallone frenato non può raggiungere quote elevate; tipicamente la sua quota massima raggiungibile è attorno ai 400÷600 metri. Inoltre proprio la presenza di questo cavo determina un costante pericolo per la navigazione aerea, soprattutto per i piccoli aerei e gli elicotteri. Quando poi si opera in condizioni di vento forte, il pallone frenato non solo non può raggiungere quote elevate, ma può anche essere molto pericolo per coloro che lo manovrano. Nonostante le limitazioni, questi sistemi costituiscono un interessante maniera per estendere le osservazioni meteorologiche da un numero ridotto di punti di osservazione a ridosso del suolo ad un intero profilo, anche se lo *spazio osservato* da tali sistemi, più che una retta verticale, è una traiettoria verticale decisamente molto irregolare.

Un deciso miglioramento, almeno in termini concettuali, rispetto alla radiosonda ed al pallone frenato è

rappresentato dai cosiddetti sistemi *remote sensing*, una famiglia di sistemi di misura i cui rappresentanti principali sono il *SODAR*, il *RASS* ed il *WIND PROFILER*. Senza entrare nei dettagli, tali sistemi, stando al suolo, emettono verso l'alto impulsi acustici (*SODAR*), *elettromagnetici (WIND PROFILER*) e in modo combinato acustici ed elettromagnetici (*RASS*) e, subito dopo, si pongono in ricezione per riceverne gli *echi di ritorno* dall'atmosfera, echi che sono il risultato dell'interazione tra tali impulsi e l'atmosfera. I vari sistemi interpretano questo eco in termini di profilo verticale di alcune delle grandezze meteorologiche di interesse. In particolare il *SODAR* è in grado di rilevare fino a quote dell'ordine di 500÷1000 m il profilo della velocità e della direzione del vento, della deviazione standard delle componenti del vento e anche del parametro di struttura della temperatura C_T^2, mentre per quanto riguarda il *RASS* quello che viene rilevato è il profilo verticale della temperatura virtuale. Il *WIND PROFILER* è il sistema *remote sensing* più giovane e promettente. Attualmente da esso si rilevano profili di vento che raggiungono quote ben più elevate di quelle raggiunte dal *SODAR*, ma in futuro è prevedibile il suo maggior coinvolgimento nella determinazione di quei parametri importanti per la determinazione dello stato dell'atmosfera. Ci sono due aspetti interessanti legati a questa famiglia di sistemi. Il primo è costituito dal fatto che essi possono acquisire i profili verticali delle differenti variabili meteorologiche a cadenze molto ravvicinate (per esempio ogni 15 minuti), mentre l'impiego delle radiosonde è limitato dal tempo necessario per completare il sondaggio (proporzionale alla velocità di salita della sonda che deve essere sufficientemente lenta per limitare i problemi legati alla limitata dinamica dei sensori ed alla massima quota raggiunta) e dai costi elevati della sonda stessa. Il secondo aspetto è legato al fatto che diversi sistemi possono essere accoppiati tra loro: un tipico esempio è l'accoppiamento di un *WIND PROFILER* con un *RASS*. In questo caso, l'insieme dei due non solo produce i profili previsti per i singoli sistemi, ma può fornire anche, per esempio, il flusso turbolento verticale di calore sensibile in tutto il *PBL*, cosa che comincia a far intravedere ai micrometeorologi la possibilità che si avveri il sogno di poter misurare direttamente la turbolenza del *PBL*.

Comunque, anche con i sistemi *remote sensing* non si riesce a *vedere* l'intero dominio spaziale di interesse. Il sogno sarebbe ovviamente quello di poter tenere sotto controllo tutto lo spazio di interesse. Un primo passo in questa direzione è costituito dagli *aerei per osservazioni meteorologiche*. Questa tecnica è stata molto impiegata in varie campagne sperimentali e di fatto è da esse che derivano i pochi dati sperimentali relativi allo stato della parte alta del *PBL*. Le soluzioni tecniche adottate per inserire i sensori meteorologici negli aerei e per evitare le perturbazioni dall'aeromobile sulle misure sono state le più varie e spesso del tutto geniali, tanto che spesso si è riusciti a dotare questi aerei di sensoristica a risposta rapida con cui è stato possibile ottenere una visione chiara della turbolenza in tutte le parti del *PBL*. Ovviamente sistemi di questo genere non consentono un'osservazione continua (come lo consente una stazione meteorologica al suolo o i sistemi *remote sensing*) e si limitano ad osservazioni in campagne sperimentali lungo traiettorie spaziali che vanno ad osservare punti interessanti del *PBL*.

Forse il sogno della visione spaziale dei campi meteorologici è vicino grazie al *radar meteorologico***.** Questo sistema, che basa il proprio funzionamento sull'emissione di onde elettromagnetiche, è costruito in modo da consentirgli l'esplorazione di tutto lo spazio circostante il luogo in cui è posto il sensore. Per il momento il suo impiego prevalente è limitato alla determinazione del campo di vento e di pioggia.

Da ultimo non va dimenticato l'apporto dei *satelliti artificiali geostazionari e polari* che, attualmente consentono lo studio sistematico e con una buona risoluzione dell'albedo, della temperatura radiativa superficiale, del bilancio radiativo superficiale e della copertura nuvolosa.

9.3 ARCHITETTURA DI UNA STAZIONE METEOROLOGICA

La Stazione Meteorologica al suolo è l'archetipo del Sistema di Misura Reale. Una sua tipica realizzazione è rappresentata nella *Fig.9.1*. In essa si individuano gli elementi costitutivi seguenti:

- i *sensori meteorologici*, cioè l'insieme di strumenti specializzati nella misura delle singole variabili meteorologiche;

- il *sistema di acquisizione*, cioè un apparato elettronico automatico (spesso programmabile) che verifica lo stato fisico dei singoli sensori, ne acquisisce periodicamente i segnali di uscita e converte queste letture in un formato numerico;

- il *sistema di elaborazione* che, applicando opportune regole ai valori numerici ottenuti dai singoli sensori (le misure), calcola i principali parametri statistici di interesse micrometeorologico (valori medi, varianze e covarianze) e stima i parametri che non possono essere osservati direttamente;

- un *sistema di archiviazione, trasmissione e presentazione*, che realizza l'archiviazione locale delle misure e delle elaborazioni fatte, che si occupa della trasmissione di tutte le *informazioni* ottenute ad un eventuale sistema periferico (qualora la stazione sia parte di una rete di sorveglianza) e della presentazione di quanto acquisito ad un utente locale.

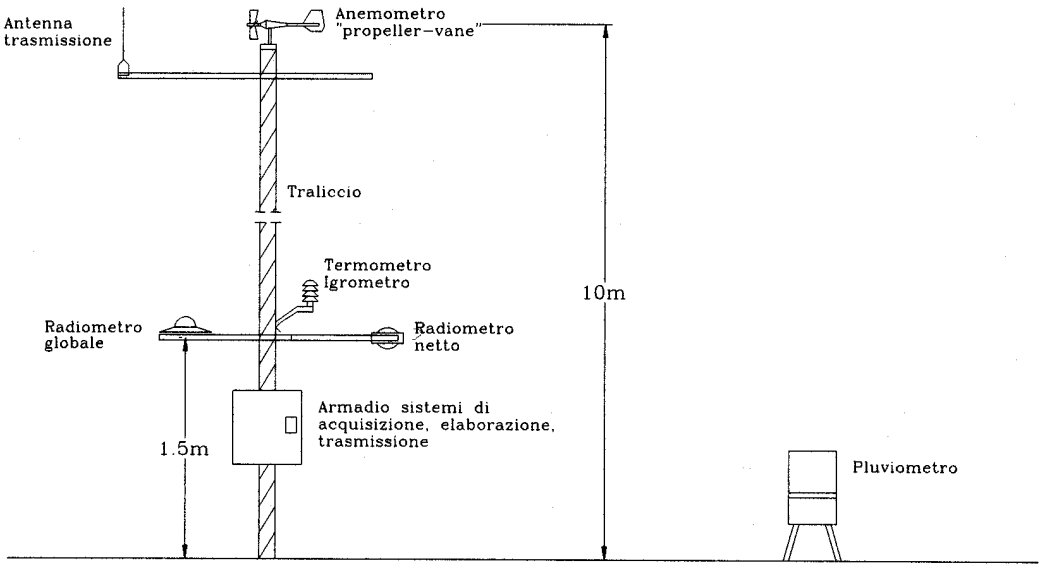

Fig. 9.1: architettura tipica di una stazione meteorologica al suolo.

L'architettura funzionale di una tipica stazione meteorologica è rappresentata schematicamente nella *Fig.9.2*. E' interessante notare come, allo stato attuale della tecnologia, l'acquisizione delle misure, la loro elaborazione, archiviazione, presentazione e trasmissione non siano funzioni fisicamente separate, anche se logicamente lo sono, ma al contrario sono frequentemente localizzate ed integrate (via Software o con schede dedicate) in un sistema di calcolo (normalmente un *PC* anche se di derivazione industriale).

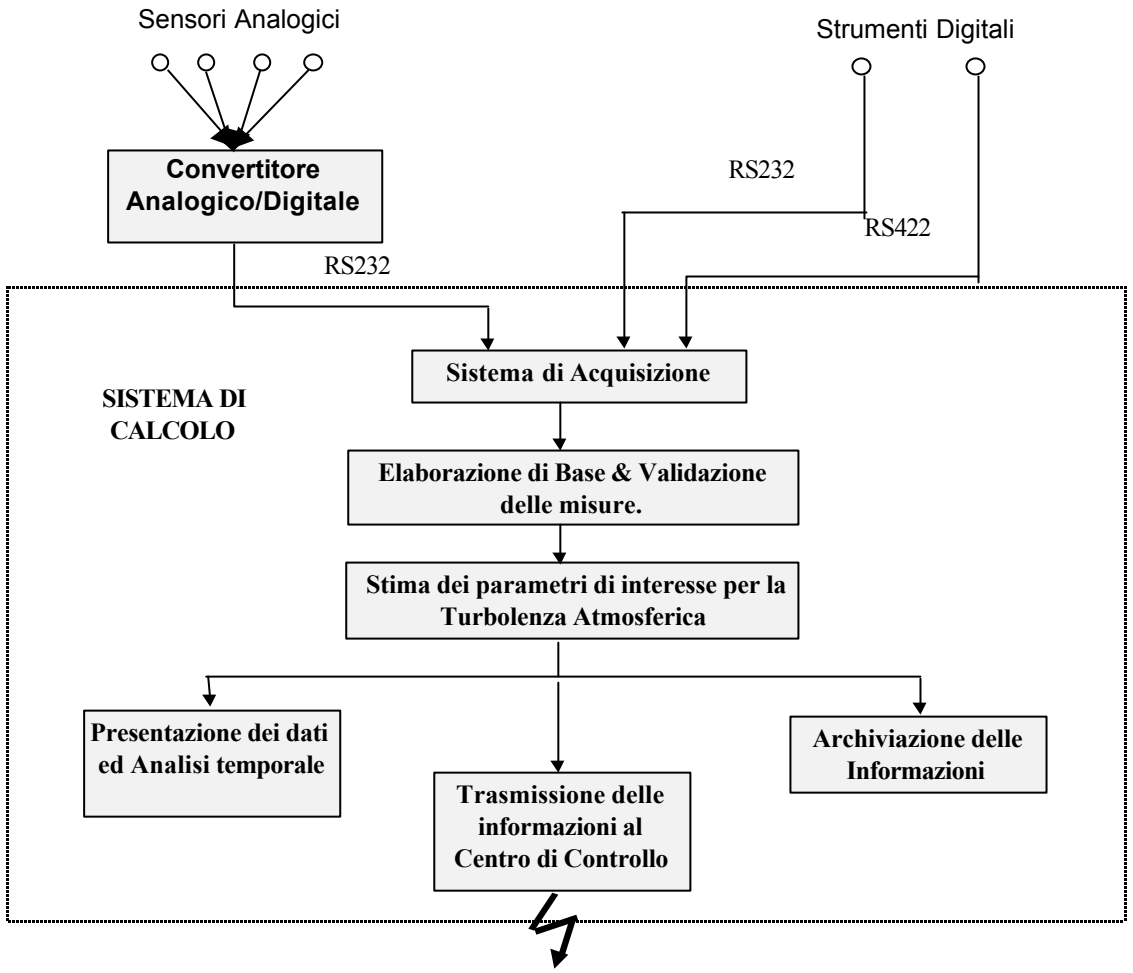

Fig. 9.2: architettura funzionale di una stazione meteorologica.

9.4 LA CATENA DI MISURA

Dallo schema funzionale di *Fig.9.2* si vede distintamente l'esistenza di un *cammino* (sia logico che fisico) che ha inizio dalle variabili meteorologiche di interesse e che termina quando le differenti variabili acquisite vengono convertite in numeri rappresentanti le effettive misure. Questo ovviamente per le variabili osservabili. Tale cammino logico e fisico percorso dalle informazioni primarie nella loro conversione in informazioni meteorologiche prende il nome di *Catena di Misura*. Si definisce, pertanto, *Catena di Misura* l'insieme di tutti i dispositivi (fisici e concettuali) che realizzano la *traduzione* di una variabile meteorologica da rilevare in una serie storica di numeri, che rappresentano la misura per l'utente. E' evidente che in una stazione meteorologica ci sono, almeno concettualmente se non fisicamente, una catena di misura per ogni variabile misurata. Schematicamente, una catena di misura si presenta come indicato in *Fig.9.3*. Come si può vedere facilmente, il compito principale di una catena di misura è quello di *tradurre* la variabile meteorologica di interesse in un numero e questo lo si realizza impiegando, almeno concettualmente, tre elementi principali:

- il *trasduttore primario*, che è l'elemento sensibile del sensore meteorologico vero e proprio. Normalmente l'uscita del trasduttore primario è già un segnale elettrico (questo non è sempre vero), anche se spesso tale segnale elettrico non è semplice da utilizzare direttamente;

- il *trasduttore secondario*, a volte già integrato nel trasduttore primario, che comunque ha il compito di trasformare l'uscita del trasduttore primario (qualunque essa sia) in un segnale elettrico (normalmente di tensione o di corrente) facilmente trasportabile e leggibile;

- il *convertitore Analogico/Digitale* che ha due compiti fondamentali. Il primo è quello di acquisire a tempi prefissati (per esempio ogni secondo), la misura del sensore che a lui afferisce, mentre il secondo compito è quello di convertire questo segnale elettrico in un numero reale, codificato in forma digitale.

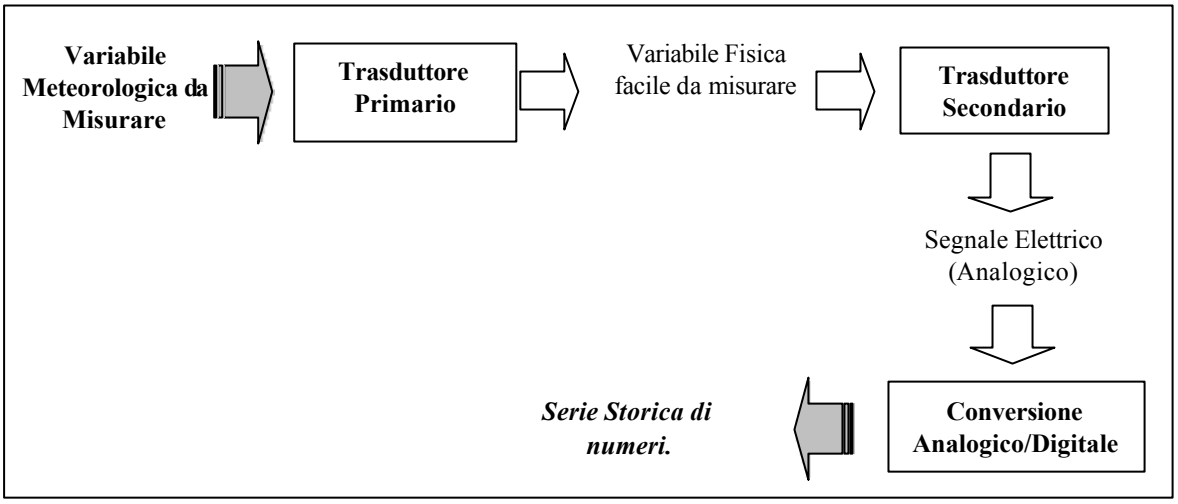

Fig. 9.3: schema concettuale di una Catena di Misura.

9.5 IL TRASDUTTORE PRIMARIO

Il compito di un trasduttore primario è la conversione di una variabile meteorologica da misurare (es. la velocità e direzione del vento, la temperatura dell'aria, ecc.) in una *variabile intermedia* più semplice da trattare (es. il momento angolare, la tensione elettrica, la variazione di una resistenza elettrica, ecc.), sfruttando l'influenza che la variabile da misurare ha su una o più proprietà fisiche del sensore stesso. Sono trasduttori primari tutti i sensori meteorologici noti, come l'anemometro, il termoigrometro, i radiometri, ecc. Nel seguito verrà indicata con x la generica risposta del sensore ad una variabile meteorologica avente il valore y. Un generico sensore è definito da un insieme di caratteristiche che possono essere raggruppate in due classi distinte:

- *caratteristiche statiche*, cioè proprietà intrinseche al trasduttore, che non dipendono dalla variazione nel tempo del segnale meteorologico cui è sensibile;

- *caratteristiche dinamiche*, cioè proprietà che descrivono la risposta del trasduttore in funzione dell'andamento nel tempo del segnale meteorologico di ingresso.

9.5.1 CARATTERISTICHE STATICHE DI UN TRASDUTTORE PRIMARIO

Le caratteristiche statiche di un trasduttore primario descrivono il comportamento del trasduttore stesso in una situazione in cui l'ingresso meteorologico sia costante o abbia raggiunto un livello di equilibrio.

La prima caratteristica, la più ovvia, è la *curva di taratura*, cioè la relazione matematica che lega tra loro *il valore di ingresso*, cioè il valore della variabile meteorologica da misurare, con il *valore di uscita,* cioè il valore raggiunto dalla variabile misurabile prodotta dal trasduttore a causa dell'ingresso meteorologico. Le caratteristiche necessarie ad una curva di taratura utilizzabile sono che la relazione matematica che la rappresenta sia esprimibile in forma esplicita, che tale relazione sia monotona e che, anche se non è strettamente necessario, sia la più vicina possibile ad una relazione lineare.

Altri elementi di interesse che possono caratterizzare la risposta statica di un trasduttore primario sono (Baldocchi e al., 1995):

- **Sensibilità** - Pendenza della curva di risposta ingresso/uscita, che può dipendere dal valore di ingresso se la curva non è lineare.

- **Linearità** - La linearità della curva di calibrazione è importante per la sensibilità o per strumenti a lettura diretta. Con l'avvento della tecnologia digitale, la possibilità di linearizzare curve di calibrazione di per sé non lineari ha reso la linearità meno importante di un tempo.

- **Offset** ("Spiazzamento") – E' in pratica il valore che l'uscita assume quando l'ingresso è nullo. Attualmente, come la linearità, la presenza di un eventuale offset non è più un problema, potendola eliminare con elaborazioni digitali.

- **Range** – Un trasduttore primario è in grado di rilevare un valore della variabile meteorologica solo entro un ben preciso intervallo che varia da trasduttore a trasduttore. Tale intervallo è il range dello strumento. Valori esterni al *range* di misura non potranno essere rilevati correttamente dal sensore.

- **Span** – Con questo termine si indica la differenza tra l'estremo superiore e l'estremo inferiore del *range*.

- **Risoluzione** – E' la minima variazione dell'ingresso (cioè della variabile da misurare) in grado di provocare una variazione dell'uscita. Se la curva di calibrazione non è lineare, la risoluzione può dipendere dal valore dell'ingresso.

- **Isteresi** – Per una classe limitata di trasduttori può verificarsi il fatto che si possano produrre uscite diverse, a seconda della direzione (ascendente o discendente) di variazione dell'ingresso.

- **Dead-band** ("Banda morta") – Rappresenta l'intervallo nel quale l'ingresso deve variare, per produrre una risposta osservabile da parte dello strumento.

- **Soglia** – E' il minimo ingresso misurabile a partire da 0. Di solito è il risultato di attriti meccanici. In questo caso, dato che l'attrito statico è maggiore dell'attrito dinamico, lo strumento, una volta messo in moto (esempio: anemometri a coppe) è in grado di leggere valori di ingresso inferiori alla soglia.

- **Ripetibilità** – E' il grado di somiglianza tra due successive uscite, relative ad un medesimo valore di ingresso senza modifiche nelle condizioni operative.

- **Stabilità** – E' la capacità di uno strumento di mantenere prestazioni vicine alla curva di calibrazione per un tempo prolungato.

- **Precisione** – E' la capacità di generare deviazioni minime dal *valore atteso* della quantità misurata.

- **Accuratezza** – E' il grado di somiglianza tra la misura operata per mezzo di uno strumento ed il *vero* valore della grandezza misurata. Si noti come quest'ultimo non sia in generale conosciuto: l'accuratezza, a rigore, è una variabile casuale.

Non tutte queste caratteristiche statiche rivestono la medesima importanza pratica: sicuramente dal punto di vista operativo le caratteristiche statiche più rappresentative sono la precisione, la sensibilità, il range di misura, la risoluzione e la soglia di attivazione.

9.5.2 CARATTERISTICHE DINAMICHE DI UN TRASDUTTORE PRIMARIO

La curva di calibrazione è la forma con cui interpretare la risposta di un sensore ad una variabile meteorologica, stazionaria o molto lentamente variabile. Tuttavia, nella realtà del *PBL* le variabili meteorologiche variano fondamentalmente nel tempo e quindi è di estremo interesse conoscere le caratteristiche dinamiche di un sensore. Esistono sensori che rispondono immediatamente alla forzante esterna, presentando una relazione ingresso-uscita di tipo algebrico ed altri, invece, che presentano ritardi, oscillazioni spurie e sfasamenti in questa relazione, comportandosi in maniera analoga a filtri di vario tipo. Dato che in Micrometeorologia è di estremo interesse misurare segnali meteorologici variabili nel tempo con l'intento di determinare le caratteristiche della turbolenza atmosferica attraverso la stima realistica di varianze e covarianze, è immediatamente chiaro quanto sia importante conoscere la risposta dinamica di ogni sensore meteorologico. Per introdurre questo argomento è conveniente considerare un caso realistico.

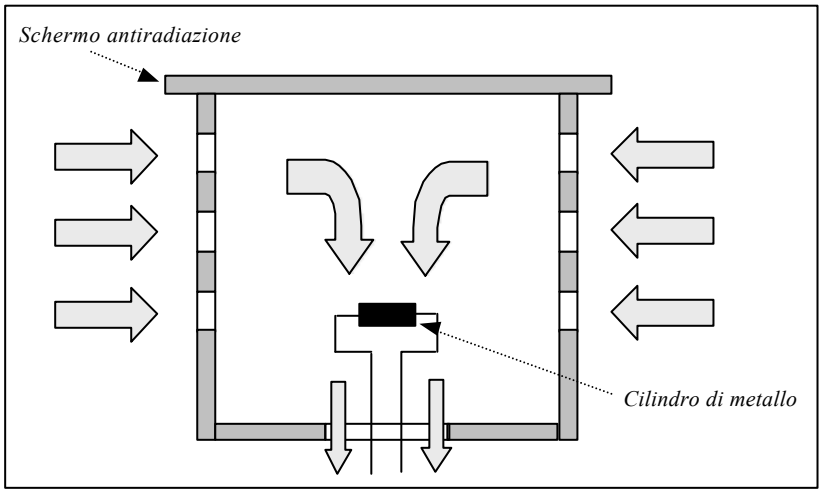

Fig. 9.4: esempio realistico di sensore primario.

Consideriamo, per esempio, un cilindro di materiale metallico di raggio r ed altezza l, protetto da un sistema schermante che gli consente, da un lato, di non essere apprezzabilmente riscaldato da processi radiativi e, dall'altro, di essere lambito perpendicolarmente dall'aria ambiente a temperatura T_a , dotata di una velocità circa costante U. Tale cilindro di metallo possederà una temperatura (media su tutto il volume) T e la propria resistenza elettrica R sarà proporzionale alla temperatura posseduta. La

situazione considerata è quella rappresentata in *Fig.9.4*. E' noto come tra la temperatura T del cilindro di metallo e la sua resistenza elettrica R esista una relazione che, nell'intervallo di temperatura di interesse micrometeorologico, può essere una relazione lineare del tipo:

$$R(T) = R(T_0) \cdot [1 + \alpha (T - T_0)] \qquad [9.4a]$$

dove T_0 è una temperatura di riferimento. Se è nota la *resistività elettrica* σ (Ω.m) ad una data temperatura, per il cilindro considerato la resistenza elettrica sarà pari a:

$$R(T) = l\sigma / (\pi r^2) \qquad [9.4b]$$

Nel caso di un cilindro di Rame con r =1mm, l =10mm ed alla temperatura di 20°C, la resistività elettrica σ è pari a $1.9.10^{-8}$ (Ω.m), quindi R = $0.06 \cdot 10^{-3}\Omega$. Sempre nel caso del Rame, il coefficiente α presente nella (9.4a) è pari a $4.3.10^{-3}$. Ovviamente il cilindro di metallo varierà la propria temperatura media in funzione del calore ricevuto dall'esterno. Se, come detto, si trascurano gli scambi radiativi e se si considera l'aria secca e dotata di velocità U, la variazione di calore contenuto nel cilindro eguaglierà il calore ceduto (o ricevuto) dall'aria al cilindro a causa dei soli scambi convettivi, cioè:

$$V\rho_c C_{pc} \cdot \frac{dT}{dt} = S\rho C_p \cdot (T_a - T) / r_H \qquad [9.5a]$$

dove V e S sono rispettivamente il volume e la superficie laterale del cilindro di metallo, ρ e C_p la densità ed il calore specifico dell'aria, ρ_c e C_{pc} la densità ed il calore specifico del cilindro. Con r_H si è indicata la resistenza al trasferimento di calore. La relazione precedente si riduce pertanto alla forma:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{2\rho C_p}{r\rho_c C_{pc}} \cdot \frac{T_a - T}{r_H} \qquad [9.5b]$$

Concentriamo ora l'attenzione su r_H. Semplificando al massimo la trattazione, si ha che, nel caso di un cilindro, r_H può essere stimato con la relazione seguente:

$$r_H = r / (D_H N_u) \qquad [9.5c]$$

in cui D_H è la diffusività termica dell'aria (2.10^{-5} $m^2.s^{-1}$) e N_u è il numero di Nusselt che, per un cilindro, è dato da:

$$N_u = \begin{cases} 0.32 + 0.51\,\mathrm{Re}^{0.52} & \mathrm{Re} \le 10^3 \\ 0.24\,\mathrm{Re}^{0.6} & \mathrm{Re} > 10^3 \end{cases} \qquad [9.5d]$$

con Re (Numero di Reynolds) pari a $Re=Ur/\nu$, dove ν è la viscosità cinematica dell'aria ($1.46.10^{-5}$ $m^2.s^{-1}$). Nella situazioni più comuni, U è dell'ordine di 5 $m.s^{-1}$, quindi per il cilindro considerato si ha Re=342, N_u=10.9 e r_H=4.58 m^{-1}. Se il cilindro è di Rame (ρ_c=8960 $Kg \cdot m^{-3}$, C_{pc}=385 $JKg^{-1}K^{-1}$), la (9.5b) diventa:

$$\frac{dT}{dt} = 0.153(T_a - T) \qquad [9.5e]$$

che può anche essere scritta nella forma seguente:

$$a_1 \frac{dT}{dt} + a_0 T = F(T_a) \qquad [9.5f]$$

Nel caso specifico $a_1 = 1$, $a_0 = 0.153$ e $F(T_a) = 0.153.T_a$. Questa relazione è di straordinaria importanza ed esprime il fatto che, per il sistema fisico considerato, esiste una relazione differenziale ordinaria e di primo grado tra lo stato del sistema (la sua temperatura T) ed una forzante esterna (la temperatura dell'aria T_a). Possiamo quindi concludere che il cilindro metallico considerato è un sensore primario, dato che risponde ad una variabile meteorologica (la temperatura dell'aria) variando una propria proprietà fisica (la temperatura del cilindro). Dato che la resistenza elettrica del cilindro metallico è proporzionale alla temperatura del metallo con la legge (9.4a), questo sistema è un termometro, un sensore cioè capace di misurare la temperatura dell'aria, fornendo come segnale di uscita un segnale elettrico (una resistenza elettrica variabile nel tempo), facilmente acquisibile. La (9.5f) è la *relazione dinamica del termometro considerato*. Essa:

- mette in relazione la risposta del sensore T con la forzante esterna T_a (cioè la variabile meteorologica),
- tale relazione è di tipo differenziale e consente di valutare nel tempo l'andamento della risposta in funzione della variabile temporale della forzante,
- tale relazione è stata ottenuta dallo studio dell'interazione fisica tra *PBL* e sensore.

A conclusioni analoghe si perviene analizzando sensori differenti. In pratica, per un generico sensore la relazione differenziale che lega la risposta x del sensore alla variabile meteorologica y (la forzante) prende il nome di relazione dinamica del trasduttore e la sua espressione generale è la seguente:

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \cdots\cdots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = F(y,t) \qquad [9.6]$$

In pratica, rivestono una importanza pratica solo sensori per cui la relazione dinamica è rappresentata da una equazione di ordine 0, 1 e 2. Se la relazione differenziale (9.6) è di ordine 0, il sensore che la possiede è detto *sensore di ordine zero* e trasforma *istantaneamente* la variabile di ingresso, nella variabile di uscita senza ritardi o distorsioni. Questo in sostanza è il sensore ideale di cui si vorrebbe sempre disporre. L'anemometro ultrasonico è praticamente un sensore di questo tipo. Se la (9.6) è di ordine 1, abbiamo la classe dei *sensore del primo ordine*, che presentano il classico comportamento di un filtro passa-basso. In pratica la variabile di ingresso si trasforma nella variabile di uscita con l'introduzione di un *ritardo* e di una *distorsione* più o meno marcata. La maggioranza dei sensori disponibili fa parte di questa classe e, se il ritardo della risposta è limitato, possono essere utilizzati (con alcune cautele) anche nelle misure micrometeorologiche. Se, invece, la (9.6) è di ordine 2 siamo in presenza di un *sensore del secondo ordine* in cui l'ingresso si trasforma nell'uscita con un *ritardo* e con una tendenza all'*oscillazione*. Questa classe di sensori è abbastanza scomoda nella pratica operativa, dato che non è immediato separare le oscillazioni proprie del segnale meteorologico e caratteristiche della turbolenza dalle oscillazioni indotte dalle caratteristiche costruttive del sensore. Fortunatamente non sono molti i sensori di questo tipo, anche se tra essi va classificato il misuratore della direzione del vento a banderuola, ampiamente usato nelle stazioni meteorologiche.

9.5.2.1 Trasduttore del primo ordine

Si consideri un generico sensore di questa classe (per esempio un anemometro a coppe). La sua dinamica può essere descritta dalla relazione seguente:

$$\tau \frac{dx}{dt} + x = y(t) \qquad [9.7]$$

in cui il parametro τ prende il nome di *costante di tempo* e dipende dal tipo e dalle caratteristiche costruttive del sensore. Per capire che cosa significa realmente una relazione di questo tipo è necessario studiare la risposta di un sensore del primo ordine in presenza di un segnale di ingresso che presenti variazioni temporali caratteristiche.

Si consideri inizialmente un segnale di *ingresso a gradino*, cioè un segnale del tipo:

$$y = \begin{cases} 0 & \text{per } t < 0 \\ y_0 & \text{per } t \geq 0 \end{cases} \qquad [9.8]$$

In questo caso l'integrazione della (9.7) porta al risultato seguente:

$$x(t) = y_0 \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad [9.9]$$

cioè l'uscita del sensore cresce gradualmente dal valore zero fino al valore di equilibrio con un ritardo che diminuisce con il tempo, come riportato in *Fig.9.5* nel caso in cui y_0=1. Questo ritardo è direttamente proporzionale al tempo caratteristico del sensore.

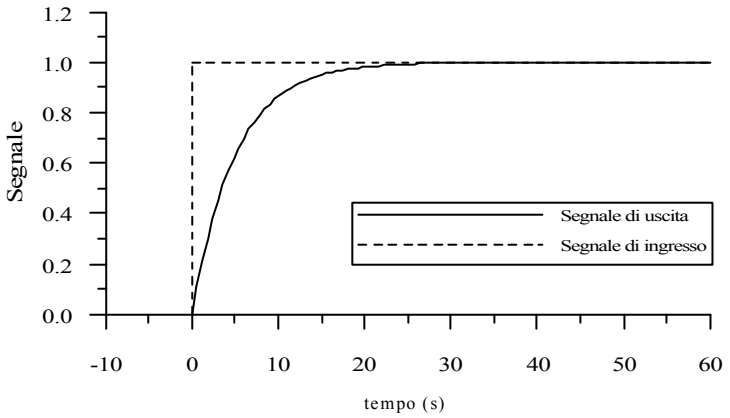

Fig.9.5: risposta di un sensore del primo ordine ad un segnale a gradino unitario.

Se invece si considera un segnale di *ingresso armonico* con una frequenza angolare Ω del tipo seguente:

$$y(t) = y_0 \sin(\Omega t) \qquad [9.10a]$$

l'integrazione della (9.7) porta alla relazione seguente:

$$x(t) = y_0 \cdot \Phi \cdot \sin(\Omega t + \delta) \qquad [9.10b]$$

dove il *fattore di smorzamento* Φ è dato dalla relazione:

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{1+\tau^2\Omega^2}} \qquad [9.11\text{-a}]$$

che dipende dalla costante di tempo del sensore e dalla frequenza del segnale, mentre lo *sfasamento* δ tra il segnale di ingresso ed il segnale di uscita risulta pari a:

$$tg(\delta) = -\Omega\tau \qquad [9.11\text{-b}]$$

anch'esso dipendente dalla costante di tempo del sensore e dalla frequenza del segnale. In *Fig.9.6* viene presentata la variazione con la frequenza angolare Ω del fattore di smorzamento e dello sfasamento. Come si può vedere analizzando la risposta ad un ingresso armonico, appare finalmente evidente una caratteristica non visibile immediatamente nel caso di un ingresso a gradino: il trasduttore, in una certa misura, deforma il segnale di ingresso, comportandosi come un consueto *filtro analogico passa-basso di tipo RC.*

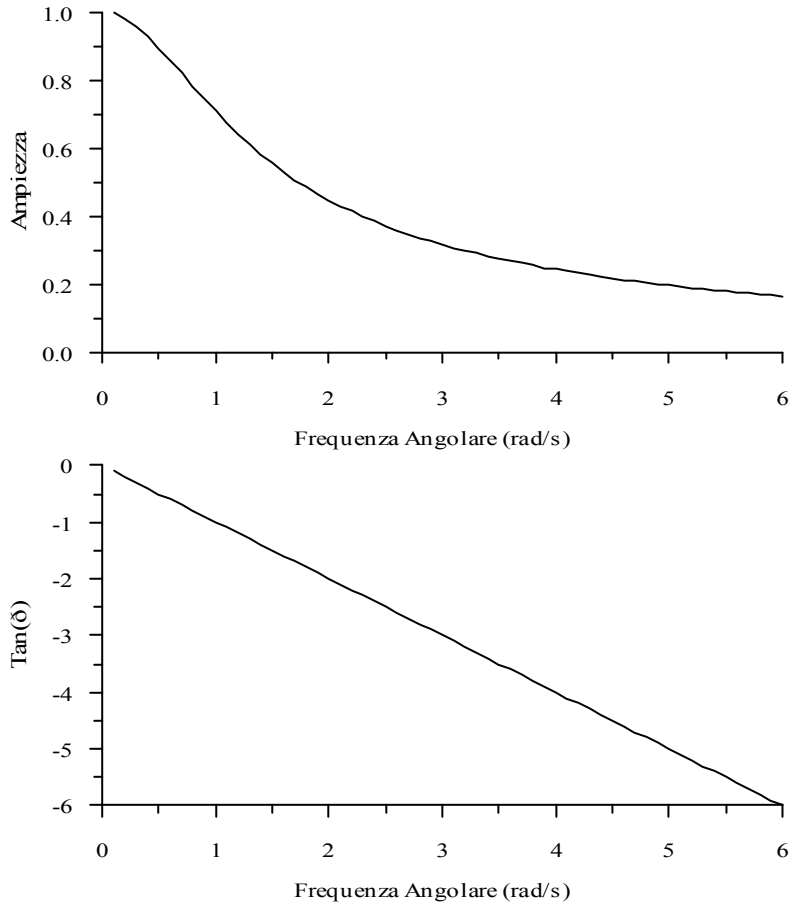

Fig. 9.6: fattore di smorzamento e sfasamento di un sensore del primo ordine.

Nel caso in cui il segnale di ingresso non abbia una delle due forme tipiche analizzate precedentemente, non è immediato capire quali trasformazioni opererà il trasduttore sul segnale. In realtà questa è proprio la normale situazione operativa del sensore, quando si misura l'andamento temporale di una variabile micrometeorologica. Una possibile metodologia di analisi è la seguente. Si considerino istanti successivi

t_i separati da un intervallo di campionamento sufficientemente piccolo Δt. Ad ogni istante t_i la variabile meteorologica assuma il valore y_i. Si faccia inoltre l'ipotesi che tra l'istante t_{i-1} e l'istante $t<t_i$ (escluso) il segnale mantenga il valore y_{i-1} e solo all'istante t_i raggiunga il valore y_i. In questo modo il segnale di ingresso risulta approssimato da una successione di gradini di differente ampiezza. Si può dimostrare che se il trasduttore è caratterizzato da una costante di tempo τ, la sua risposta x_i nei vari istanti t_i è data dalla relazione seguente:

$$x_i = y_i\left[1-\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right)\right] + x_{i-1}\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \qquad [9.12]$$

Questa relazione è analoga ad quella di un filtro *RC* nel dominio del tempo ed afferma che un trasduttore del primo ordine in un certo istante mantiene la memoria dello stato assunto all'istante precedente ed ogni variazione del segnale di ingresso induce una variazione di stato a cui il trasduttore cerca di opporsi con una *forza* proporzionale alla propria costante di tempo. Come esempio, si considerino due anemometri a coppe, il primo caratterizzato da una costante di tempo τ = 1s ed il secondo con τ = 5s. Prendiamo come riferimento un segnale di vento registrato da un anemometro ultrasonico (sensore di ordine zero che è in grado di riprodurre in maniera estremamente fedele il reale segnale di vento) ed applichiamo la (9.12) per determinare la probabile risposta dei due anemometri meccanici considerati. Il risultato ottenuto è riportato nella *Fig.9.7*. E' interessante constatare come l'anemometro con τ di 1s (un anemometro a coppe di elevata qualità) consenta di determinare un valor medio della velocità del vento inferiore del 2.5% rispetto al segnale registrato dal sonico ed una deviazione standard inferiore del 11.4%, mentre l'anemometro a coppe con τ di 5 s presenta una riduzione dell'8.6% per valor medio della velocità ed una riduzione del 33.9% della deviazione standard. E' evidente che un sensore di questo tipo non dovrebbe mai essere impiegato in misure micrometeorologiche.

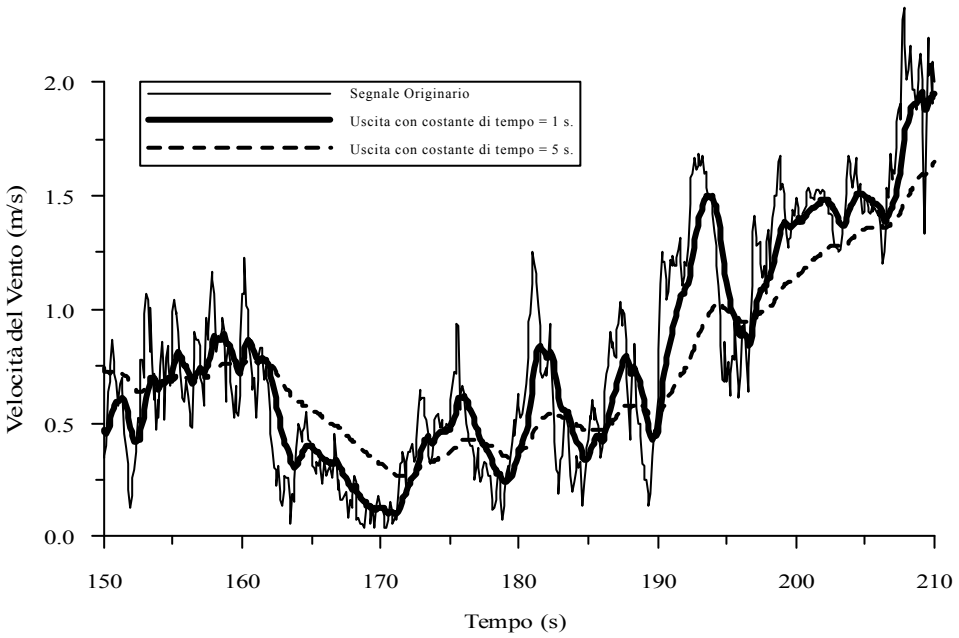

Fig.9.7: risposta di sensori di anemometri a coppe di diverse caratteristiche

9.5.2.2 Trasduttore del secondo ordine

La dinamica di un trasduttore del secondo ordine è descritta dalla relazione differenziale seguente:

$$a_2 \frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = y(t) \qquad [9.13]$$

in cui $\omega = \sqrt{a_0/a_2}$ è la *frequenza propria* del trasduttore. Anche in questo caso è istruttivo considerare il comportamento del sensore del secondo ordine ad un segnale a gradino unitario e ad un segnale armonico monocromatico.

Nel caso di un segnale di ingresso a gradino del tipo (9.8), se si definisce il parametro *h,* detto *rapporto di smorzamento o damping ratio,* come:

$$h = \sqrt{\frac{a_1^2}{4a_0a_2}} \qquad [9.14]$$

la risposta del trasduttore sarà data dalle relazione seguente:

$$x(t) = \frac{y_0}{a_0}\left\{1 - e^{-\alpha t}\left[\cos(\omega_1 t) + \frac{\alpha}{\omega_1}\sin(\omega_1 t)\right]\right\} \qquad \text{per } h<1 \qquad [9.15\text{-a}]$$

$$x(t) = \frac{y_0}{a_0}\left\{1 - e^{-\alpha t}\left[\frac{\alpha+\beta}{2\beta}e^{\beta t} - \frac{\alpha-\beta}{2\beta}e^{-\beta t}\right]\right\} \qquad \text{per } h\geq 1 \qquad [9.15\text{-b}]$$

dove:

$$\alpha = a_1/2a_2 \qquad \beta = \omega\sqrt{h^2-1} \qquad \omega_1 = \omega\sqrt{1-h^2}$$

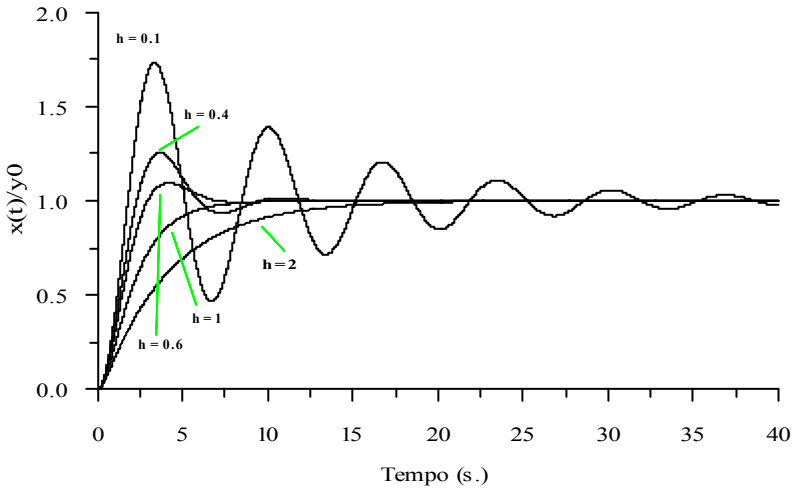

Fig.9.8: risposta ad un gradino unitario di un sensore del secondo ordine.

In *Fig.9.8* viene presentata la risposta ad un segnale a gradino unitario di sensori del secondo ordine di differenti caratteristiche. E' immediato verificare come la risposta del trasduttore presenti un ritardo

rispetto al segnale di ingresso quando $h > 1$; quando $h < 1$, il trasduttore non solo è in ritardo rispetto all'ingresso, ma presenta anche una oscillazione smorzata non contenuta nel segnale da misurare e derivante dalle caratteristiche dinamiche del sensore. Quindi, quando un sensore del secondo ordine è caratterizzato da un *damping ratio* minore di 1, risponde ad un segnale di ingresso a gradino con un segnale di uscita oscillante che presenta *sovraelongazioni* che si smorzano col tempo, ma che nella fase iniziale del transitorio possono essere molto rilevanti, come si può vedere nella *Fig.9.8*. Un comportamento di questo tipo è ovviamente indesiderato in misure di tipo micrometeorologico.

A fronte di un segnale di ingresso armonico del tipo (9.10), se si definisce $a = \Omega/\omega$, la risposta del sistema del secondo ordine è data dalla relazione:

$$x(t) = \frac{y_0}{a_0} \cdot \Phi \cdot \sin(\Omega t + \delta) \qquad [9.16]$$

dove:

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{(1-a^2)^2 + 4h^2a^2}} \qquad [9.16\text{-a}]$$

e

$$tg(\delta) = \frac{-2ha}{1-a^2} \qquad [9.16\text{-b}]$$

In *Fig.9.9* viene presentata la variazione del fattore di smorzamento Φ e dello sfasamento δ con Ω/ω.

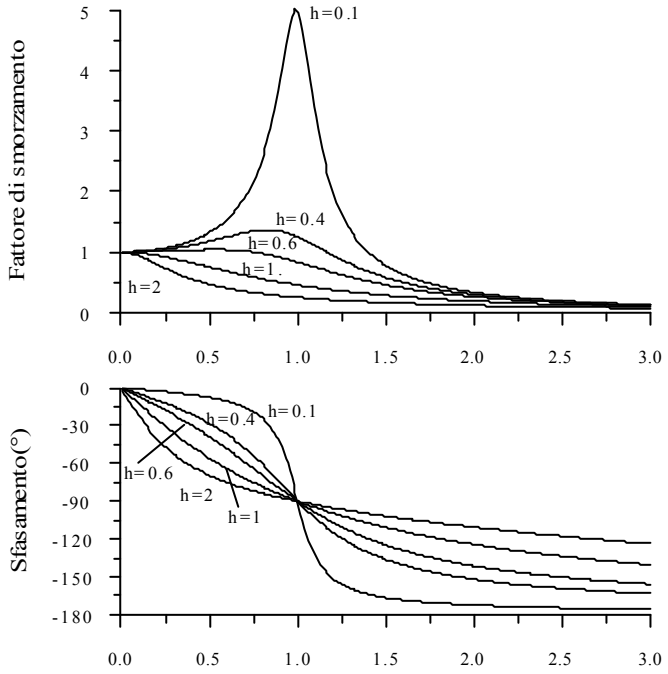

Fig.9.9: fattore di smorzamento e sfasamento di un sensore del secondo ordine.

E' possibile fare alcune considerazioni:

- se h>1, il trasduttore del secondo ordine si comporta in modo molto simile ad un sensore del primo

ordine, cioè come un filtro passa-basso;

- se $h<1$ (cosa comune nella maggioranza dei sensori meteorologici di questo tipo), a frequenze inferiori a quella caratteristica il trasduttore presenta una risposta amplificata che raggiunge il valore massimo quando $\Omega=\omega$.

La risposta di un sensore del secondo ordine ad un ingresso comunque variabile nel tempo non è immediatamente individuabile. Ricordando però che ogni segnale meteorologico più essere decomposto mediante la Trasformata di Fourier in una somma di segnali armonici monocromatici, la risposta del sensore sarà la composizione delle risposte alle singole armoniche. Viste le caratteristiche bizzarre di un sensore del secondo ordine, alcune armoniche verranno esaltate, altre verranno depresse ed il segnale originario verrà inevitabilmente alterato. Non è facile fare previsioni su come possa modificarsi il valor medio e la varianza di un dato segnale di ingresso visto che non tutte le armoniche vengono alterate nella medesima maniera dal sensore.

9.5.2.3 Considerazioni pratiche

Ciò che è emerso fin qui conferma l'importanza di utilizzare trasduttori primari adeguati alle necessità di misura.

Un trasduttore di ordine zero è un sensore ideale, che non presenta alcun tipo di distorsione nel segnale di uscita. Esistono molti sensori di questo tipo, anche se normalmente sono relativamente costosi e non è proponibile un loro uso generalizzato, tuttavia, quando l'obiettivo è la misura dei parametri che caratterizzano la turbolenza del *PBL* (varianze, covarianze e momenti di ordine superiore), il loro impiego è praticamente obbligato.

Un trasduttore del primo ordine si comporta sempre come un filtro passa-basso e sempre *perde* una parte del segnale, in particolare la parte ad alta frequenza. La sua frequenza di taglio è inversamente proporzionale alla costante di tempo caratteristica. Un trasduttore di questo tipo può essere impiegato sicuramente nella misura dei valori medi delle principali variabili meteorologiche. Se invece è necessario determinare delle deviazioni standard e delle covarianze, un tale sensore non è il più adeguato. Nell'esempio fatto si è visto come sia possibile che un sensore di questo tipo riesca a perdere più del 30% della deviazione standard. In questo caso, potendo, è decisamente meglio usare un sensore di ordine zero. Non potendo, in fase di elaborazione dei dati, sarà necessario apportare opportune correzioni alla stima dei momenti secondi delle variabili meteorologiche, che tengano conto delle caratteristiche dinamiche di risposta del sensore.

Un trasduttore del secondo ordine è un sensore critico, dato che introduce sempre nel segnale di uscita qualcosa di oscillante e di artificiale che altera senza rimedio il segnale meteorologico originale e che dipende dalle proprie caratteristiche dinamiche. Se si è costretti ad utilizzare un sensore di questo tipo, è opportuno che sceglierlo con valori di h non superiori a 1 e non inferiori a 0.4. Comunque l'impiego di questi sensori per la stima di momenti di ordine due (varianze e covarianze) è sempre improponibile.

Da ultimo va rilevato come, dal punto di vista strumentale, la Micrometeorologia sia decisamente più critica della Meteorologia Generale o della Climatologia. Queste ultime discipline richiedono alla strumentazione solo la stima (la più precisa possibile) dei valori medi delle principali variabili meteorologiche; pertanto la qualità richiesta ai sensori è praticamente solo una precisione elevata. In Micrometeorologia, invece, lo studio delle caratteristiche statistiche della turbolenza è lo scopo principale e quindi la strumentazione da impiegare deve essere congruente con le finalità dichiarate da

questa disciplina. Pertanto, in questo caso, le principali qualità richieste ad un sensori sono la precisione, la rapidità di risposta (costante di tempo bassa) e l'essere un sensore o di ordine zero o di ordine 1.

9.6 IL TRASDUTTORE SECONDARIO

Il trasduttore primario ha il compito di generare una variabile fisica intermedia, proporzionale alla variabile meteorologica di interesse. In serie a questo trasduttore è necessaria la presenza di un ulteriore *apparato* che trasformi questa variabile (frequentemente di tipo meccanico) in un segnale elettrico facilmente maneggiabile. Questo apparato è appunto il *trasduttore secondario*. Nel caso esemplificato al punto 9.5.2, il sensore primario era il cilindro metallico immerso nell'aria ambiente, mentre il sensore secondario era il circuito elettrico capace di convertire la resistenza variabile del metallo (la risposta del sensore primario , quindi) in una variabile elettrica di più immediata acquisizione come, per esempio, una tensione o una corrente elettrica. Dal punto di vista logico questa trasformazione avviene per passi successivi.

- Il **primo passo** consiste nel convertire la variabile di uscita del trasduttore primario x (es. la velocità di rotazione dell'equipaggio di coppe in un anemometro) in una variabile elettrica y. Dal punto di vista matematico, per questo primo passo risulta definita una funzione di trasferimento del tipo $y = f(x)$. Questa conversione si realizza mediante l'impiego di apparati che di volta in volta possono essere molto differenti. Frequentemente si impiega una *dinamo tachimetrica* che trasforma un movimento di rotazione in una tensione. A volte si può utilizzare un *potenziometro* che produce come variabile di uscita una variazione di resistenza elettrica. Una situazione interessante è rappresentata dalla presenza di sensori ottici che, per esempio, trasformano un movimento di rotazione in un segnale di tensione di tipo impulsivo (in pratica onde quasi quadre). Dato che i segnali di tipo impulsivo sono di regola generati per via elettromeccanica (per esempio tramite contatti di tipo Reed), il fronte di salita e di discesa dell'onda quadra che approssima l'impulso non è netto, ma presenta sistematicamente dei *bounce* (oscillazioni erratiche di brevissima durata in corrispondenza dell'apertura e della chiusura), che devono essere filtrati.

- Il **secondo passo** consiste nell'operare sul segnale elettrico così ottenuto in modo da renderlo adatto alla conversione Analogico/Digitale successiva. In generale ciò significa ricondursi ad un segnale in tensione (o raramente in corrente). Se il segnale elettrico su cui si opera è un segnale in corrente, normalmente esso presenterà un range caratterizzato da un valore minimo di 4 mA (che corrisponde generalmente ad un valore nullo della variabile da misurare) e da un valore massimo di 20 mA. La conversione da corrente a tensione si realizza facilmente usando un resistore di valore opportuno. La conversione si basa sulla Legge di Ohm, secondo cui la tensione ai capi del resistore di resistenza R soddisfa alla relazione $V = R \cdot I$, dove I è la corrente generata dal trasduttore che ha realizzato il primo passo. Apparentemente, fissato il valore di I, si ha che:

$$\lim_{R \to \infty} R \cdot I = V_{\infty} = \infty . \qquad [9.17]$$

  In realtà, esistono limiti teorici e pratici. Il limite teorico è rappresentato dal fatto che il sistema di conversione Analogico/Digitale che riceverà a valle il segnale elettrico non può essere idealizzato come un voltmetro ideale, al contrario è caratterizzato da una propria resistenza caratteristica finita R_v. In tal modo, la resistenza "vista" dall'apparato che realizza il primo passo di conversione, producendo un segnale, non è uguale ad R, ma alla resistenza parallelo composta da R e da R_v:

$$R_{\text{eff}} = \frac{RR_v}{R + R_v} \qquad [9.18\text{-a}]$$

con:

$$\lim_{R\to\infty} R_{\text{eff}} = R_v \qquad \text{e} \qquad \lim_{R\to\infty} R \cdot I = V_v = R_v \cdot I \qquad [9.18\text{-b}]$$

Il limite pratico è che dietro l'applicazione della formula che descrive la Legge di Ohm si nasconde un'ipotesi implicita molto pericolosa: che lo strumento sia un generatore ideale di corrente. In realtà, il comportamento *ideale* dello strumento si mantiene solo per valori di resistenza bassissimi, dell'ordine delle centinaia di Ohm. Come ci si potrebbe aspettare da queste considerazioni, la scelta del resistore di conversione è una decisione critica. Il valore di resistenza dovrebbe essere tale che, in corrispondenza di esso, lo strumento funzioni come un generatore di corrente e che il range della tensione risultante si adatti bene ad una delle gamme di misura del sistema di acquisizione. Ad esempio, nel caso di un segnale 4-20 mA, un buon compromesso consiste nell'usare un resistore da 125Ω. La resistenza non è però l'unico parametro che caratterizza i resistori. Altri due sono di interesse pratico immediato nel campo delle misure. Il primo è la *stabilità* in temperatura. Molti resistori di bassa stabilità presentano un valore di resistenza variabile con la temperatura di esercizio; è conveniente utilizzare resistori con la più bassa costante di temperatura possibile e soprattutto *esattamente nota* (in modo da effettuare, se è il caso, correzioni in fase di elaborazione dei dati). Il secondo parametro importante è la *rumorosità*, cioè la sua capacità di variare casualmente il valore della resistenza, inducendo un fastidioso *rumore elettrico* nel segnale di tensione prodotto. La rumorosità dovrebbe essere la minima possibile.

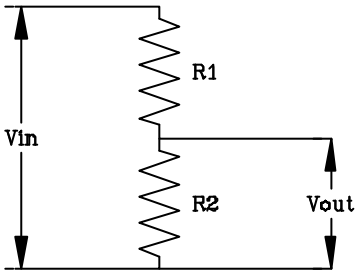

Fig.9.10: partitore di tensione.

Se il segnale elettrico su cui si opera è una variazione di resistenza elettrica, la sua conversione in una tensione si può realizzare, per esempio, mediante un *partitore di tensione* (*Fig.9.10*, in cui R_2 è la resistenza variabile, il segnale insomma, e R_1 è una resistenza fissa). E' semplice vedere che

$$V_{out} = V_{in}\, R_2 / (R_1 + R_2) \qquad [9.19]$$

E' possibile sostituire il partitore di tensione con un *circuito a ponte resistivo*, come quello presentato nella *Fig.9.11*, in cui R_x è la resistenza variabile. In questo caso, la risposta del ponte è pari a:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_1}{R_1 + R_x} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \qquad [9.20\text{a}]$$

cioè:

$$R_x = \frac{R_1 R_3 \cdot (1-y) - y R_1 R_4}{y R_3 + (1+y) R_4} \qquad [9.20b]$$

dove $y = V_{in}/V_{out}$. E' importante ricordare che sia il partitore di tensione che il ponte resistivo dissipano energia per effetto Joule. Per minimizzare questo effetto è necessario impiegare valori di resistenze tali che nei singoli archi del circuito circoli una corrente elettrica relativamente bassa (dell'ordine di 10 mA).

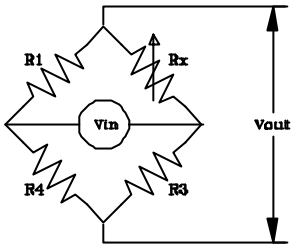

Fig.9.11: ponte resistivo.

- A volte ci può essere un ulteriore passo di ***condizionamento del segnale***. Per prima cosa può essere necessario *pulire* il segnale elettrico di tensione da *rumori indesiderati*. Per fare ciò, una volta individuata la banda di frequenza entro cui viene localizzato il rumore elettronico da eliminare, si procede al *filtraggio analogico* del segnale con un *filtro passa-banda* opportuno. Non è questa la sede appropriata in cui trattare il problema del filtraggio analogico. Per tale argomento si rimanda ad un buon libro di Trattamento Analogico dei Segnali Elettrici. Inoltre spesso si è costretti a maneggiare tensioni elettriche estremamente basse. In questo caso, spesso è conveniente procedere ad un'*amplificazione* del segnale, che si realizza con opportuni amplificatori di segnale. Anche per questo tema si rimanda all'apposita Letteratura.

Quello che è stato presentato è la struttura logica del trasduttore secondario. Nella realtà si possono verificare varie situazioni differenti, a seconda della struttura fisica del sensore primario. Frequentemente non è necessario per l'utente finale preoccuparsi del primo passo sopra individuato, dato che il costruttore del sensore primario già lo ha integrato come stadio finale del sensore primario stesso. In pratica, i sensori primari veramente disponibili per l'utente finale presentano già naturalmente un'uscita elettrica (tensione, corrente o resistenza) e spesso, se necessario, contengono anche una parte del condizionamento finale (il filtraggio da rumore elettrico indesiderato).

La necessità di amplificazione dipende dalle caratteristiche del Convertitore Analogico/Digitale. Considerando il caso più frequente in cui tale convertitore accetti segnali in tensione, è opportuno fare le considerazioni seguenti. Come si vedrà al punto successivo, tale convertitore fisicamente si presenta come un oggetto unico con tante porte di ingresso a cui si collega l'uscita dei differenti trasduttori secondari. A volte il convertitore consente un range di variabilità del segnale di tensione da convertire uguale per tutti i canali, mentre i vari segnali da convertire possono avere range di variabilità molto diversi. Può capitare che nella medesima stazione meteorologica convivano segnali con range 0 ÷1V (es. termoigrometri ed anemometri) e segnali con range 0 ÷100 μV (es. radiometri). In questo caso per poter convertire entrambi è necessario che il convertitore abbia un range di tensione dell'ordine di 0 ÷1V. Ovviamente i segnale a range inferiore verrebbero acquisiti ugualmente, ma convertititi con una precisione decisamente bassa, penalizzandone la precisione. Questo è un caso in cui l'amplificazione dei segnali a bassa tensione permette di ottenere effetti benefici nella conversione analogico/digitale.

9.7 IL CONVERTITORE ANALOGICO/DIGITALE

I segnali prodotti dai vari trasduttori secondari sono segnali di tipo elettrico che non possono essere immediatamente acquisiti e organizzati dal sistema di calcolo. Il convertitore Analogico/Digitale (A/D) realizza questa conversione con la metodologia schematicamente descritta qui di seguito. Per prima cosa va rilevato che un segnale analogico è intrinsecamente continuo, mentre l'elaborazione numerica operata da un sistema di calcolo può essere solo temporalmente discreta e quindi i segnali continui devono essere riportati alla base di tempi del calcolatore. Il procedimento che riporta i segnali dalla base di tempo continua a quella discreta si chiama *campionamento*. Dal punto di vista matematico, detto *x(t)* il segnale analogico continuo, il campionamento consiste nell'estrazione da questo di una successione discreta:

$$\{x_i\}_{-\infty}^{\infty} = \{x(t_0 + i \cdot \Delta t)\}_{-\infty}^{\infty} \qquad [9.21]$$

Gli elementi x_i della successione si dicono *campioni* del segnale. Il parametro Δt si chiama *periodo di campionamento*, ed è legato alla *frequenza di campionamento f* dalla relazione:

$$f_c = 1/\Delta t \qquad [9.22]$$

Se Δt si misura in secondi, *f* è in Hz. Il campionamento, come sin qui descritto, è ancora un'operazione astratta: al momento, non esiste alcun dispositivo in grado di rappresentare in modo esatto i campioni del segnale. Al contrario, i dispositivi esistenti consentono di rappresentare i campioni in modo approssimato, di solito con una parola binaria di lunghezza finita. La procedura di campionamento e di codifica nel formato del sistema di acquisizione è esemplificato dallo schema di *Fig.9.12*.

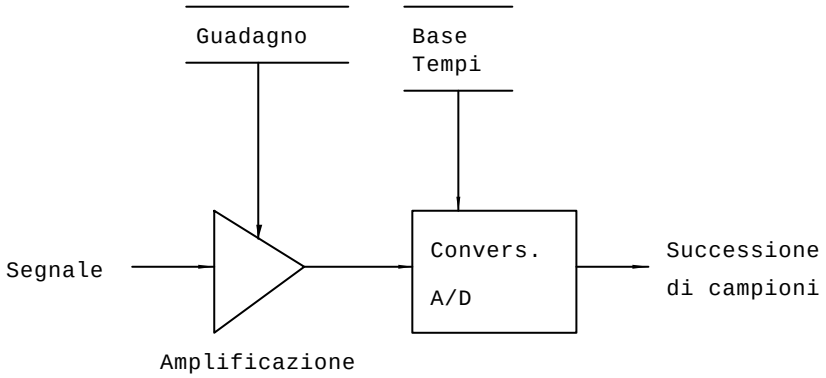

Fig.9.12: Acquisizione di un segnale analogico

Nella figura, oltre alla conversione analogico/digitale, compare anche l'amplificazione. Questa, di fatto, permette all'utente di acquisire segnali anche molto deboli o molto forti, senza provocare letture nulle o saturazioni. L'effetto dell'amplificatore ideale consiste nella moltiplicazione del segnale di ingresso per il guadagno, aumentandone o riducendone proporzionalmente il valore a seconda che il guadagno sia maggiore o minore di 1. In pratica, gli amplificatori reali esistenti si discostano da quelli ideali in almeno due aspetti importanti:

- la loro azione non è istantanea, ma tiene conto anche di una parte della storia passata del segnale. Quanto più l'amplificatore è veloce, tanto meno i valori passati del segnale hanno effetti e tanto più

veloce può essere la frequenza di campionamento.

- tutti gli amplificatori reali sono lineari solo entro un intervallo di valori ben preciso del segnale di ingresso. Questo effetto, che dipende dalle modalità costruttive, è vero per le ampiezze, ma anche (e di fatto molto di più) per le frequenze.

La conversione analogico/digitale è un processo durante il quale una grandezza analogica viene convertita in una rappresentazione numerica con un numero finito di cifre (per l'appunto, digitale). I tipi esistenti di convertitori analogico/digitali (tra i quali i più comuni sono quello per divisioni successive e quello di tipo *sample-and-hold*) sono comandati da un elaboratore, sia direttamente che indirettamente. In entrambi i casi, l'elaboratore e la sua circuiteria di supporto hanno la responsabilità di fornire al convertitore analogico/digitale una base di tempo, usata nel campionamento del segnale.

La conversione analogico/digitale è caratterizzata da un parametro molto importante che è la *risoluzione*, definita come la minima differenza riscontrabile tra campioni distinti. La risoluzione dipende dal numero di *bit* utilizzati per rappresentare il campione del segnale ed è un parametro fisso per ogni dato sistema di acquisizione. Allo stato attuale, le risoluzioni più comunemente disponibili in campo meteorologico sono 12 e 16 bit. Si consideri più in dettaglio tutto ciò. Sia $I=[V_{min}, V_{max}]$ il range di tensione in ingresso al convertitore e sia b il numero di *bit* caratteristici della conversione. In questo caso il convertitore, una volta acquisito un segnale V da un trasduttore secondario, confronta tale livello di tensione con i multipli interi di una tensione di riferimento data da:

$$\Delta V = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{\left(2^b - 1\right)} \qquad [9.23]$$

Pertanto la misura digitale sarà data da:

$$V_{dig} = k \cdot \Delta V \qquad [9.24\text{-a}]$$

dove k è il numero intero più grande per cui è verificata la disequazione seguente:

$$k \cdot \Delta V \le V \qquad [9.24\text{-b}]$$

In pratica, ΔV rappresenta da un lato l'unità di misura con cui si realizza la conversione da segnale analogico a numero e dall'altro la risoluzione con cui viene realizzata tale conversione. Per come è stata presentata, la conversione A/D fornisce come risultato un numero k (indicato col termine *counts)*. Tuttavia, nella maggioranza dei convertitori reali, il risultato reale che si ottiene è un numero binario pari a $k\ \Delta V$.

Una volta realizzata la conversione A/D, nel convertitore (normalmente chiamato *Data Logger o DL*) sono disponibili dei *numeri* che devono ora essere inviati al sistema di calcolo (tipicamente un *PC*). Ciò normalmente avviene mediante un conduttore multipolare, detto *linea seriale,* attraverso cui transita un segnale elettrico digitale *comprensibile al computer*. Consideriamo una generica misura. Essa è rappresentata da un *numero* costituito da un insieme di *caratteri*. Per esempio una misura di vento di 2.35 $m \cdot s^{-1}$ viene visto come un insieme di 4 caratteri, il carattere "2", il carattere ".", il carattere "3" ed il carattere "5". Ogni carattere può essere rappresentato in base binaria come un insieme di 0 ed 1 (*bit*) secondo alcuni tipi di codifica standardizzati. La codifica più usata è la codifica ASCII secondo cui ogni carattere (numerico o meno) può essere visto come una sequenza di 8 *bit*. Pertanto la misura

di velocità del vento verrà inviata lungo la linea seriale trasmettendo prima il carattere "2" e poi successivamente gli altri caratteri che la compongono. Quando si trasmette un carattere, in realtà si invia lungo la linea per un tempo Δt un segnale elettrico di tensione di ampiezza nulla se si trasmette uno 0 e di ampiezza V se si trasmette un 1. Per fare capire al computer che stiamo trasmettendo un carattere lungo la linea serie, prima di trasmettere il primo *bit* della sequenza che definisce questo carattere si trasmette un *bit uguale a 1 (bit di start)* e dopo aver trasmesso l'ultimo degli 8 bit che codificano il carattere, si invia un altro *bit a 1 (bit di stop)* per indicare che la sequenza di codifica del carattere è terminata. In sostanza, se si deve trasmettere il carattere "2", lungo la linea seriale verrà trasmessa una sequenza di 10 segnali elettrici rettangolari (*bit*), 8 per la codifica del carattere, un bit di start e un bit di stop. Dato che anche il segnale elettrico che transita nella linea seriale può essere perturbato da disturbi ed interferenze, normalmente si aggiunge alla sequenza di 10 bit un undicesimo bit (*bit di parità)* che vale 1 se la somma degli 8 bit di codifica è pari e 0 se è dispari. Quando il PC riceve il carattere, somma i bit della sua codifica, determina se questa somma è pari o dispari e confronta il risultato col bit di parità: se tra i due non c'è congruenza, sicuramente il segnale è stato corrotto ed il PC segnala il problema. L'invio di un carattere lungo la linea seriale richiede la trasmissione di 11 bit, quindi per trasmettere la misura di velocità del vento sono necessari 44 bit. Se una linea seriale consente una trasmissione di 9600 $bit \cdot s^{-1}$, dato che un bit passa in 104 μs, potranno in realtà passare 872 $caratteri \cdot s^{-1}$.

Conduttore (pin)	***Significato***
1	Terra Protettiva
2	Trasmissione
3	Ricezione
4	Request-to-send
5	Clear-to-send
6	Data-set-ready
7	Terra di misura
8	Data carrier detect
9	Riservato
10	Riservato
11	n/d
12	Secondary data carrier detect
13	Secondary clear to send
14	Secondary transmission
15	Transmit signal element timing
16	Secondary receive
17	Receive signal element timing
18	n/d
19	Secondary request to send
20	Data terminal ready
21	Signal quality detector
22	Ring indicator
24	Data signal rate select
25	Transmit signal element timing
25	n/d

Tab.9.1: Standard RS-232

Questo è in sintesi il modo con cui normalmente il *DL* comunica con il computer. In realtà la linea

seriale è multipolare per consentire non solo la trasmissione del segnale elettrico digitale, ma anche per poter mantenere riferimenti elettrici *di base* tra Data Logger e Computer. Una degli standard più utilizzati per la trasmissione seriale è lo Standard RS-232. Nella sua forma completa, tale standard richiede un conduttore a 25 poli. Il significato di ciascuno è riportato in *Tab.9.1*. Normalmente non vengono impiegati tutti i 25 poli: la forma più semplice di collegamento tra Data Logger e Computer vede coinvolti i pin 2 (trasmissione), 3(Ricezione) e 7 (terra della misura). Come è immediatamente chiaro, l'impiego di una linea seriale RS-232 è un collegamento *point-to-point* e ciò può essere scomodo in alcune situazioni. Lo Standard RS-232 non è l'unico mezzo di trasmissione seriale possibile. Sono stati proposti anche altri standard, molto più comodi e non più *point-to-point* ma *multipoint.* Uno degli standard più usati è lo standard RS-485. Per ulteriori dettagli in proposito si rimanda a testi specializzati.

9.8 SENSORI PER LE STAZIONI METEOROLOGICHE AL SUOLO

Nella stazione meteorologica al suolo convivono sensori differenti, ciascuno specializzato nella rilevazione di una specifica variabile meteorologica. Le principali classi di sensori sono:

- sensori per la misura del vettore vento (*anemometri*)
- sensori per la misura della temperatura dell'aria (*termometri*)
- sensori per la misura dell'umidità dell'aria (*igrometri*)
- sensori per la misura della pressione atmosferica (*barometri*)
- sensori per la misura delle precipitazioni atmosferiche (*pluviometri*)
- sensori per la misura della radiazione solare e terrestre (*radiometri*)
- sensori per la misura del flusso di calore nel terreno.

9.8.1 Misure del vento

I sensori che misurano una o più caratteristiche del vettore vento prendono il nome di *anemometri.* In una stazione meteorologica si possono impiegare differenti tipi di anemometri, a seconda del tipo di misura che si intende realizzare.

Se si intende realizzare una misura convenzionale di velocità e direzione media della proiezione orizzontale del vettore vento, normalmente vengono impiegati sensori relativamente semplici come l'*anemometro a coppe* (per la misura della velocità del vento orizzontale) e l'*anemometro a banderuola (vane)* (per la misura della direzione di provenienza del vento). Sono sensori molto antichi, completamente meccanici e caratterizzati da inerzie non trascurabili che ne limitano moltissimo l'impiego nelle misure di turbolenza. Per questo è bene che essi vengano impiegati solo per determinare i valori medi di queste grandezze. Un'alternativa alla coppia anemometro a coppe/vane, è costituita da un *anemometro ad elica singola*, che costituisce un metodo robusto, economico ed affidabile di misurare il vento orizzontale con prestazioni, soprattutto dinamiche, molto superiori alla coppia anemometro a coppe/vane. Si noti che, l'attuale maturità tecnologica degli anemometri sonici, ha portato alla realizzazione di anemometri sonici biassiali (con elettronica semplificata per ridurne i costi) che rendono anacronistici sia l'anemometro a coppe che il vane, dato che il costo di questo nuovo sensore (che ovviamente misura sia la velocità che la direzione del vento) è del tutto paragonabile a quello della somma dei due vecchi sensori (a volte addirittura inferiore) a fronte di prestazioni molto maggiori e manutenzione molto ridotta.

Per quanto riguarda le misure di turbolenza (deviazioni standard delle tre componenti del vento e le covarianze con altre misure meteorologiche veloci, come la temperatura) sono possibili due sensori. Il primo è il glorioso anemometro *Gill UVW*, strumento meccanico dalla concezione geniale e dalle prestazioni estremamente interessanti che, nei decenni passati, ha costituito lo strumento per eccellenza per la misura della turbolenza atmosferica. Oggi, con la disponibilità degli *anemometri ultrasonici triassiali*, l'importanza del *Gill UVW* si è ridotta di molto. Questi ultimi, come sarà mostrato nel seguito, hanno anche la possibilità di misurare la temperatura virtuale dell'aria e ciò attribuisce al sonico anche la funzione di sensore di temperatura veloce. Con queste caratteristiche, il sonico è lo strumento principe per la misura non solo del valore medio delle componenti del vento, ma anche della temperatura virtuale dell'aria, delle relative deviazioni standard e delle covarianze tra tutte queste grandezze e quindi, in ultima analisi, del flusso di quantità di moto e di calore sensibile. Dato che praticamente tutti i sonici consentono di acquisire anche segnali esterni provenienti da altri sensori meteorologici veloci, come per esempio segnali di umidità dell'aria, CO_2 ecc., il sonico può in questo caso estendere le proprie capacità alla determinazione dei flussi di altre variabili, come il flusso di calore latente, il flusso di vapor d'acqua e di altri gas per cui siano disponibili sensori veloci. La presenza del sonico ha consentito lo sviluppo completo di quella tecnica diretta di stima dei parametri caratteristici della turbolenza atmosferica, nota come *Eddy Covariance* di cui si tratterà ampiamente in seguito.

Da ultimo va sottolineata la presenza di un tipo particolare di anemometro, l'*anemometro a filo caldo,* noto da lungo tempo ma caratterizzato da una notevole complessità di uso e da una intrinseca fragilità. Il suo impiego è sempre stato limitato in laboratorio (galleria a vento), ma l'evoluzione tecnologica che anche in questo settore ha avuto luogo, ha portato negli ultimi tempi alla realizzazione di sensori adatti alle misure di routine. Attualmente sono disponibili sensori di questo tipo robusti ed affidabili, concepiti non tanto per la misura della turbolenza, quanto per la misura dei parametri medi del vento orizzontale, in diretta concorrenza al sonico bidimensionale nella sostituzione della gloriosa coppia coppe/vane.

Nei paragrafi seguenti verranno descritti nel dettaglio i diversi tipi di anemometri attualmente impiegati in meteorologia e micrometeorologia. Quelli descritti non sono tutti gli anemometri sviluppati e presenti sul mercato, ma solo quelli più interessanti e più usati nella pratica.

9.8.1.1 Anemometro a coppe

<u>*Generalità*</u>

L'anemometro a coppe (*cup anemometer)* è uno dei più antichi anemometri realizzati e sicuramente è il più impiegato nelle stazioni meteorologiche convenzionali ed il suo compito è la misura della velocità orizzontale del vento. E' uno strumento robusto, economico, semplice da montare e da manutenere, spesso caratterizzato da una notevole precisione, tuttavia il suo impiego in misure micrometeorologiche presenta alcuni limiti a causa delle proprietà dinamiche che lo caratterizzano. Dal punto di vista geometrico (*Fig.9.13*) è costituito da tre o più superfici cave (*coppe*) che normalmente hanno la forma di calotte sferiche o coni, forma che presenta una resistenza aerodinamica diversa a seconda che il flusso d'aria investa la superficie dalla parte concava o convessa. Queste coppe, equidistanti angolarmente una dall'altra, sono collegate rigidamente in modo da formare un equipaggio rotante collegato a cuscinetti che ne permettono il movimento, limitandone gli attriti. Il sistema rigido costituito dalle coppe, in presenza di vento si pone in rotazione e dalla sua velocità di rotazione si deduce la velocità orizzontale del vento. La velocità di rotazione viene trasdotta tipicamente in due modi:

- per mezzo di un *fotoaccoppiatore*, che fornisce in uscita un treno di impulsi con frequenza proporzionale alla velocità di rotazione,

- tramite una dinamo tachimetrica, che in uscita produce una tensione proporzionale alla velocità di rotazione.

In entrambi i casi, la relazione tra la variabile di uscita e la velocità del vento risulta di tipo essenzialmente lineare, con un *offset* in generale non nullo.

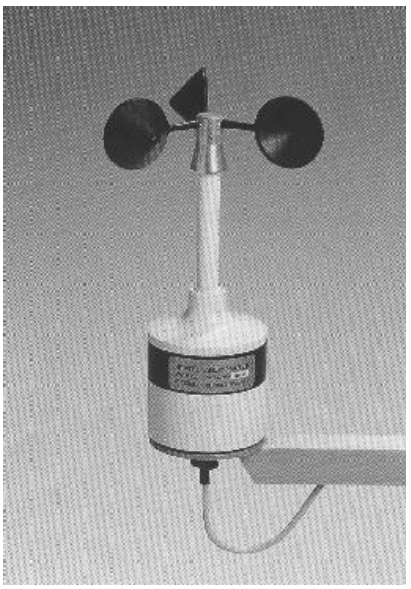

Fig. 9.13: Anemometro a coppe.

Caratteristiche Statiche

Le caratteristiche statiche dell'anemometro a coppe, cioè il suo comportamento in condizioni stazionarie, possono essere determinate secondo il modello riportato in Busch e al. (1982). Si parte dal fatto che si deve *conservare il momento della quantità di moto*, cioè:

$$J\frac{\partial\Omega}{\partial t} = T_v - T_d \qquad [9.25]$$

dove:

- Ω è la velocità angolare dell'equipaggio mobile (rad s^{-1}),
- J è il momento di inerzia dato da $J = k\ m\ R^2$, dove k è il numero di coppe, m è la massa di ciascuna coppa ed R è la distanza tra il centro della coppa e l'asse dell'equipaggio mobile,
- T_v è il momento torcente dovuto all'azione del vento sulle coppe
- T_d è il momento torcente dovuto ai vari attriti presenti nel sistema (cuscinetti, ecc.)

Se si considerano situazioni stazionarie, è possibile definire un coefficiente di calibrazione. Per fare ciò, disponendo di un luogo in cui la velocità del vento è costante e pari a U_0 (per esempio una galleria a vento) e rilevando la velocità di rotazione dell'anemometro una volta raggiunto l'equilibrio Ω_0, è possibile determinare la grandezza x_0 è data da:

$$x_0 = R\Omega_0 / U_0 \qquad [9.26]$$

che normalmente sta nell'intervallo 0.18 ÷ 0.41. Dalla (9.25) e (9.26) e da altre considerazioni fisiche (Busch,1982) si giunge alla curva di calibrazione lineare seguente che mette in relazione la velocità di

rotazione dell'anemometro (Ω) con la velocità orizzontale del vento (U):

$$U = U_s + CR\Omega \qquad [9.27a]$$

in cui il *coefficiente di calibrazione* è dato da:

$$C = \left[x_0 - \frac{C_2}{\alpha\rho A\, R/2} \right]^{-1} \qquad [9.27b]$$

dove A è l'area frontale di una singola coppa, ρ è la densità dell'aria e αè una costante dell'ordine di 3. Nella (9.27a) appare la *velocità di avvio apparente* U_s (*starting threshold*) che risulta pari a:

$$U_s = \frac{C_1}{\alpha\rho x_0 A\, R/2 - C_2} \qquad [9.27c]$$

Nella realtà la *starting threshold* è più elevata di quanto previsto da questo semplice modello. Valori tipici vanno da 0.1 ms^{-1} per gli esemplari più moderni e leggeri a circa 1 ms^{-1} per gli esemplari di costruzione più antiquata e per impieghi di tipo aeronautico. E' interessante notare come nella curva di calibrazione non appaia il momento di inerzia, cioè la vera e propria struttura fisico/geometrica dell'anemometro. Come si vedrà immediatamente, ciò non sarà altrettanto vero quando si considerano le caratteristiche dinamiche dell'anemometro.

Caratteristiche dinamiche

Rimandando a Busch e al. (1982) per i dettagli della deduzione, se si definisce una *costante di tempo* τ come:

$$\tau_0 = 2J / \left(\alpha U \rho A R^2 \right) \qquad [9.28]$$

un modello semplificato dell'anemometro porta ad individuare la relazione differenziale seguente:

$$\frac{\partial\left(\Omega' / \Omega_0\right)}{\partial t} = \frac{1}{\tau_0}\left[\frac{U'}{U_0} - \frac{\Omega'}{\Omega_0} \right] \qquad [9.29]$$

in cui $\Omega' = \Omega - \Omega_0$ e $U' = U - U_0$. Questa relazione descrive il comportamento dinamico dell'anemometro a coppe. Con ciò, si vede come tale sensore si comporti, almeno in prima approssimazione, come uno *strumento del primo ordine*, con una risposta non oscillante che si adatta progressivamente alle variazioni dell'ingresso. La risposta dinamica del sensore dipende dalla costante di tempo e dalla (9.28) risulta immediato constatare che essa è funzione della velocità del vento stessa e dalle caratteristiche fisiche dell'anemometro. E' entrato nell'uso comune definire una *distanza caratteristica L* (*distance constant*), identificabile con la lunghezza di una colonna di aria a una velocità U che, passando dall'anemometro inizialmente a riposo, lo porta al 63% della sua velocità di equilibrio tipica per quella velocità dell'aria. E' facile vedere come il tempo caratteristico di risposta τ sia legato a L dalla relazione $L = U\tau$. Ritornando al modello dell'anemometro a coppe, L può anche essere definito come:

$$L = 2J / \left(\alpha \rho A R^2 \right) \qquad [9.30a]$$

da cui si nota che L dipende dalla densità dell'aria (che si può considerare costante), dalle caratteristiche geometriche del sensore (A) e dalle sue caratteristiche *massiche* (J). Per evidenziare queste dipendenze è interessante notare che per un anemometro con tre coppe L può anche essere descritta dalla relazione seguente (Bush e al., 1982):

$$L = 6\frac{\rho_c}{\rho}\frac{s}{\alpha}\left[1+\left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \qquad [9.30b]$$

dove ρ_c ed s è la densità del materiale e lo spessore delle coppe e r è il raggio di una coppa supposta sferica. Da questa relazione si vede quanto sia difficile diminuire L e quindi migliorare la risposta dinamica dell'anemometro a coppe. In effetti in commercio esistono pochi anemometri ultraleggeri con L = 0.5m , un certo numero di anemometri con L = 1÷2m ed esistono ancora esemplari di vecchio disegno con L = 15÷20m.

Overspeeding

L'equazione differenziale appena vista può essere ulteriormente raffinata tenendo conto delle osservazioni sperimentali. Ad esempio, è stato osservato che l'anemometro a coppe risponde più rapidamente ad una variazione istantanea di velocità del vento se la velocità finale è maggiore della iniziale: questo effetto può provocare una certa tendenza alla *sovrastima* in alcune situazioni di velocità del vento rapidamente variabile. Questo fenomeno, altamente indesiderato in micrometeorologiche, è indicato col termine *overspeeding*. La sua trattazione rigorosa è complessa e per questo si rimanda a Kristensen (1998) e a Kristensen e Lenschow (1988). Nel caso di un anemometro con una buona risposta angolare, tale fenomeno può essere quantificato, in prima approssimazione, con la relazione seguente:

$$\frac{\Delta U}{U} \le \frac{\sigma_u^2}{U^2} \qquad [9.31]$$

dove ΔU è l'*overspeeding* e σ_u è la deviazione standard della velocità del vento.

Osservazioni conclusive

L'anemometro a coppe, robusto, affidabile ed economico, ha da sempre costituito un valido supporto nelle misure meteorologiche di routine, tuttavia il suo impiego in misure micrometeorologiche richiede molta prudenza. Due sono gli aspetti importanti da considerare. Il primo si riferisce alla velocità di avvio dell'anemometro. Se la velocità del vento non raggiunge tale soglia, l'anemometro non si pone in movimento e quindi si registra un evento normalmente indicato come *calma di vento*, un chiaro artefatto dovuto all'incapacità del sensore di registrare la variabile di interesse. Ci sono situazioni climatologiche in cui la presenza di calme di vento è estremamente frequente. Perché sia possibile realizzare misure di vento in tali zone è imperativo utilizzare anemometri molto leggeri. Il secondo aspetto si riferisce alla capacità dell'anemometro di realizzare misure di interesse micrometeorologico, in cui è necessario stimare momenti di ordine superiore (varianze e covarianze). Ovviamente, se si è intenzionati ad usare un anemometro a coppe, almeno tale anemometro deve essere caratterizzato da una valore di L estremamente basso. Comunque sarà poi necessario correggere con i metodi di tipo spettrale la stima dei momenti, tenendo conto delle caratteristiche di risposta. Una trattazione più realistica, anche se molto più complessa la si può trovare in Kristensen (2000).

9.8.1.2 Anemometro a banderuola (vane)

Generalità

Il *vane* è uno strumento per la misura della direzione di provenienza del vento. E' probabilmente il più antico strumento usato in meteorologia ed in virtù della sua semplicità costruttiva, della sua robustezza e del basso costo è tuttora uno degli strumenti più diffusi per la misura della direzione del vento. Raramente è presente da solo in una postazione di misura, anzi normalmente è collocato assieme ed addirittura integrato con un anemometro a coppe, costituendo un sistema robusto ed economico per la misura del vettore vento, o almeno della sua proiezione orizzontale. Dal punto di vista costruttivo (*Fig.9.14*), il *vane* è costituita da un'asta metallica posta in orizzontale, incernierata all'incirca nel suo punto mediano, capace di ruotare nel piano orizzontale ed dotata di una "coda" rigida, posta ad uno degli estremi dell'asta e tale da orientare quest'ultima in direzione del flusso d'aria.

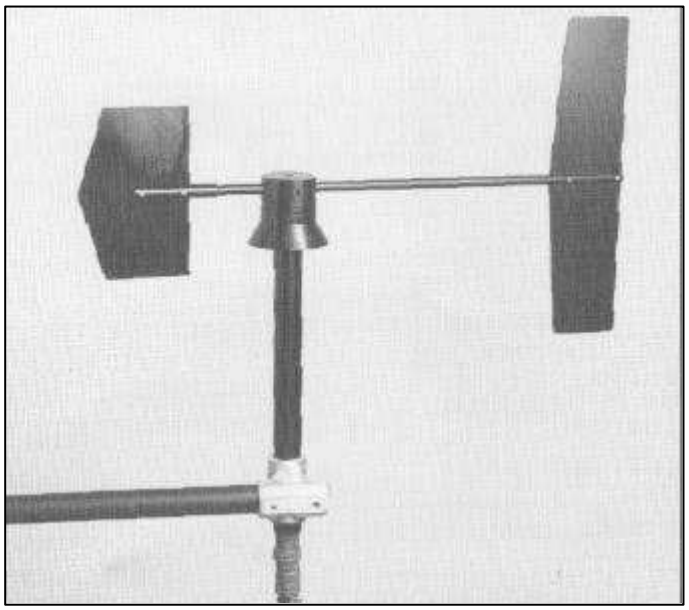

Fig.9.14: anemometro a banderuola (vane)

L'asta e la coda della banderuola sono realizzate in molte fogge differenti. La forma più diffusa per la coda è una coda ad un elemento, a sezione è rettangolare oppure a profilo alare simmetrico. Spesso, l'asta è congegnata in modo tale che il suo punto di rotazione corrisponda al baricentro meccanico, in modo da non esercitare momenti che, alla lunga, potrebbero provocare usura e perdita di prestazioni del cuscinetto. La *trasduzione* della direzione parallela alla banderuola è poi operata in vari modi, a seconda dei modelli, anche se il metodo più diffuso è costituito da un potenziometro circolare che varia il valore della propria resistenza elettrica a seconda della posizione della banderuola. Per costruzione, il potenziometro non può coprire tutto l'angolo giro, pertanto esiste sempre un *angolo morto* di circa 1°. Un opportuno circuito elettrico consente di trasformare il valore di resistenza in una tensione elettrica.

Caratteristiche statiche e dinamiche del vane

Dal punto di vista statico, il comportamento del vane è estremamente semplice, una volta posizionato in modo che sia definita una direzione di riferimento (normalmente il Nord) cui corrisponda un valore di resistenza noto (normalmente 0°). La taratura risulta semplice e si ottiene associando ad ogni valore di direzione un ben preciso valore di resistenza ed il risultato è una relazione lineare che lega la resistenza elettrica alla direzione di provenienza del vento.

Il comportamento dinamico del vane è molto complesso ed una sua trattazione semplificata è riportata in Busch e al. (1982). Comunque, detto Θ l'angolo tra la direzione di riferimento e la coda del vane, I il momento di inerzia dello strumento, M il momento torcente dovuto all'azione del vento e D il momento torcente dovuto agli attriti, *la conservazione del momento della quantità di moto* porta alla relazione seguente:

$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} = M/I - D/I \qquad [9.32]$$

Per rendere operativa questa relazione è necessario esplicitare M, D ed I. In maniera in parte teorica ed in parte semiempirica si giunge alla relazione seguente, tipica di un *trasduttore del secondo ordine*:

$$\frac{1}{\omega_e^2}\frac{d^2\Theta}{dt^2} + 2\zeta\frac{1}{\omega_e^2}\frac{d\Theta}{dt} + \Theta = \theta \qquad [9.33a]$$

in cui θ è l'angolo tra la direzione di riferimento e la direzione verso cui spira il vento. Il parametro ω_e è la *frequenza caratteristica* dello strumento ed il parametro ζ è il è il *rapporto di smorzamento*, definiti come:

$$\omega_e = 2\pi\, U/\lambda_e \qquad [9.33b]$$

$$\zeta = \frac{C_1}{4\pi}\frac{\lambda_e}{U} + \pi\frac{r}{\lambda_e} + \frac{C_2}{4\pi}U\lambda_e \qquad [9.33c]$$

$$\lambda_e = 2\pi\sqrt{\frac{2I}{\rho r A K}} \qquad [9.33d]$$

In queste relazioni r è la distanza tra il baricentro della coda e l'asse di rotazione, C_1, C_2 e K sono delle costanti ed A è la superficie della banderuola e λ_e è una lunghezza caratteristica, nota come *costante di distanza*. Mediante accurate prove sperimentali è possibile *determinare sperimentalmente* il valore di un parametro L, analogo alla *distance constant* dell'anemometro a coppe (e spesso indicato anche in questo caso con il medesimo nome), definito come:

$$L = \frac{1}{2\pi}\frac{\lambda_e}{\zeta} \qquad [9.33e]$$

ed un valore di ζ, che in molti casi è poco dipendente dalla velocità del vento U. E' quindi semplice determinare λ_e e la frequenza caratteristica per ogni velocità del vento.

<u>*Osservazioni Conclusive*</u>

Alla luce di quanto presentato, la banderuola, di fronte ad una variazione istantanea della direzione del vento, risponde con una risposta oscillante e ciò è consistente con la sua natura di *strumento del second'ordine*. Come accade anche nel caso di tutti gli altri strumenti di questo tipo, la banderuola è caratterizzata da una *frequenza caratteristica*, cioè una frequenza nel segnale di ingresso (la direzione del vento) in corrispondenza della quale le oscillazioni della banderuola aumentano progressivamente di ampiezza, sino a raggiungere una situazione di equilibrio dominata da altri fenomeni (ad esempio, la resistenza indotta dal flusso medio del vento). Come già detto a proposito dei sensori del secondo ordine, anche il vane presenta la sgradevole caratteristica di amplificare e sfasare in maniera diversa le differenti armoniche di cui si compone il segnale di direzione del vento. Per minimizzare ciò è opportuno

scegliere in modo accurato i sensori in base al valore dei due parametri L e ζ,. In particolare, dato che è opportuno avere ω_e il più alto possibile, è indispensabile che L sia il minimo possibile (frequentemente, nei sensori commercialmente disponibili, L assume valori dell'ordine di 1÷2 m). Per quanto riguarda ζ, è facile vedere che valori appropriati stanno attorno a 0.6. Si noti come gli anemometri a banderuola realizzati per il supporto al controllo del volo siano caratterizzati da masse notevolmente elevate (in particolare proprio in corrispondenza della banderuola). Per questa ragione, tali anemometri hanno una frequenza propria di oscillazione mediamente piuttosto bassa e che cade in una regione dello spettro della direzione del vento di regola molto intensa nelle situazioni reali. Se il vento medio non è molto elevato, l'azione smorzante di questo sulle oscillazioni non è sufficiente ad arrestare la risonanza, che fa compiere alla banderuola oscillazioni di ampiezza anche superiore ai 25°. Basta questa constatazione per sconsigliare in modo categorico gli anemometri a coppe e banderuola di costruzione non accurata per compiere misure di vento utili in micrometeorologia.

Da ultimo, va notato che, per quanto bassi, gli attriti possono impedire al vane di spostarsi in condizioni di vento basso e pertanto il sensore registra una direzione di provenienza del vento errata. Esiste anche per i vane quindi una *velocità di avvio*, come nel caso degli anemometri a coppe, e spesso è dello stesso ordine di grandezza, rendendo problematico l'usa del vane in sito caratterizzati da venti deboli.

9.8.1.3 Anemometro a elica (propeller)

Generalità

Nel marzo del 1967 il prof. G.C. Gill e due suoi studenti (J. Bradley e J. Sela) dell'Università del Michigan presentarono al Meeting Annuale dell'American Meteorological Society una memoria che descriveva dettagliatamente un nuovo tipo di anemometro che accompagnerà i pionieri della ricerca micrometeorologica sperimentale. Successivamente, in Gill (1975) viene presentato uno studio dettagliato e puntiglioso su questo tipo di anemometro, fondamentale anche ai giorni nostri, che si basa su una geniale idea di fondo: l'uso di un'elica in sostituzione delle coppe.

Fig.9.15 - Anemometro ad elica monoassiale

La versione più semplice è costituito da un'elica ad n pale calettata su di un albero, la cui velocità di rivoluzione è convertita in una corrente leggibile per mezzo di un opportuno trasduttore (tipicamente una dinamo tachimetrica). Di per sé l'elica misura agevolmente un vento parallelo al proprio asse di

rotazione e questa che può sembrare una limitazione ha stimolato fin dal principio una serie di possibili soluzioni tecniche. La prima soluzione è costituita da un'elica montata sopra un vane che la mantiene parallela alla direzione del vento. Questa soluzione, (*Fig.9.15)* è ancora estremamente attuale ed è molto impiegata sia in postazioni di tipo aeronautico che nelle normali postazioni meteorologiche.

La soluzione tecnica più famosa, a tutti nota come *Gill propeller UVW*, è in realtà la soluzione tecnica più logica: il vento è un vettore che può essere decomposto in tre componenti cartesiane ortogonali, quindi era logico costruire un sistema di bracci tra loro perpendicolari (un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, insomma), uno verticale, gli altri orizzontali, alle cui estremità era posta un'elica che misurava la componente del vettore vento lungo la direzione del singolo braccio (*Fig.9.16*). Questo geniale apparato, dotato di eliche molto leggere, ha lo sviluppo della fase pionieristica degli studi micrometeorologici.

Fig.9.16: anemometro ad elica triassiale.

Basi fisiche del funzionamento di un anemometro ad elica

L'effetto fisico utilizzato dall'anemometro ad elica è la *portanza* generata dal moto relativo di un profilo alare e di un fluido. Di solito, il numero delle pale delle eliche usate per gli anemometri è pari a 2, 3 o 4, anche se il tipico anemometro Gill è a 4 pale con un profilo alare e con un diametro dell'elica di 115 mm. E' uno strumento tipicamente lineare e la sua risposta caratteristica ha una forma del tipo:

$$\left|\mathbf{u}_{x}\right| = h \cdot k\omega + \left|\mathbf{u}_{\min}\right| \qquad [9.34]$$

dove ω rappresenta il modulo della velocità di rivoluzione, $\left|\mathbf{u}_{\min}\right|$ è la soglia di attivazione, k è la costante che interviene nella formula che descrive il profilo dell'elica in sezione ed h un'opportuna costante sperimentale. Se il vento è allineato con l'asse di rivoluzione dell'elica, l'equazione di moto dello strumento è:

$$\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathbf{T}(\omega)}{I} \qquad [9.35]$$

in cui Ω rappresenta il vettore di rotazione, I è il momento di inerzia di *tutte* le parti rotanti, e **T** la coppia esercitata dall'azione combinata della portanza sulle pale dell'elica, delle resistenze aerodinamiche sulle pale e dagli attriti. Da questa relazione è immediato constatare *che la singola elica è un sensore del primo ordine* e quindi quando si impiega il *Gill UVW* per la determinazione della velocità e della direzione del vento, la determinazione di quest'ultima non soffre dei problemi riscontrati con l'utilizzo del vane. A rigore non sarebbe così per la configurazione monoassiale: tale strumento è sicuramente del primo ordine per quanto riguarda la determinazione della velocità del vento, ma del secondo per quanto riguarda la direzione, dedotta dalla posizione del vane, quindi con risposta ad una variazione istantanea di tipo oscillante. L'effetto stabilizzante dell'elica in rotazione, però, fa si che le indesiderate caratteristiche tipiche di un sensore del secondo ordine siano quasi trascurabili.

Quando la velocità del vento ha una componente normale all'asse di rivoluzione dell'elica, l'equazione del moto acquista un termine del secondo ordine che complica non poco l'analisi e che di fatto tiene conto dell'asimmetria di resistenza operata dalla componente normale del vento sulle pale (infatti, alcune di esse si *allontanano* dal vento, mentre altre vi si *avvicinano*). Questo effetto ha un'importanza pratica solo nel caso degli anemometri ad elica triassiali, nei quali almeno una direzione di misura (tipicamente quella verticale) si trova investita da un vento in direzione pressoché normale all'asse di rotazione. Di regola, la componente verticale del vento è molto minore in valore assoluto della componente orizzontale (tipicamente, il 10% del valore delle componenti orizzontali). Per questa ragione, l'elica usata per la misura verticale si trova con maggior frequenza delle altre in condizioni prossime allo stallo, che inducono mediamente una sottostima sistematica. Per compensarla, la correzione proposta è:

$$W_{\text{corretta}} = 1.25 \cdot W_{\text{acquisita}} \qquad [9.36]$$

Come per ogni sensore del primo ordine, anche per l'anemometro ad elica può essere definita una *distance constant L*. Accurate misure in galleria a vento (McBean, 1972) hanno fornito attendibili valori per L ed hanno evidenziato la sua dipendenza dall'angolo θ tra la direzione del vento e l'asse dell'elica (circa 1.2m per θ pari a 30° e 1.5m per θ pari a 60°). Dai dati riportati è facile ottenere la relazione semiempirica seguente:

$$L = 2.2 - 1.1352 \cos(\theta) \qquad [9.37]$$

Tuttavia, Fichtl e Kumar (1974), confermati sostanzialmente anche da Hicks (1972), hanno evidenziato un aspetto importantissimo che spiega come il *Gill UVW* sia un ottimo sensore per la misura della turbolenza atmosferica. Essi, interpretando i risultati sperimentali ottenuti in campo, hanno evidenziato come in misure di turbolenza non sia appropriato considerare L come parametro descrittivo della dinamica del sensore; viceversa hanno individuato un suo corrispettivo, che indichiamo come L_t, da usarsi soprattutto nell'analisi delle misure della componente verticale del vento, che può essere espresso nel modo seguente:

$$L_t = \frac{1.08}{2\pi}\left(\frac{\sigma_w}{U}\right)^{1/3}\left[1 + \left(\frac{\sigma_u}{\sigma_w}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_v}{\sigma_w}\right)^2 + \left(\frac{U}{\sigma_w}\right)^2\right]^{1/2} \qquad [9.38]$$

Come evidenziato dagli autori, i valori di L_t che si ottengono con questa relazione risultano pari a circa

un quarto dei valori tipici di *L*. Ciò significa che l'anemometro presenta una maggiore *rapidità* nell'adeguarsi alle fluttuazioni turbolente che a passare da una situazione di riposo ad una situazione di equilibrio. Questa inaspettata proprietà ha consentito a questo anemometro di essere il protagonista (prima dell'avvento massiccio dell'anemometro ultrasonico) di molte campagne micrometeorologiche svolte con successo nel recente passato. Questa affermazione non risulta universalmente condivisa. In Kaimal e Finnigan (1994) viene discusso nuovamente il problema. Anche in questo caso risulta evidente il buon comportamento dell'anemometro *Gill UVW* nella misura della turbolenza e si sottolinea come, per quanto riguarda la componente verticale del vento, tale anemometro si comporti come un filtro passa basso *RC* con una lunghezza caratteristica dell'ordine di 0.8 m. Anche se meno ottimistica delle previsioni della (9.38), questo valore può annoverare il *Gill UVW* tra i sensori della turbolenza atmosferica.

Il problema della risposta non cosinusoidale

E' di speciale interesse tener conto della presenza di una risposta a vento parzialmente di taglio di tipo *non-cosinusoidale*. La correzione della risposta non cosinusoidale può essere effettuata in una varietà di modi come illustrato in Bowen e Teunissen (1986), Massman e Zeller (1988) e soprattutto in Horst (1972). Sfortunatamente tali metodi sono di tipo iterativo e scomodi da utilizzare in pratica. Nella *Tavola 9.1* viene presentata una routine FORTRAN che implementa il modello di Horst.

Osservazioni conclusive

I vantaggi degli anemometri ad elica sugli anemometri a coppe si possono così riassumere:

- a parità di condizioni di moto e per angoli di attacco sufficientemente lontani dalla regione di stallo, le forze di portanza sono molto superiori a quelle di resistenza e ciò rende possibile costruire anemometri con una risposta spesso più rapida di quanto accada per gli anemometri a coppe;

- se le eliche sono abbastanza leggere, la soglia di attivazione e la prontezza dello strumento sono nettamente migliorate, tanto da permettere l'uso dell'anemometro ad elica (triassiale) come misuratore di turbolenza;

- nel caso particolare degli anemometri ad elica monoassiali, la rotazione dell'elica produce un momento che contribuisce a smorzare le oscillazioni della banderuola, migliorando la risposta dello strumento alle variazioni della direzione del vento.

L'inerzia (spesso piccola) delle parti rotanti agisce sul segnale di ingresso alla stregua di un filtro passa-basso. Nelle applicazioni più tradizionali, questa caratteristica non comporta particolari conseguenze. Negli studi sulla turbolenza atmosferica, il filtraggio comporta due effetti: il primo effetto, estremamente benefico, è la diminuzione del rumore strumentale, mentre il secondo, meno positivo, tuttavia di entità ridotta, consiste nella *sottostima* sistematica delle varianze e covarianze.

METODO DI HORST PER LA CORREZIONE DELLA RISPOSTA NON - COSINUSOIDALE DELL'ANEMOMETRO GILL UVW

Questa routine (**GILL_COR**) richiede in ingresso i valori v_x,v_y,v_z corrispondenti rispettivamente alle due componenti orizzontali del vento ed alla componente verticale. Eseguiti i calcolo, la routine sostituisce ai precedenti, i valori corretti. Il processo è di tipo iterativo e in questa implementazione si è ipotizzato di iterare non più di 6 volte, cosa che alla luce delle esperienze è risultata soddisfacente. Nel DATA della routine sono contenuti i coefficienti correttivi ottenuti in galleria a vento per le eliche realizzate dalla Gill in polipropilene, modello 08274 (diametro 22 cm.). Per altri tipi di eliche sono disponibili presso il costruttore analoghi coefficienti sperimentali.

```
!     ============================
      Subroutine GILL_COR(VX,VY,VZ)
!     ============================
      REAL GILL(101)
      DATA GILL /1.04,5*1.05,1.06,2*1.07,1.08,1.09,1.1,1.11,1.12,1.13
     *,1.15,1.16,1.18,1.19,1.21,1.23,1.24,2*1.25,3*1.26,3*1.25,1.26,1.27
     *,1.28,3*1.29,1.28,1.29,1.3,1.29,1.27,1.24,1.22,1.19,1.16,1.12,1.06
     *,1.,.94,.96,2*1.,1.09,1.46,1.62,1.55,1.52,3*1.51,3*1.5,1.49,1.47,
     *1.46,1.48,1.5,1.49,1.47,1.44,1.42,1.4,1.37,1.34,1.32,1.31,1.3,1.29
     *,1.28,1.27,1.26,1.25,1.22,1.2,1.18,1.16,1.14,1.12,1.1,1.09,1.08
     *,1.07,1.06,1.05,1.04,1.03,2*1.02,1.01,1./

      N   = 0
      IX  = 1
      IY  = 1
      IZ  = 1
      VXX = VX
      VYY = VY
      VZZ = VZ
      DO i=1,6
             VX = VXX*GILL(IX)
             VY = VYY*GILL(IY)
             VZ = VZZ*GILL(IZ)
             IF(vx.EQ.0. .AND. vy.EQ.0. .AND. vz.EQ.0.) RETURN
             SMOD = (VX**2 + VY**2 + VZ**2)**.5
             IIX  = INT(VX*50./SMOD)+51
             IIY  = INT(VY*50./SMOD)+51
             IIZ  = INT(VZ*50./SMOD)+51
             IF((ABS(IIX-IX).GT.2).OR.(ABS(IIY-IY).GT.2).OR.(ABS(IIZ-
             IZ).GT.2)) Then
                N  = N+1
                IX = IIX
                IY = IIY
                IZ = IIZ
             Else
                RETURN
             Endif
      EndDO

      RETURN
      END
```

Tavola 9.1: Routine FORTRAN per la correzione non-cosinusoidale dell'anemometro Gill UVW.

9.8.1.4 Anemometro ultrasonico

L'*anemometro ultrasonico* è attualmente lo strumento principe per lo studio della turbolenza atmosferica e, nella versione più diffusa, non è solo uno strumento per la misura delle componenti del vento e ma anche della temperatura. Paradossalmente l'idea dell'anemometro ultrasonico non è molto recente, anche se le difficoltà tecniche nella sua costruzione sono state superate solo grazie all'avvento della nuova tecnologia elettronica ed informatica. Il primo uso noto dell'antenato di tale anemometro nella misura della turbolenza atmosferica si riscontra nel famoso Progetto Sperimentale Prairie Grass condotto nella metà degli anni '50. Chi lo ha proposto fu V.E. Suomi dell'Università del Wisconsin. Quasi contemporaneamente, Bovsheverov, Voronov e Gurvich svilupparono all'Università di Mosca nel 1958 un prototipo molto simile di anemometro sonico, (Monin e Yaglom ,1971). Da allora tale strumento si è sviluppato lentamente, interiorizzando le tecnologie elettroniche più attuali, ed è entrato nell'uso comune in micrometeorologia grazie ad un nutrito numero di ricercatori su cui svetta principalmente Kaimal che ha avuto il merito di portarlo al livello tecnologico attuale.

Principi di funzionamento

Il principio fisico su cui si basa l'anemometro ultrasonico è la variazione del tempo di propagazione del suono che si riscontra nei fluidi in movimento. Per meglio comprendere i principi su cui si fonda è opportuno riassumere brevemente alcune nozioni di base. Un impulso sonoro generato in un fluido in quiete, cioè una variazione locale di pressione e di densità, si propaga con la velocità del suono c data dalla relazione seguente:

$$c^2 = c_{pa} / c_{va}\, RT_v \qquad [9.39a]$$

dove C_{pa} e C_{va} sono il calore specifico a pressione e volume costante dell'aria umida, R è la costante dei gas (287 $J \cdot kg^{-1}K^{-1}$) e T_v è la temperatura virtuale. Indicando con P la pressione atmosferica e con e la tensione di vapore dell'acqua in aria, questa relazione può essere semplificata con ottima approssimazione nella maniera seguente:

$$c^2 \cong 402.7 \cdot T \cdot (1 + 0.32 \cdot e / P) \qquad [9.39b]$$

A differenza delle onde elettromagnetiche, le onde sonore richiedono un mezzo per essere trasportate e se quest'ultimo è in movimento rispetto ad un dato sistema di riferimento, la velocità dell'impulso sonoro varia la propria velocità (sempre relativamente a questo sistema di riferimento) in funzione della velocità del mezzo in cui si propaga. E' questo, in pratica, l'unico principio su cui si fonda il funzionamento dell'anemometro sonico.

Si consideri ora la *Fig.9.17* in cui è illustrato un semplice caso (Kaimal, 1982, Kaimal, 1994). Si immagini che ci siano due coppie di emettitori-ricevitori di impulsi sonori nella geometria indicata. La distanza che separa ogni emettitore dal proprio ricevitore sia la medesima e pari a d (*path* della coppia). La differenza tra le due coppie sta nel fatto che l'emettitore T_1 sta a brevissima distanza dal proprio ricevitore R_1 e viceversa per T_2 e R_2 (nella realtà costruttiva attuale T_1 e R_2 coincidono e così pure T_2 e R_1). Pertanto un impulso emesso da T_1 farà un percorso inverso all'impulso emesso da T_2. Se il fluido (l'aria) è fermo, il percorso dei due impulsi sarà uguale e contrario ed il tempo t_1 necessario perché il primo impulso raggiunga R_1 sarà esattamente uguale al tempo t_2 impiegato dal secondo impulso. Le cose cambiano se l'aria è in movimento. Se il movimento dell'aria è descritto dal vettore **V** indicato in figura, allora i percorsi acustici seguiti dai due impulsi saranno quelli indicati nella parte destra della figura. Semplici considerazioni geometriche portano alle relazioni seguenti:

$$t_1 = \frac{d}{c \cdot \cos(\alpha) + V_d} \qquad t_2 = \frac{d}{c \cdot \cos(\alpha) - V_d} \qquad [9.40]$$

dove $\alpha = \sin^{-1}(V_n/c)$. I due tempi di trasmissione sono quindi diversi. Se emettitore e ricevitore dispongono di orologi sincronizzati, noto l'istante di emissione dell'impulso e dato l'istante in cui esso raggiunge il ricevitore, è possibile ricavare per differenza il tempo netto di propagazione.

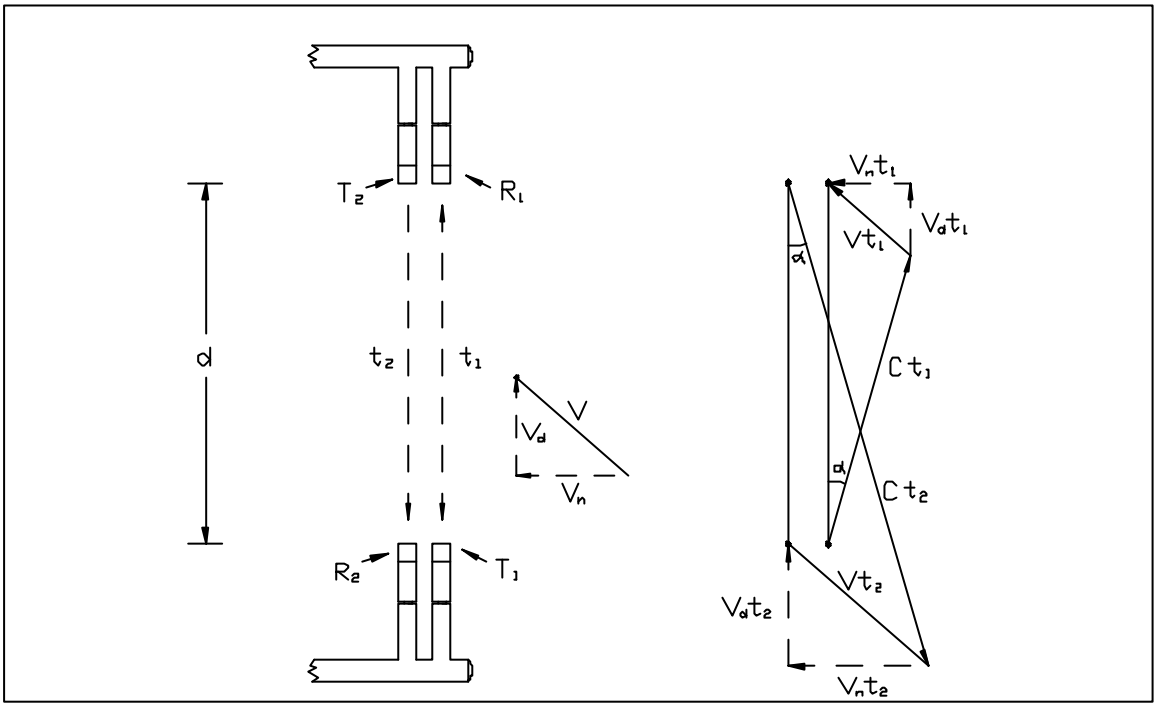

Fig.9.17 - Coppie emettitore - ricevitore.

La prima considerazione che si può fare è che noti t_1 *e* t_2 (dell'ordine delle frazioni di millisecondi, con d dell'ordine delle decine di centimetri) è immediato calcolarne la differenza Δt che per le (9.40) porta alla relazione seguente:

$$\Delta t = \frac{2V_d d}{c^2 - V^2} \qquad [9.41a]$$

in cui $V^2 = V_d^2 + V_n^2$. Assumendo V^2 molto inferiore a c^2, la relazione precedente diventa:

$$\Delta t = \left(2d/c^2\right)V_d \qquad [9.41b]$$

ed evidenzia il fatto che, se la situazione descritta nella *Fig.9.17* fosse tecnicamente realizzabile, si sarebbe realizzato un misuratore della componente V_d della velocità del fluido in cui è immerso e quindi un assetto tridimensionale di apparati simili porterebbe alla realizzazione di un anemometro triassiale ed è quello che è avvenuto fino alla metà degli anni '60. Il problema però sta nel fatto che c varia con la temperatura e con l'umidità dell'aria e pertanto un tale anemometro variava la propria sensibilità nel tempo, richiedendo continue calibrazioni. E comunque, la teoria fin qui sviluppata conduce solo all'individuazione di un anemometro.

L'avvento di nuove tecnologie elettroniche ha consentito di migliorare la misura dei tempi di propagazione e quindi di sperimentare nuove strade. La più evidente è quella di non impiegare i tempi di propagazione ma i loro reciproci. In particolare, dalle (9.40) si possono ottenere le relazioni seguenti:

$$\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} = \frac{2}{d} V_d \qquad [9.42a]$$

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{2}{d}\left(c^2 - V_n^2\right) \qquad [9.42b]$$

Dalla (9.42a) si ha immediatamente che:

$$V_d = \frac{d}{2}\left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}\right) \qquad [9.43]$$

relazione lineare tra la differenza dei reciproci dei tempi di propagazione e la componente V_d (direzione parallela al percorso acustico), con una sensibilità dipendente solo dalle caratteristiche costruttive dello strumento. Questa relazione è l'ideale per la definizione di un anemometro e la precisione che attualmente si può raggiungere è di 0.01 m/s. La composizione di tre strutture di questo tipo, poste ortogonali tra loro o sghembe, ma non complanari, definisce un vero anemometro triassiale, nella configurazione attuale. Dalla (9.42b) si possono però trarre altre conclusioni interessanti. Infatti, da essa si ottiene che:

$$c^2 = \frac{d}{4}\left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}\right)^2 + V_n^2 \qquad [9.44]$$

che indica la possibilità di misurare la velocità del suono. La presenza di V_n non risulta preoccupante in un sistema triassiale perché è sempre calcolabile una volta note le caratteristiche geometriche dell'apparato. Tuttavia dalla (9.39b) si ha che, una volta conosciuta la velocità del suono, è immediato conoscere la *temperatura sonica*:

$$T_s = \frac{c^2}{402.7} = T\left(1 + 0.32 \cdot e/P\right) \qquad [9.45a]$$

che, con un errore ridottissimo (±0.1°C) può essere equiparata alla *temperatura virtuale* definita come $T_v = T \cdot \left(1 + 0.38\, e/P\right)$. Ciò premesso, dalla (9.44) e dalla (9.45a) si ha che:

$$T_s = \frac{d^2}{1612}\left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}\right)^2 + \frac{v_n^2}{403} \qquad [9.45b]$$

Quindi un tale apparato, non solo è in grado di misurare la velocità del vento (tridimensionale se l'apparato è tridimensionale) ma anche la temperatura e quindi è logico dire che un tale apparto è un *anemometro - termometro sonico*.

<u>*Le realizzazioni pratiche attuali*</u>
Attualmente esistono in commercio due classi distinte di anemometri ultrasonici.

- anemometri *monoassiali* in cui esiste un solo raggruppamento costituito dalle due coppie emettitore/ricevitore posto in verticale. In questo caso, l'applicazione della (9.43) consente la determinazione della componente verticale del vento. Questi anemometri possono misurare la velocità del vento nella direzione che interessa, ma *non* la temperatura, non essendovi alcun modo per stimare la componente della velocità del vento normale alla direzione di misura, pertanto frequentemente a questo anemometro monodimensionale veniva associato un termometro a risposta rapida (normalmente una termocoppia sottile) posto nelle immediate vicinanze del sensore e gestito dalla medesima elettronica. Il sistema così costituito rappresentava un buon metodo per la stima di σ_w, σ_θ e soprattutto della covarianza $\overline{w'\theta'}$, cioè del flusso turbolento di calore sensibile.

- anemometri biassiali di nuova concezione realizzati semplificando drasticamente l'elettronica del *signal processing* e disegnati per rilevare le due componenti orizzontali del vento e quindi dedicate alla sostituzione della classica coppia anemometro a coppe/vane nella misura standard della velocità e direzione del vento orizzontale;

- anemometri *triassiali*, attualmente i più utilizzati in Micrometeorologia e costituiti concettualmente da tre sistemi monoassiali opportunamente organizzati geometricamente. Grazie alla disponibilità della velocità del vento lungo tre direzioni non complanari, risulta sempre possibile calcolare la componente della velocità del vento normale ad uno qualsiasi dei tre assi e dunque si può utilizzare la formula per il calcolo della temperatura, oltre che della velocità. La precisione della misura di temperatura è dell'ordine di 0.01°C e quindi un tale sistema consente di ottenere non solo le componenti medie della velocità del vento e la temperatura virtuale (con qualche cautela, come si vedrà nel seguito), ma anche e soprattutto le deviazioni standard delle tre componenti del vento e della temperatura, la matrice di varianza covarianza delle componenti del vento (da cui è immediato dedurre la velocità di frizione) e la covarianza tra componenti del vento e temperatura virtuale, da cui è immediato la determinazione del flusso turbolento di calore sensibile. Gli anemometri ultrasonici triassiali sono costruiti in una varietà di fogge. Alcuni costruttori preferiscono adottare direzioni di misura tra loro ortogonali (*Fig.9.18*) e organizzate in maniera tale che il loro montaggio "a sbalzo" rispetto al palo consente di minimizzare gli effetti indesiderati (anche se minimi) dovuti all'effetto di scia prodotto dai emettitori/ricevitori, mentre altri (*Fig.9.19*) hanno adottato direzioni sghembe (riconducendosi comunque a tre assi ortogonali al momento della restituzione dei valori), più adatti al montaggio verticale.

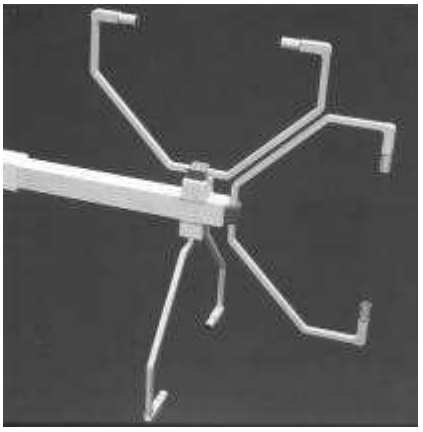

Fig.9.18: anemometro sonico triassiale a geometria ortogonale (Applied Tecnology Inc.)

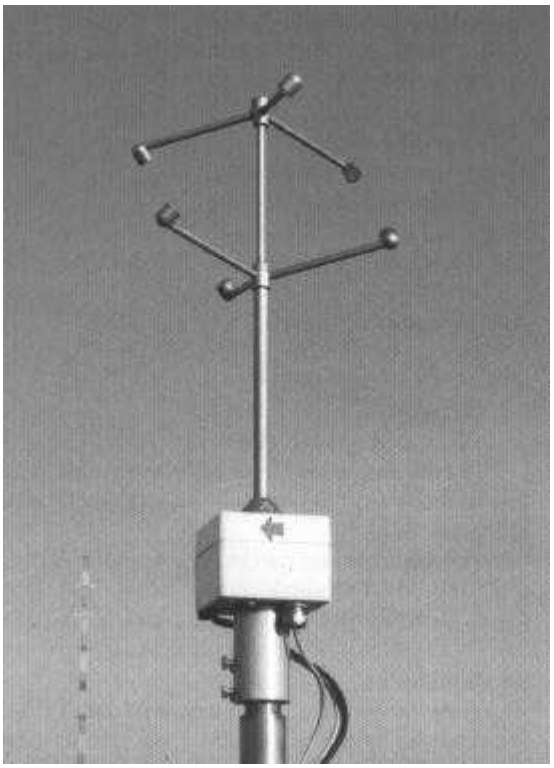

Fig.9.19: anemometro sonico a geometria non ortogonale (METEK GmbH)

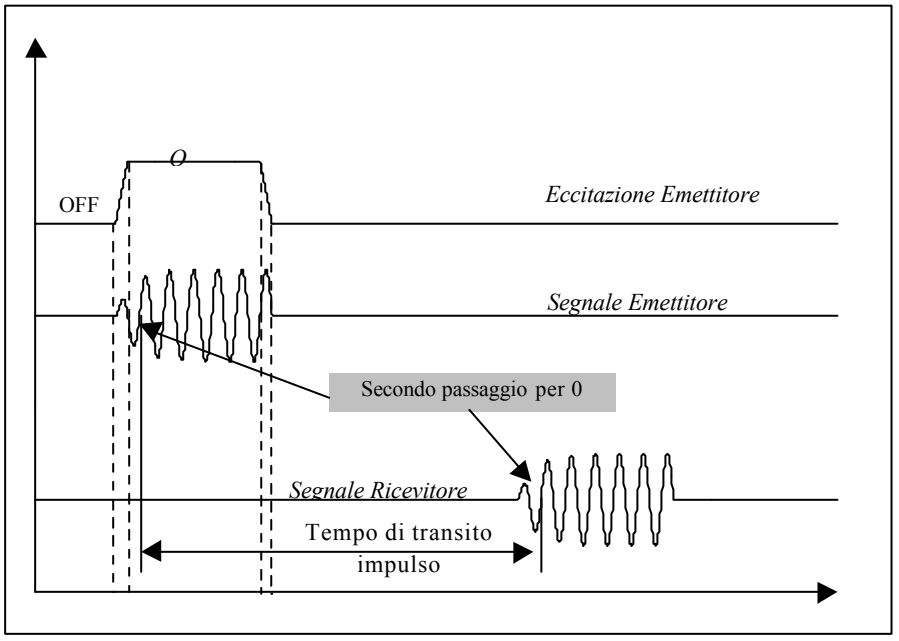

Fig. 9.20: metodologia per la determinazione del tempo di percorrenza dell'impulso sonoro.

Uno dei problemi tecnici affrontati è stato quello di determinare la frequenza di lavoro dell'anemometro sonico. Nelle realizzazioni attuali sia della versione monoassiale che triassiale, perché la differenza tra i tempi di propagazione si possa determinare in modo ripetibile, si è scelta una frequenza ultrasonica (da qui il nome di anemometro ultrasonico) dell'ordine dei 40 kHz. Ciò deriva da alcune considerazioni. La

prima è che a tale frequenza il segnale sonico è maggiormente direzionale, con l'indubbio vantaggio di un minore disturbo. La seconda sta nel fatto che la forma d'onda risulta più ripida (la derivata di una funzione armonica nel tempo è proporzionale alla frequenza) e ciò, rende più facile la determinazione dei tempi di propagazione. L'unico svantaggio di tale scelta risiede nel fatto che il segnale si smorza tanto più velocemente quanta più alta è la frequenza e quindi la distanza emettitore-ricevitore d deve essere piccola. Ciò si realizza con d dell'ordine dei 15÷20 cm, cosa comunque positiva perché riduce il *volume di misura* e quindi rende la misura sempre più vicina ad una misura puntuale.

Varie sono state e sono le tecniche impiegate per misurare i tempi di percorrenza del suono tra emettitori e ricevitori, misura estremamente delicata, vista l'esiguità degli intervalli temporali da misurare (dell'ordine del μs). Un metodo molto impiegato è il seguente (*Fig.9.20*). Il generico emettitore emette un pacchetto sonoro costituito da un segnale di base armonico ad una frequenza dell'ordine dei 40 kHz che raggiunge il suo livello di equilibrio dal valore nullo di partenza con un transitorio iniziale *relativamente lento* che smorza le oscillazioni (dovuto all'inerzia naturale degli emettitori piezoelettrici) e che termina repentinamente con un transitorio finale molto rapido. E' quindi più semplice individuare il fronte di salita del segnale dopo il secondo passaggio per lo zero al ricevitore e quindi misurare il tempo di percorrenza dell'impulso sonoro con un *timer* (per esempio con frequenza di taglio di 6 MHz).

Il problema della temperatura sonica

Dalla (9.45b) si è visto come sia possibile misurare una temperatura che indichiamo come *temperatura sonica*. Va comunque precisato che l'anemometro ultrasonico non è uno strumento adatto a misurare la temperatura media dell'aria, come sottolineato in Kaimal e Finnigan (1994). Quando lo si usa con questo scopo, per ragioni costruttive, la sua precisione è relativamente modesta. Viceversa, nella misura delle fluttuazioni, presenta le sue caratteristiche migliori. Infatti le fluttuazioni della temperatura sonica possono essere ritenute pari alle fluttuazioni di temperatura virtuale, con un errore standard di ±0.01°C. Un potenziale problema a cui si può porre rimedio con relativa semplicità è il fatto che a volte si riscontrano degli *spikes* in tutte le misure realizzate dal sonico; ciò deriva da molte ragioni tecniche e molti esemplari commerciali sono dotati di sistemi analogici o digitali per l'individuazione ed eliminazione della maggior parte degli *spikes*. Tuttavia va ricordato che per come viene determinata la temperatura, *spikes* di entità pressoché trascurabile per le componenti del vento si ingigantiscono nella temperatura, ragion per cui è comunque sempre consigliabile realizzare un ulteriore *despiking* del segnale di temperatura rilevato dal sonico.

Sempre dalla (9.45b) si vede come per la stima della temperatura virtuale sia necessario tener conto anche del valore delle varie componenti del vento misurato dallo stesso anemometro. Va comunque ricordato che l'influenza dell'anemologia è estremamente ridotta e spesso può essere trascurata, salvo in condizioni di vento molto forte. Comunque tali influenze si estenderanno, almeno in teoria, anche nella stima della varianza della temperatura e delle covarianze con le componenti della velocità del vento. Le relazioni che ne derivano, proposte in Kaimal e Gaynor (1991) e Schotanus e al. (1983) saranno presentate, durante l'esposizione della tecnica di elaborazione *Eddy Covariance*.

Dinamica

Le formule appena viste che descrivono la risposta dello strumento sono espressioni puramente algebriche e questo basta per classificare l'anemometro ultrasonico come *strumento di ordine 0*. Come tale, l'anemometro ultrasonico è uno strumento con dinamica estremamente pronta, limitata solo dalla durata finita dei segnali sonori utilizzati nel processo di misura. Informazioni dettagliate si trovano in Kaimal e Finnigan (1994), comunque una semplice regola ben verificata nella pratica è che

l'anemometro ultrasonico (con *path* lunghi *d*) per tutte le variabili che misura si comporta come un *filtro passa–basso di tipo RC* con una *frequenza di roll-off* f_c (frequenza in corrispondenza della quale la risposta spettrale risulta pari al 98% del valore a frequenza nulla) data da (Kaimal, 1986):

$$f_c = U/(2\pi d) \qquad [9.46]$$

cioè un tempo caratteristico data da $\tau = 0.14\ d/U$.

Osservazioni conclusive
I vantaggi pratici derivanti dall'uso di anemometri ultrasonici si possono così riassumere:

- misura delle componenti del vento in *tutte* le direzioni spaziali,
- estrema velocità (alcuni modelli di anemometro ultrasonico permettono frequenze di campionamento dell'ordine di 100Hz).
- capacità di calcolare la temperatura alla stessa velocità delle componenti del vento e quindi di calcolare le correlazioni statistiche tra diverse variabili, che permettono di caratterizzare la turbolenza.
- totale assenza di inerzie, dato che non vi sono parti meccaniche in movimento: l'anemometro ultrasonico è un esempio di strumento di ordine 0.

Per contro, i complessi calcoli di piccolissime differenze di tempi di propagazione rendono pressoché indispensabile ai costruttori l'uso di componenti programmabili: i valori delle misure sono perciò disponibili in forma *digitale*, cosa del tutto diversa dall'interfaccia analogica usata nel caso degli strumenti di impostazione "tradizionale". Inoltre, la maggior parte dei sonici realizzati consente l'acquisizione dall'esterno di segnali meteorologici analogici (es. segnali di termocoppie, igrometri veloci, ecc.). Una volta acquisiti, tali segnali esterni vengono *sincronizzati* con le misure proprie del sonico consentendo la determinazione di altri parametri di interesse per la micrometeorologia del *PBL*; se, per esempio si acquisisce un segnale veloce di umidità in questo modo sarà possibile determinare anche i flussi latenti di calore ed il flusso di vapor d'acqua (verticali ed orizzontali). Inoltre, lo stato attuale delle realizzazioni industriali è tale per cui tale sensore può essere considerato estremamente robusto ed affidabile, cosa che gli consente di far parte di stazioni micrometeorologiche fisse (Peters e al., 1998)

9.8.1.5 Anemometro a filo caldo

L'anemometro a filo caldo, nella sua forma più semplice, è costituito da un filamento molto sottile (2-5 μm) di materiale resistivo (di regola tungsteno, platino, leghe platino-rodio o platino-iridio; nel caso del tungsteno, questo è spesso ricoperto da un film di platino con funzione anticorrosiva), di lunghezza molto piccola (dell'ordine del millimetro), teso tra due supporti e lasciato a contatto con l'aria in movimento.

Per comprendere il funzionamento di un tale apparato, consideriamo la *Fig.9.21*, in cui è disegnato un tipico circuito elettrico a ponte (ponte di Wheatstone) nel quale è inserito il filo che sostituisce l'elemento sensibile dell'anemometro (è la resistenza *R(u)*). La tensione elettrica $V_0=V_0^+ - V_0^-$ che si instaura al centro del ponte si calcola facilmente ed è data da:

$$V_0 = V\frac{R_1R_4 - R_2R}{(R_1+R_2)\cdot(R+R_4)} \qquad [9.47a]$$

Da questa relazione si nota che, perché la differenza di potenziale sia nulla, è necessario che valga la

condizione seguente:

$$R = R_1 R_4 / R_2 \qquad [9.47b]$$

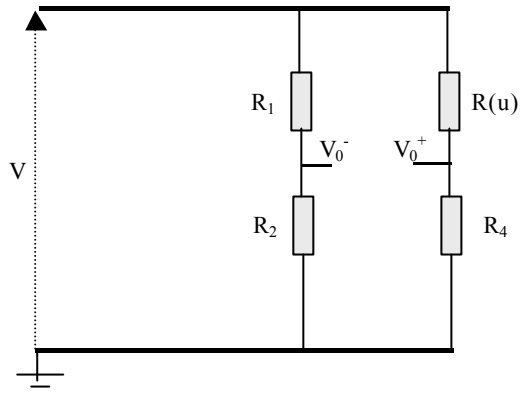

Fig.9.21 : filo "caldo" in un ponte di Wheatstone.

E' interessante notare come un "filo" di Platino di diametro 2µm e di lunghezza 2mm a temperatura ambiente presenti una resistenza elettrica di circa 300Ω. La corrente elettrica che normalmente viene fatta passare attraverso R è tale da portare il filo ad una temperatura di 250° C. Ricordando che la resistenza elettrica di un conduttore metallico varia secondo la legge:

$$R(T) = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \qquad [9.48]$$

dove R_0 è la resistenza elettrica del conduttore ad una temperatura di riferimento T_0 ed α è una costante numerica dipendente dal materiale conduttore stesso, si ha che una variazione della temperatura del conduttore determina una conseguente variazione di resistenza elettrica. Nel caso specifico dell'esempio che abbiamo considerato, l'incremento della temperatura di esercizio fa si che la resistenza elettrica del filo salga a 555Ω (α per il Platino è pari a $3.7 \cdot 10^{-3}$ a 20°C).

Se poniamo il ponte resistivo di *Fig.9.21* in aria stagnante, vediamo che, perché V_0 sia nullo (equilibrio elettrico del ponte) è necessario che in presenza di un filo di resistenza R, la resistenza $R_4 = R.R_2/R_1$, dove R è la resistenza del filo alla temperatura di esercizio (es. 250°C). Se si espone all'aria in movimento il filo caldo, esso si raffredderà per scambio termico convettivo con l'aria circostante. Ciò determinerà la diminuzione della sua resistenza elettrica e, di conseguenza, si registrerà un incremento di V_0. Esiste quindi una relazione che lega la velocità u dell'aria nella direzione perpendicolare all'asse del filo e la tensione V_0; tale relazione non sarà lineare e potrà essere determinata sperimentalmente per taratura.

La configurazione operativa considerata presenta molte controindicazioni nell'impiego pratico, prima fra tutte il fatto che continue e rapide variazioni termiche del filo caldo ne deteriorano le caratteristiche meccaniche, riducendone la vita utile. Nelle applicazioni pratiche si preferisce operare in maniera differente. La configurazione elettrica è la medesima, la differenza è che la tensione V_0 pilota un apparato di amplificazione e regolazione che agisce sul filo caldo mantenendone inalterata la temperatura. Se consideriamo un tempo infinitesimo dt, un vento u perpendicolare all'asse del filo causerà una perdita di calore (per convezione) pari a:

$$dQ = Sh\left(T^{op} - T_a\right) \cdot dt \qquad [9.49a]$$

dove T^{op} è la temperatura di esercizio del filo, S è la sua superficie esterna, T_a è la temperatura dell'aria esterna e h è il coefficiente di scambio termico convettivo. Ciò determinerà come conseguenza una diminuzione di resistenza R e quindi una tensione V_0 maggiore di zero. V_0 sarà ora l'input del sistema di amplificazione e regolazione che inietterà nel filo una energia pari all'energia dQ persa a causa della ventilazione. Se la potenza richiesta al sistema di regolazione per mantenere costante la temperatura di esercizio T^{op} è $Q = dQ/dt$ e se la relazione che lega il coefficiente di scambio termico convettivo è:

$$h = a + bu^{1/2} \qquad [9.49b]$$

(a e b sono costanti numeriche da determinare con una procedura di calibrazione), si ha che la relazione tra velocità del vento u, perpendicolare all'asse del filo, e potenza Q erogata dal sistema di controllo è la seguente:

$$u = \sqrt{\frac{1}{b} \cdot \left[\frac{Q}{S\left(T^{op} - T_a\right)} - a\right]} \qquad [9.49c]$$

Un tale dispositivo presenta molte limitazioni pratiche. La meno seria sta nel fatto che la relazione (9.49c) non è lineare, dato che i sistemi di acquisizione attuali consentono di gestire senza difficoltà situazioni di questo genere. Molto più limitante è il fatto che ciò che viene realmente rilevato da un apparato come quello illustrato è la componente del vento perpendicolare all'asse del filo. Per questo, se si vuole realizzare un anemometro in grado di misurare la direzione e la velocità orizzontale del vento è necessario costruire un apparato che contenga 2 fili caldi con assi tra loro perpendicolari. Un altro problema che può presentarsi nell'uso pratico di un anemometro a filo caldo è la presenza della pioggia che perturba drammaticamente la (9.49b). Per ovviare a ciò, tutte le realizzazioni operative prevedono un'opportuna protezione degli elementi sensibili (*Fig.9.22*). Viste le minuscole dimensioni del sensore, il tempo di risposta è molto ridotto (inferiore al secondo), ma la sua fragilità è molto elevata.

Fig.9.22: anemometro a "film caldo".

Una variante costruttiva molto più solida è costituita dal "*film caldo*"; tale variante prevede la sostituzione del filo caldo con un sensore costituito da una barretta di quarzo o vetro di diametro pari a

25÷250 μm e di lunghezza 1.5mm su cui viene depositato uno strato sottile di materiale conduttore (normalmente platino). Una realizzazione commerciale è raffigurata in *Fig.9.22*. Questo strumento, per la sua robustezza, prontezza di risposta e precisione, è un'ottima alternativa alla coppia meccanica cup/vane.

9.8.2 MISURA DELLA TEMPERATURA DELL'ARIA

La misura della temperatura dell'aria è una delle misure fisiche e meteorologiche più antiche realizzate e molti sono i tipi di termometro disponibili attualmente. In questa sede vengono presentati solo quei termometri che producono come uscita una variabile di tipo elettrico, requisito indispensabile per un loro inserimento entro la catena di misura di una postazione meteorologica. Per la loro importanza vengono quindi trattate:

- le termocoppie,
- le termoresistenze
- i termistori

Ovviamente questi non sono i soli termometri usati in pratica, anche se sono i più comuni.

9.8.2.1 Termocoppie

Teoria delle termocoppie

T.J. Seebeck scoprì nel 1821 un effetto noto come *effetto termoelettrico*, che consiste nel fatto che *se si collegano tra loro due metalli diversi si stabilizza a cavallo della loro giunzione una forza elettromotrice.* L'importanza applicativa di tale effetto la si vede se si considera la situazione illustrata nella *Fig.9.23* in cui sono disegnati due fili di materiale differente (materiale A e B) saldati alle loro estremità C e D (*punti di giunzione o giunti*). Una tale configurazione prende il nome di *termocoppia*. I due punti di giunzione saranno a due temperature in generali differenti t_C e t_D e se $t_C > t_D$, t_C è detto *giunto caldo* e t_D *giunto freddo*.

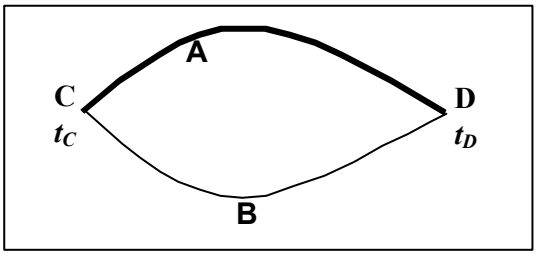

Fig 9.23: configurazione base di una termocoppia.

Se si considera questa situazione, si ha che:

- se i due metalli sono differenti e se la temperatura dei due giunti è diversa, il circuito costituito dai due fili è sede di una forza elettromotrice *e,* risultante delle forze elettromotrici che nascono a cavallo delle due giunzioni;
- se i due metalli sono differenti, ma la temperatura ai due giunti è uguale, si sviluppano ancora due forze elettromotrici a cavallo dei due giunti, ma questa volta esse risultano uguali ed opposte e

quindi *e* risulta complessivamente nulla;
- se, infine, i due fili sono dello stesso metallo, ai giunti non si svilupperà alcuna forza elettromotrice, per cui *e* sarà nulla.

Tutto ciò risulta ancora più chiaro se si considera la *Fig.9.24*, in cui uno dei due fili viene interrotto, interponendo un sistema di misura della tensione (idealmente un voltmetro). In questo caso il voltmetro misurerà una differenza di tensione ΔV proporzionale in qualche modo alla differenza di temperatura $\Delta T = t_C - t_D$.

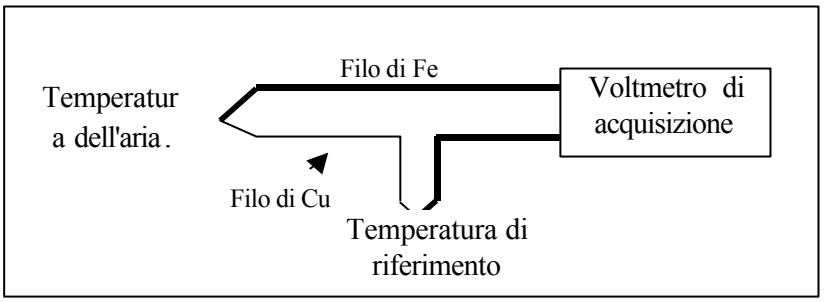

Fig.9.24: sistema ideale di misura della tensione generata da una termocoppia.

Idealmente si potrebbero considerare tutti i possibili metalli e tutti, combinati in coppia, potrebbero dar luogo a termocoppie, tuttavia, per ragioni tecnologiche e merceologiche, vengono prese in considerazione poche coppie di metalli. Nell'intervallo di temperatura di interesse meteorologico, si considerano i seguenti materiali:

- rame
- ferro
- costantana (lega di Cu al 55% e di Ni al 45%)
- chromel (lega di Ni al 89%, Cr al 9.8%, Fe al 1% e Mn allo 0.2%)
- alumel (lega di Ni al 94%, Al al 2%, Si al 1%, Fe allo 0.5% e Mn al 2.5%)

che danno luogo ai tipi seguenti di termocoppie:

- termocoppia di **tipo T** (rame – costantana)
- termocoppia di **tipo E** (chromel – costantana)
- termocoppia di **tipo K** (chromel – alumel)
- termocoppia di **tipo J** (ferro – costantana)

In linea di principio, i due giunti potrebbero stare a due temperature qualsiasi, tuttavia la gestione di una termocoppia si semplifica se si pone uno dei due giunti ad una temperatura nota (per esempio a 0°C) e l'altro lo si pone alla temperatura che si vuole misurare. In questo caso, se per esempio si pone il giunto C alla temperatura riferimento (*giunto di riferimento*), cambiando la temperatura al giunto D (*giunto di misura*), si misurerà al voltmetro (*Fig.9.24)* una tensione che varierà al variare di t_D. La relazione matematica che rappresenta la tensione misurata in funzione della differenza tra la temperatura di misura e la temperatura di riferimento prende il nome di *curva caratteristica della termocoppia*. Nessun tipo di termocoppia presenta una curva caratteristica veramente lineare e normalmente essa viene rappresentata mediante una relazione polinomiale del tipo:

$$T = a_1 V + a_2 V^2 + a_3 V^3 + a_4 V^4 \qquad [9.50]$$

Se la temperatura viene espressa in °C e la differenza di tensione in μV, in *Tab.9.2* vengono dati i coefficienti della (9.50) per i tipi di termocoppia di interesse meteorologico.

	T	***K***	***J***	***E***
a_1	$2.5661297\ 10^{-2}$	$2.4363851\ 10^{-2}$	$1.9745056\ 10^{-2}$	$1.6970287\ 10^{-2}$
a_2	$-6.1954869\ 10^{-7}$	$5.6206931\ 10^{-8}$	$-1.8094256\ 10^{-7}$	$-2.0830603\ 10^{-7}$
a_3	$2.2181644\ 10^{-11}$	$-3.8825620\ 10^{-12}$	$7.8777919\ 10^{-12}$	$4.6512717\ 10^{-12}$
a_4	$-3.5500900\ 10^{-16}$	$3.9120208\ 10^{-17}$	$-1.1897222\ 10^{-16}$	$-4.1805785\ 10^{-17}$

Tab. 9.2: coefficienti per la curva di caratteristica delle principali termocoppie.

Quando non è richiesta una precisione estrema, è possibile semplificare la (9.50) considerando solo il termine di primo grado. Così facendo è possibile definire il *potere termoelettrico della termocoppia* π, cioè la tensione che si sviluppa nel circuito a causa di una differenza di temperatura di 1°C. Nel caso si consideri solo il termine di primo grado della (9.50) si ha che π vale 39 $\mu V \cdot °C^{-1}$ per il tipo T, 41 $\mu V \cdot °C^{-1}$ per il tipo K, 51 $\mu V \cdot °C^{-1}$ per il tipo J e 59 $\mu V \cdot °C^{-1}$ per il tipo E, cioè tensioni molto basse soprattutto se si spera di misurare le fluttuazioni della temperatura dell'aria, spesso dell'ordine delle frazioni di grado. Questo è sicuramente uno dei problemi principali nell'impiego pratico delle termocoppie in misure meteorologiche.

E' importante ora analizzare alcune *leggi che valgono per le termocoppie*.

La prima è la **Legge delle temperature successive** secondo cui:

> *se una termocoppia sviluppa una differenza di tensione e_1 con i giunti posti rispettivamente alle temperature t_1 e t_2 e una differenza di tensione e_2 quando i giunti sono posti rispettivamente alle temperature t_2 e t_3, essa svilupperà una differenza di tensione $e_3 = e_1 + e_2$ quando i giunti siano posti rispettivamente alle temperature t_1 e t_3, cioè:*

$$e(t_1, t_3) = e(t_1, t_2) + e(t_2, t_3) \qquad [9.51]$$

L'utilità di questa legge sta nel fatto che, non potendo nella pratica porre il giunto di riferimento a 0°C, ma viceversa potendolo porre ad una temperatura di riferimento nota T_a, la misura della temperatura incognita T può essere comunque realizzata. Infatti la termocoppia direttamente darà $e(T, T_a)$ e dalla curva caratteristica della termocoppia è semplice determinare $e(T_a, 0°C)$. Quindi dalla legge delle temperature successive risulta immediato il calcolo di $e(T, 0°C)$ che, mediante l'uso della curva caratteristica, porta a determinare la temperatura incognita.

La seconda è **Legge dei metalli interposti** secondo cui:

> *l'inserzione nel circuito di una termocoppia di un terzo metallo non altera la differenza di potenziale del circuito stesso a patto che le due nuove giunzioni dovute alla presenza del terzo metallo stiano alla medesima temperatura.*

E' questa la legge che ci consente di *leggere* il valore di differenza di potenziale generato dalla termocoppia (il voltmetro è il terzo materiale). Questa legge viene normalmente applicata durante la

misura, infatti i cavi delle termocoppie, che devono essere di elevata purezza e che spesso presentano cattive proprietà meccaniche, non sono adatti per fare lunghi percorsi. Pertanto una possibile soluzione è quella di porre il giunto di misura nel luogo sede della misura e condurre i cavi della termocoppia fino ad un punto di temperatura T_a nota. Da qui far partire poi due normali cavi elettrici di rame che conducono il segnale di tensione all'acquisitore. Se la temperatura da misurare è T e i due nuovi giunti stanno entrambi alla medesima temperatura T_a, l'inserzione dei cavi di rame non influenza la misura. Nota T_a, mediante la legge delle temperature successive si giunge alla determinazione di T (*Fig.9.25*). Se si ha l'accortezza di utilizzare cavi di rame *twisted,* si riescono ad eliminare efficacemente anche le induzioni elettromagnetiche dovute alla presenza di lunghi cavi.

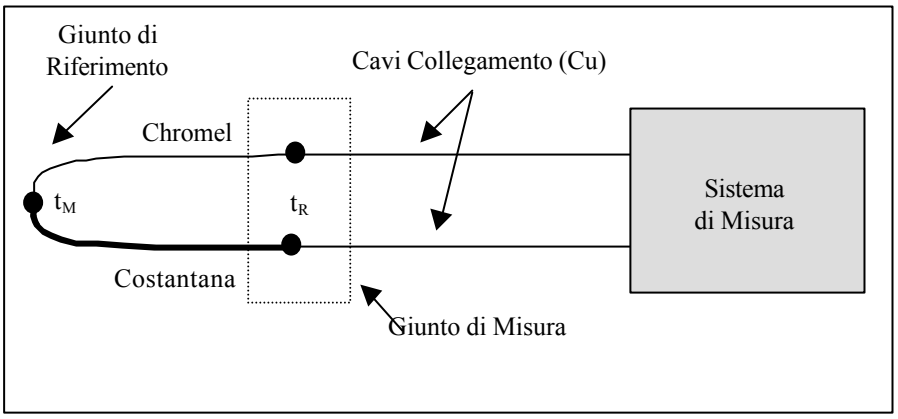

Fig.9.25: la legge dei metalli interposti.

Struttura fisica di un sensore a termocoppia

Una termocoppia altro non è che l'insieme di due fili di materiale metallico differente saldati ad una estremità (giunto di misura), mentre, l'altra estremità normalmente raggiunge dei morsetti che la collegano elettricamente a cavi elettrici (*twisted* o schermati) che trasportano il segnale all'acquisitore. Uno dei problemi tecnici più importanti da risolvere è la realizzazione della giunzione di misura. Per termocoppie destinate a misure lente, a volte può essere sufficiente l'impiego di fermi meccanici di piccole dimensioni. Essi non alterano la misura, visto che per la legge dei metalli interposti le due nuove giunzioni che andranno a realizzare staranno alla medesima temperatura. Altri metodi più usati, soprattutto per ridurre le dimensioni della giunzione, sono la saldatura, la brasatura e la *micropuntatura*. Con queste tecniche si ottengono giunzioni anche estremamente sottili consentendo quindi misure adatte alla determinazione dei parametri della turbolenza del *PBL*.

Una volta risolto il problema della realizzazione della giunzione, la termocoppia va rinforzata strutturalmente e ciò si può ottenere, per esempio, inserendo entro un piccolo cilindro di materiale isolante con due condotti assiali i due fili della termocoppia in modo tale che sporga da un lato il giunto di misura e dall'altro o i fili che vanno all'acquisitore o dei morsetti che vengono direttamente messi in comunicazione diretta con un box in cui è alloggiata l'elettronica di filtraggio, amplificazione e compensazione del segnale. Per misure di turbolenza con termocoppie sottili, il giunto di misura viene lasciato libero, mentre in termocoppie dedicate a misure più tradizionali, il giunto di misura viene circondato da una *protezione* realizzata in materiale ad alta conduzione termica che però protegge il giunto di misura dall'attacco chimico degli agenti atmosferici. A questo punto la termocoppia ha preso l'aspetto di un sensore dotato di una notevole robustezza e di facile maneggiabilità. Molta attenzione è necessaria per le termocoppie dedicate alle misure di turbolenza con giunto di misura esposto, dato che esse saranno direttamente esposte all'azione degli agenti atmosferici che ne ridurranno comunque la

vita utile. Come si vedrà nel seguito, le termocoppie non vengono esposte direttamente all'aria, ma vengono inserite in appositi contenitori protettivi (*shield*) che ne limitano gli errori di misura derivanti dall'effetto di riscaldamento dovuto alla radiazione solare e terrestre.

Caratteristiche dinamiche di una termocoppia

Se si considera la giunzione di riferimento ad una temperatura costante e variabile solo la giunzione di misura, ipotizzando che non ci siano effetti di riscaldamento indotti dalla radiazione solare e terrestre, si può dimostrare che la termocoppia può essere considerata con buona approssimazione un sensore del primo ordine con *una costante di tempo* τ proporzionale al diametro dei fili. In Larsen e al. (1982) viene sviluppata una teoria piuttosto completa sulla risposta in frequenza di una termocoppia. Da essa si ottiene che, almeno in prima approssimazione, la costante di tempo può essere determinata dalla relazione:

$$\tau = \frac{\rho_w C_w D^2}{4 N_u k_a} \qquad [9.52]$$

dove ρ_w e C_w sono rispettivamente la densità del materiale costituente la termocoppia (ordine di grandezza $9 \cdot 10^3$ kg·m^{-3}) e la sua capacità termica (ordine di grandezza 400 J·kg^{-1}K^{-1}), D è il diametro dei fili della termocoppia, k_a è la conducibilità dell'aria ($2.53 \cdot 10^{-2}$ Wm^{-1}K^{-1}) e Nu è il numero di Nusselt definito come:

$$Nu = \left[\left(0.24 + 0.56\,\mathrm{Re}^{0.45}\right)^{-1} + 2\frac{\lambda}{D} \right]^{-1} \qquad [9.53]$$

dove λ è il libero cammino medio delle molecole dell'aria (circa $7 \cdot 10^{-8}$m), Re è il numero di Reynolds definito come $Re = UD/\nu$, U è la velocità media del vento e ν è la viscosità cinematica dell'aria ($2.06 \cdot 10^{-5}$ m^{2}s^{-1}). Nella *Fig. 9.26* è stata graficata la variazione della costante di tempo in funzione del diametro dei fili della termocoppia sia nel caso in cui la velocità del vento è pari a 5 ms^{-1} che nel caso in cui è di 1 m/s^{-1}. Come era prevedibile, la costante di tempo diminuisce esponenzialmente con il diminuire del diametro dei fili e con la velocità del vento. Dalla figura si vede come sia possibile realizzare misure veloci (quindi adatte alla determinazione diretta dei flussi) a patto che il diametro dei fili sia dell'ordine della decina di μm.

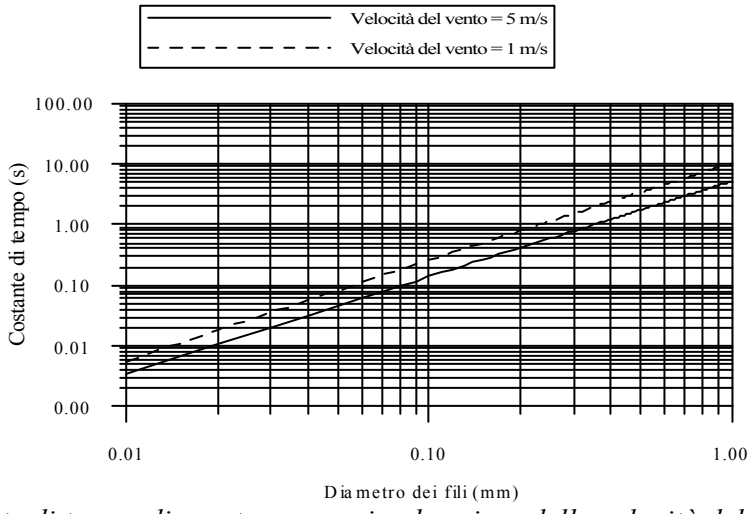

Fig.9.26: costante di tempo di una termocoppia al variare della velocità del vento e del diametro dei fili

Sistema di protezione dall'irraggiamento solare

Una termocoppia con il giunto di misura esposto direttamente all'aria non misurerà esattamente la temperatura di quest'ultima, dato che subirà un riscaldamento a causa dell'apporto energetico derivante dalla radiazione solare e terrestre. Per questo è necessario proteggere il giunto di con opportuni *shield* che sono disponibili in molte forme differenti. Un esempio è riportato in *Fig.9.27*.

Fig. 9.27: forma tipica di uno shield per la protezione dalla radiazione solare e terrestre.

La trattazione esauriente di questo tipo di errore di misura (che in certe situazioni più essere anche di alcuni °C) è estremamente complicata. Qui basti ricordare le principali azioni che un buon *shield* dovrebbe fare:

- schermare completamente la radiazione solare diretta ed il più possibile la radiazione infrarossa. Ciò si può ottenere inserendo il sensore entro un contenitore cilindrico circondato da un insieme di piatti sovrapposti e spioventi, forati al centro, che consentono alla superficie esterna del cilindro di non essere colpita direttamente dalla radiazione solare, ma comunque di essere in contatto con l'aria esterna in movimento. Il coperchio superiore non è forato e fa da *tetto* all'intero sistema.
- tutte le superfici esterne dello *shield* devono essere di colore bianco in modo da aumentare il più possibile la riflessione della radiazione. L'aria contenuta entro il cilindro, e quindi a diretto contatto col giunto di misura della termocoppia, scambierà calore con l'esterno soprattutto per convezione, ma ciò spesso non è sufficiente per eliminare l'errore di lettura dello strumento.
- per migliorare lo scambio termico, e quindi per portare la temperatura del sensore la più vicina possibile a quella dell'aria da misurare, spesso si induce all'interno dello *shield* una ventilazione forzata realizzata in modo tale che l'aria venga *aspirata e non soffiata* per evitare un riscaldamento indotto dagli organi che realizzano la ventilazione. A titolo di indicazione, in Larsen e al. (1982) è riportata una relazione tra l'errore di misura della temperatura ΔT_{rad} ,la dimensione fisica del sensore (D) ed il numero di Nusselt (Nu):

$$\Delta T_{rad} = \frac{QD}{Nu \cdot k_a} \qquad [9.54]$$

dove Q è il calore ricevuto dal sensore e k_a è la conducibilità termica dell'aria. Un valore tipico per Q secondo gli Autori è 70 Wm^{-2} e questa ipotesi è possibile aver un'indicazione di quale dovrebbe essere il Nu affinché ΔT si riduca il più possibile. In condizioni normali, una ventilazione che assicuri una velocità dell'aria all'interno dello *shield* dell'ordine di alcuni ms^{-1} è sufficiente a rendere trascurabile l'errore di misura.

Un'ulteriore fonte di errore la perdita di calore dovuta alla conduzione attraverso gli ancoraggi che lo legano al palo meteorologico o comunque alla struttura su cui è montato. Per eliminarlo, è sufficiente che il sensore sia isolato con materiale termicamente isolante dalle strutture di sostegno.

Sistema di acquisizione del segnale

La caratteristica interessante di una termocoppia è il fatto che non richiede (il sensore in quanto tale almeno) alcun tipo di alimentazione elettrica. La termocoppia è un generatore quasi-ideale di tensione, con una piccola resistenza interna, tipicamente dell'ordine di 10Ω. Il segnale di tensione da essa prodotto è estremamente basso e ciò determina alcuni problemi pratici, specialmente quando si è interessati alla misura delle fluttuazioni di temperatura, situazione tipica nello studio della turbolenza del *PBL*. Inoltre la termocoppia non realizza una misura assoluta di temperatura, per la sua intrinseca natura. Per questo è necessario analizzare separatamente la situazione in cui si è interessati alla misura di un gradiente di temperatura dalla situazione in cui si richiede una misura assoluta di temperatura, magari con elevata precisione e velocità.

Il caso della misura della differenza di temperatura tra due punti (normalmente sulla verticale) è relativamente frequente in micrometeorologia; il metodo del gradiente, illustrato al Cap.10 è il caso più importante Non è l'unico, infatti la determinazione diretta del parametro di struttura C_T^2 è un altro esempio. I due casi, però richiedono termocoppie differenti: nel primo caso infatti quello che serve è il *gradiente medio* di temperatura e quindi è importante avere termocoppie robuste, stabili e precise, ma non necessariamente veloci, visto che la costante di tempo di un sensore del primo ordine influenza poco il valor medio della variabile misurata. Nel secondo caso, invece, la misura deve riferirsi a valori istantanei ed è giocoforza impiegare termocoppie sottili e quindi veloci. Idealmente, in entrambi i casi, basterebbe impiegare un sistema elettronico di amplificazione, come indicato per esempio nella *Fig.9.28*.

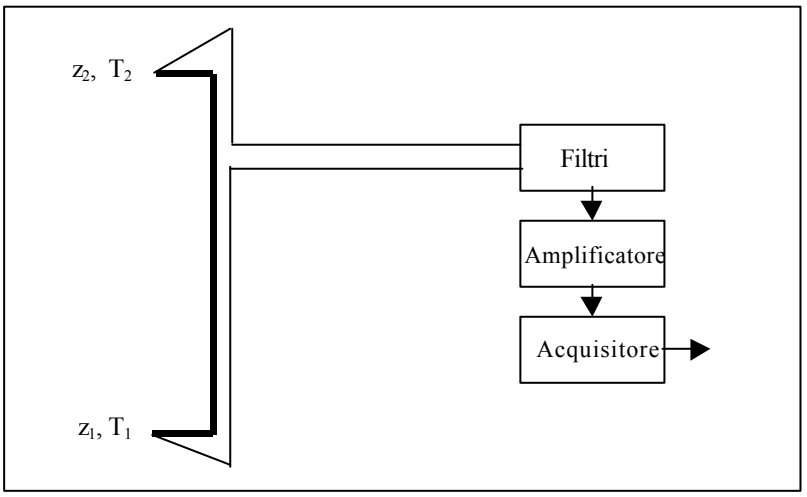

Fig. 9.28: acquisizione del gradiente verticale di temperatura

I sistemi di acquisizione di nuova generazione e di maggior pregio (non necessariamente di maggior costo) spesso prevedono la possibilità di applicare al debole segnale della termocoppia un'amplificazione prima della loro acquisizione e conversione A/D. Va comunque detto che ciò potrebbe non bastare. Infatti, la presenza dei cavi di collegamento al sistema di acquisizione può indurre un rumore elettronico dovuto a varie cause (per esempio i disturbi dovuti alla rete di alimentazione in corrente alternata) capace di mascherare e corrompere un segnale così debole. A tal

proposito cavi di collegamento *twisted* possono risolvere o mitigare il problema. Un metodo più sicuro è interporre tra termocoppia e sistema di amplificazione un filtro analogico *passa basso* con una frequenza di taglio di poco superiore alla massima frequenza di interesse per gli studi micrometeorologici (indicativamente 20÷40Hz, comunque inferiore alla tipica frequenza di rete). Spesso, i già citati sistemi di acquisizione di nuova generazione forniscono internamente la possibilità di impiegare uno stadio di filtraggio opportunamente configurabile.

Per quanto riguarda, invece, la misura assoluta di temperatura è necessario avere a disposizione una temperatura di riferimento nota. Se in laboratorio questo problema può essere facilmente superato impiegando come temperatura di riferimento 0°C ottenuti in un vaso Dewar, in campo è necessario operare in modo differente. In linea di principio si potrebbe (e spesso si fa) inserire il giunto di riferimento in un blocco di materiale isolato e caratterizzato da una costante di tempo estremamente elevata, assieme ad un altro termometro di minor pregio (un termistore per esempio) dedicato alla determinazione della temperatura del giunto di riferimento che in questa situazione varierà in modo estremamente lento e di molto poco. In questa situazione la procedura di elaborazione che dovrà essere attuata per determinare la temperatura del giunto di misura sarà costituita dai passi seguenti:

- sia ΔV_m la differenza di potenziale rilevata tra i due giunti della termocoppia,
- sia T_a la temperatura rilevata dal termometro aggiuntivo posto al giunto di riferimento,
- si determini qual è la differenza di potenziale ΔV_a che una termocoppia dello stesso tipo di quella operante fornirebbe se avesse il giunto di misura a T_a ed il giunto di riferimento a 0°C. Ciò si realizza facilmente impiegando la curva caratteristica della termocoppia;
- la temperatura al giunto di misura sarà pari a quanto previsto dalla curva caratteristica della termocoppia per una differenza di potenziale $\Delta V = \Delta V_a + \Delta V_m$.

Se da un lato questa soluzione è facilmente realizzabile, dall'altro presenta alcuni svantaggi. Il primo è che richiede l'impiego di un nuovo sensore il cui segnale dovrà essere acquisito, aumentando così il numero di canali occupati dell'acquisitore. Il secondo è una complicazione aggiuntiva nella fase di interpretazione delle misure raccolte. La soluzione più comunemente impiegata si fonda sul fatto che sono disponibili componenti elettronici che integrano al loro interno le funzioni seguenti:

- generazione elettronica di un giunto di riferimento,
- amplificazione del segnale,
- decodifica del segnale della termocoppia in base alla relativa curva caratteristica. L'uscita sarà quindi costituita da un segnale già compensato per la temperatura del giunto di riferimento, amplificato, linearizzato in funzione del tipo di termocoppia e quindi della corretta curva caratteristica.

Esempi di sistema amplificanti e compensanti per termocoppie dedicate alla *Eddy-Covariance* si possono trovare per esempio in Cheney e Businger (1990), Krovetz e al. (1988) e Sugamura e Telford (1987).

9.8.2.2 Termoresistenze

Basi teoriche del funzionamento

La resistenza elettrica dei materiali conduttori (come per esempio il rame, il tungsteno, il nichel ed il platino) aumenta con l'aumentare della temperatura a cui si trovano. Questa proprietà suggerisce la possibilità di realizzare sensori di temperatura costituiti sostanzialmente da spessori di materiale

conduttore inseriti come resistenze in appositi circuiti elettrici. In effetti tali sensori presentano una variazione di resistenza elettrica direttamente proporzionale alla variazione della loro temperatura. La relazione matematica che lega il valore di resistenza elettrica R alla temperatura T prende il nome di curva caratteristica. Tra tutti i metalli citati, il platino è sicuramente il più interessante, soprattutto per la sua relativa stabilità chimica, e in effetti la maggior parte delle termoresistenze (*RTD*) sono in realtà resistori di platino (*PRT*).

Per determinare la *curva caratteristica di una RTD* si può procedere nel modo seguente. Si determini la resistenza elettrica R_0 ad una temperatura nota T_0. La resistenza $R(T)$ ad una data temperatura T è descritta con ottima approssimazione dalla relazione seguente:

$$R(T) = R_0 \left[1 + \alpha (T - T_0) + \beta (T - T_0)^2 \right] \qquad [9.55a]$$

Nella *Tab. 9.3* sono indicati i coefficienti α e β per i principali metalli impiegabili come *RTD*. Per l'impiego della (9.55a) è necessario essere in grado di determinare la resistenza del materiale della *RTD* (normalmente il *Pt*) alla temperatura T_0, cosa che, per un filo di lunghezza L e di diametro D, può essere fatta mediante l'impiego della relazione:

$$R = 4L\sigma^{-1} / (\pi D^2) \qquad [9.55b]$$

in cui σ^{-1} *è la resistività elettrica* (Ω m), che a 20°C è pari a $1.2 \cdot 10^{-7}$ per il Pt, $1.9 \cdot 10^{-8}$ per il Cu, $6.8 \cdot 10^{-7}$ per il Ni e $5.5 \cdot 10^{-7}$ per il W.

Conduttore	**α**	β
Tungsteno	$4.50\ 10^{-3}$	$0.5\ 10^{-6}$
Rame	$4.30\ 10^{-3}$	-
Platino	$3.92\ 10^{-3}$	$-0.55\ 10^{-6}$
Nickel	$6.70\ 10^{-3}$	-

Tab. 9.3: coefficienti α e β.

Nelle applicazioni pratiche più comuni si considera come *RTD* una resistenza al platino che a 0°C abbia una resistenza elettrica esattamente di 100Ω. Una termoresistenza di questo tipo prende il nome di *PT100* ed è costituita da uno spezzone minuscolo di filo di *Pt* collegato ad un opportuno circuito elettrico capace di rilevare e determinare la sua resistenza che, come visto, risulta direttamente proporzionale alla *temperatura media* dello spezzone stesso. Dalla conoscenza di R_0 e della curva caratteristica è immediato ottenere il valore della temperatura.

Struttura fisica di una termoresistenza

Le *RTD* più diffuse in campo industriale ed in meteorologia sono frequentemente costituite da fili di platino (di regola incamiciati in cementi polimerici o ceramici, in modo da ritardarne la corrosione da evitare lesioni meccaniche) di dimensioni calibrate, in modo che la resistenza a 0°C sia pari a 100 Ω. La scelta di una termoresistenza di *Pt* deriva dal fatto che essa presenta un'elevata accuratezza ed un comportamento molto stabile nel tempo. In aggiunta, la curva di risposta temperatura/resistenza ha un andamento molto regolare, che, per quanto non lineare, si presta molto bene ad una linearizzazione tabellare. La geometria indicata è tipica dei sensori destinati a misure di routine, per i quali la velocità di risposta non è la qualità più importante. Tuttavia la protezione offerta dal materiale incamiciante può

indurre stress nel sensore a causa della differenza tra il coefficiente di espansione del materiale incamiciante e del *Pt* e ciò può indurre degli errori.

Per misure di tipo micrometeorologico la struttura geometrica del sensore può essere molto varia e in Larsen e al. (1982) sono presentate alcune forme tipiche. Tutte hanno in comune però il fatto di impiegare fili estremamente sottili di lunghezza estremamente ridotta. Oltre che per ragioni di risposta dinamica del sensore, come si vedrà nel seguito, la riduzione della dimensione fisica del sensore deriva dal fatto che la *RTD* è sensibile alla temperatura media del sensore stesso: più la dimensione è elevata, meno la misura di temperatura sarà puntuale.

Caratteristiche dinamiche

In Larsen e al. (1982) vengono presentati gli sviluppi teorici che portano alla definizione del comportamento dinamico di una *RTD*. Con buona approssimazione, una *RTD* (e quindi anche una *PT100*) può essere considerato un *sensore del primo ordine* caratterizzato da una *costante di tempo* che può essere stimata con le medesime relazioni date per le termocoppie. Anche in questo caso dimensione ridotta della *RTD* (vista geometricamente come un piccolo cilindro) significa ridotta costante di tempo.

Sistema di protezione dall'irraggiamento solare

I problemi visti a questo proposito nel caso delle termocoppie si ripropongono allo stesso modo anche per le *RTD*, pertanto è indispensabile collocarle all'interno di uno *shield* ventilato ed isolarle opportunamente dalle strutture di sostegno.

Sistema di acquisizione del segnale

A differenza della termocoppia, la termoresistenza non produce un segnale elettrico, ma solo una variazione della propria resistenza elettrica, quindi è necessario inserirla in un circuito elettrico in modo tale che tale variazione di resistenza si traduca in una variazione di tensione.

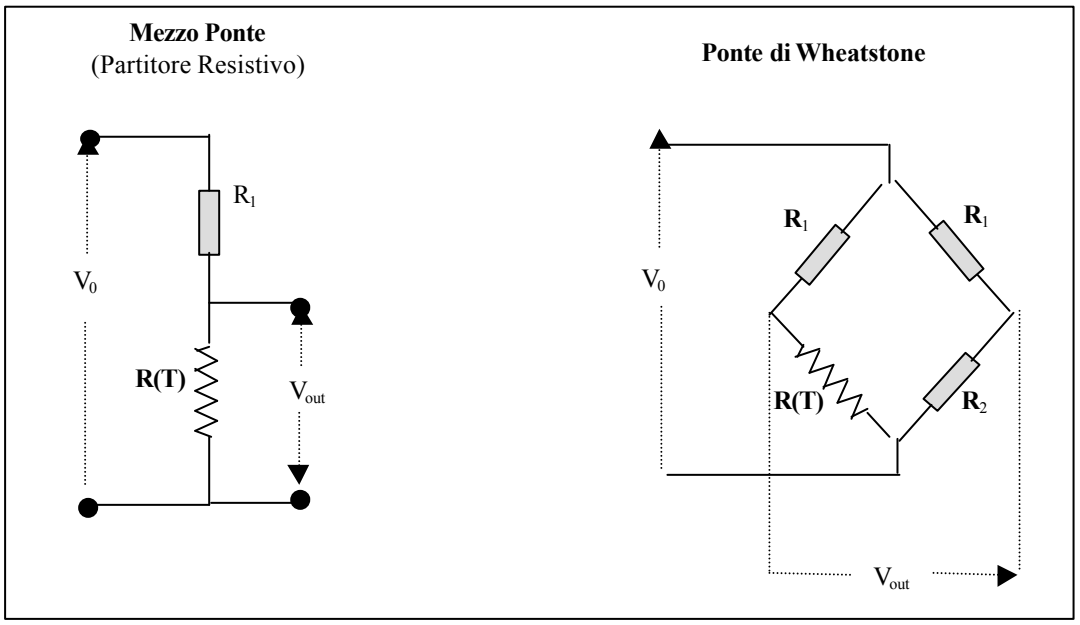

Fig. 9.29: conversione resistenza - tensione.

A tale scopo sono comunemente impiegati due circuiti di base: il *mezzo ponte* (che in pratica è un

partitore di tensione) e un *ponte di Wheatstone*, entrambi presentati in *Fig. 9.29*.

Se si considera il *mezzo ponte*, si vede che esso richiede un'alimentazione elettrica V_0 e che la tensione V_{out}, inviata ad un sistema di acquisizione ad alta impedenza, dipende dalla resistenza elettrica $R(T)$ della *RTD* nella maniera seguente:

$$V_{out} = V_0 \frac{R(T)}{R + R(T)} \qquad [9.56]$$

E' importante ricordare che entro $R(T)$ transita della corrente e quindi nel *RTD* c'è un autoriscaldamento. Per limitare tale fenomeno, è necessario che la corrente transitante sia la minima possibile. Dato che essa è data da $I=V_0/[R+R(T)]$, l'unica maniera per diminuire tale corrente è aumentare la resistenza R_1.

Nel caso del *ponte di Wheatstone*, rispettando la simbologia introdotta in *Fig.9.29*, si vede che la tensione di misura V_{out} dipende dall'alimentazione V_0, dalla $R(T)$ e dalle altre resistenze presenti nel ponte secondo la relazione seguente:

$$V_{out} = V_0 \frac{R_1[R_2 - R(T)]}{(R_1 + R_2)\cdot(R_1 + R(T))} \qquad [9.57]$$

Anche quando si impiega la configurazione a ponte è presente l'autoriscaldamento del sensore, fenomeno che può essere contenuto aumentando, anche in questo caso, il valore della resistenza R_1 che diminuisce di conseguenza la corrente che transita nella termoresistenza.

9.8.2.3 Termistori

I termistori sono dispositivi realizzati per sinterizzazione di materiali semiconduttori quali il germanio ed il silicio, drogati con quantità accuratamente determinate di impurezze. La loro resistenza varia con la temperatura con una legge del tipo:

$$R(T) = a \cdot e^{b/T} \qquad [9.58a]$$

dove a è un coefficiente dipendente dalla forma e dalle dimensioni del termistore, mentre b dipende dai materiali impiegati. Nel caso dei termistori, la resistenza *diminuisce* in modo estremamente marcato con l'aumentare della temperatura. La costante a presente nella relazione può essere eliminata introducendo la resistenza R_0 ad una temperatura di riferimento T_0, alla quale si ha che:

$$R_T = R_0 \cdot e^{b\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} \qquad [9.58b]$$

La costante di temperatura a del semiconduttore vale:

$$a(T) = a(T_0)\frac{T_0^2}{T^2} \qquad [9.58c]$$

Le caratteristiche di un termistore sono quindi determinate dal valore della resistenza e dalla costante a

ad una temperatura di riferimento, pari di solito a 25°C. Il campo di variazione di *a* varia, in funzione del materiale usato, tra 0.05 e 0.012 $\Omega/\Omega^{\circ}C$, e diminuisce con la temperatura: è quindi evidente che termistori risultano più sensibili alle basse temperature che alle alte.

I termistori, in analogia con le termoresistenze, hanno una risposta alle variazioni istantanee di temperatura del primo ordine, almeno entro i limiti di temperatura di interesse per lo studio del *PBL*. A differenza delle termoresistenze, i termistori però hanno tempi di risposta di regola piuttosto bassi e dipendenti dalle dimensioni fisiche. Essendo prodotti di sinterizzazione, è possibile realizzarli, almeno in linea di principio, in tutte le forme e le dimensioni volute, anche rivestiti da gusci metallici protettivi di elevata conducibilità termica che favoriscono la rapidità di risposta. La loro risposta fortemente non lineare (se paragonata a quella delle termoresistenze) e la tendenza dei semiconduttori a variare le proprie caratteristiche nel tempo, limitano l'accuratezza di questa categoria di sensori. A loro vantaggio, va senz'altro citato il costo limitato e la disponibilità in forme e dimensioni adatte ad ogni tipo di applicazioni. Il fatto che le dimensioni possano essere ridotte al minimo, consente a questo tipo di sensore di raggiungere costanti di tempo estremamente ridotte, anche dell'ordine del millisecondo, cosa che permette di realizzare misure di turbolenza e non solo misure medie.

Anche il termistore presenta come *segnale elettrico di uscita* una variazione di resistenza e quindi le tecniche viste per la conversione di una variazione di resistenza in variazione di tensione a proposito delle termoresistenze può essere applicata anche in questo caso.

Il problema più importante che deve essere preso in considerazione durante l'utilizzo del termistore è *l'autoriscaldamento* derivante dal passaggio di corrente al suo interno quando è inserito in un circuito di condizionamento del segnale per ricavarne una variazione di tensione. Bisogna quindi che la corrente transitante nel termistore sia la più ridotta possibile. Ogni termistore è caratterizzato dal costruttore mediante un *coefficiente di dissipazione*, definito come la potenza elettrica necessaria affinché il termistore si autoriscaldi di 1°C in aria ferma. Valori tipici sono 1°C/0.4mW. Se un tale sensore si trova a dissipare una potenza di 0.04 mW, il suo autoriscaldamento in aria calma sarà di 0.1°C. Se poi il sensore si trova in presenza di vento teso, l'effetto di autoriscaldamento si ridurrà drasticamente.

9.8.3 MISURA DELL'UMIDITÀ DELL'ARIA

Per quanto riguarda la misura dell'umidità dell'aria è opportuno separare nettamente la classe di *sensori a risposta lenta*, impiegabili in normali stazioni meteorologiche e dedicati alla misura del valor medio dell'umidità relativa dell'aria, da quella dei *sensori a risposta rapida*, dedicati in prevalenza alla misura del flusso (normalmente verticale) di vapor d'acqua e quindi anche del flusso latente di calore. Questa suddivisione non è solo imposta da ragioni logiche, ma anche dal fatto che fisicamente le due classi di sensori sono costruttivamente differenti.

9.8.3.1. Igrometri a risposta lenta

Molti sono i tipi di igrometri a risposta lenta disponibili attualmente e possono essere classificati nelle categorie seguenti: sensori di tipo elettrico, psicrometri e sensori a punto di rugiada. Per una panoramica generale si veda per esempio Benincasa e al. (1991) e Coantic e Friehe (1982).

Sensori di tipo elettrico

E' questa una classe eterogenea di sensori in cui sono presenti sia sensori di tipo resistivo, che di tipo capacitivo che misti:

- I *sensori di tipo resistivo* sfruttano il fatto che la resistenza elettrica di alcuni materiali (come alcuni sali igroscopici, come per esempio il cloruro di litio) variano la propria resistenza elettrica con l'umidità relativa dell'aria in cui sono immersi. Più precisamente, tali sensori sono costituiti da due elettrodi tra cui è interposto il materiale igroscopico fatto depositare o assorbire su un supporto solido isolante. Il sensore, quindi, costituirà una resistenza, (dell'ordine dei MΩ) variabile con l'umidità relativa dell'aria che, una volta inserita in un circuito elettrico (normalmente un ponte di Wheastone), potrà essere convertita agevolmente in una tensione rilevabile da parte di un sistema di acquisizione analogico. Il circuito elettrico di condizionamento del segnale dovrà essere, di norma, alimentato in corrente alternata, per evitare fenomeni di polarizzazione del materiale igroscopico che potrebbe condurre ad un rapido deterioramento. Quando però, come materiale sensibile all'umidità, si impiega della polvere di carbone sospesa in gelatina di cellulosa, i problemi di polarizzazione scompaiono e quindi l'alimentazione elettrica del circuito di condizionamento può essere continua. I sensori di questo tipo presentano normalmente una costante di tempo dell'ordine delle decine di secondi, tranne nel caso del sensore a polvere di carbone in gelatina di cellulosa in cui la costante di tempo si può ridurre fino a 0.3 secondi. E' bene, per non danneggiarli, che l'umidità ambientale non superi il 95%.

- I *sensori di tipo capacitivo* sono costituiti da un condensatore in cui viene interposto tra le due armature un polimero in grado di mutare la propria costante dielettrica al variare della pressione parziale di vapore. Anche in questo caso è necessario che l'umidità dell'aria non raggiunga la saturazione. Oltre a ciò, tali sensori presentano anche un certo grado di isteresi.

- I sensori attualmente più interessanti sono i sensori *resistivo-capacitivi*. Il principio di funzionamento si basa sul fatto che l'ossido di alluminio o di tantalio, ottenuto per anodizzazione, presenta una struttura porosa. Se questo ossido viene interposto tra due elettrodi (solitamente costituiti uno dallo stesso alluminio su cui si è prodotto lo strato di ossido e l'altro da un sottilissimo strato di oro), l'insieme che ne risulta cambia la propria resistenza e la propria costante dielettrica in funzione della pressione parziale del vapor d'acqua. Pertanto questo sensore, inserito in un circuito elettrico opportuno, potrà dar luogo ad una tensione misurabile, proporzionale all'umidità relativa (che a sua volta è proporzionale ala tensione di vapore). A differenza però dei sensori puramente resistivi, tali sensori variano contemporaneamente resistenza e capacità e quindi richiedono un circuito di condizionamento più complesso, alimentato generalmente ad audio-frequenza (20kHz). A parte questo problema, comunque superato dai vari costruttori, tali sensori sono estremamente resistenti, non vengono attaccati dagli agenti atmosferici e non presentano isteresi, sono inoltre abbastanza precisi e veloci e capaci di misurare anche umidità elevate, senza per questo deteriorarsi significativamente.

Psicrometro

Lo psicrometro si basa sulla misura della differenza di temperatura che esiste tra due termometri identici, il primo esposto liberamente all'aria e l'altro sempre esposto all'aria, ma avente la superficie coperta da una garza imbevuta d'acqua ed in comunicazione con un serbatoio d'acqua. La temperatura del primo termometro (T_d) è la *temperatura a bulbo secco*, mentre la temperatura misurata dal secondo (T_w) è la *temperatura a bulbo umido*. Ricordando quanto detto al Cap.1, dalle due temperature così misurate è possibile ottenere la tensione di vapore e (hPa) presente nell'aria mediante la relazione:

$$e = e_s\left(T_w\right) - 0.00066\left(1 + 0.00115\,T_w\right)\cdot P\cdot\left(T_d - T_w\right) \qquad [9.59]$$

in cui le temperature sono misurate in (°C) e la pressione atmosferica P in (hPa). Nella relazione precedente, con $e_s(T_w)$ si è indicata la tensione di saturazione alla temperatura T_w , che si può calcolare con la relazione (1.8).

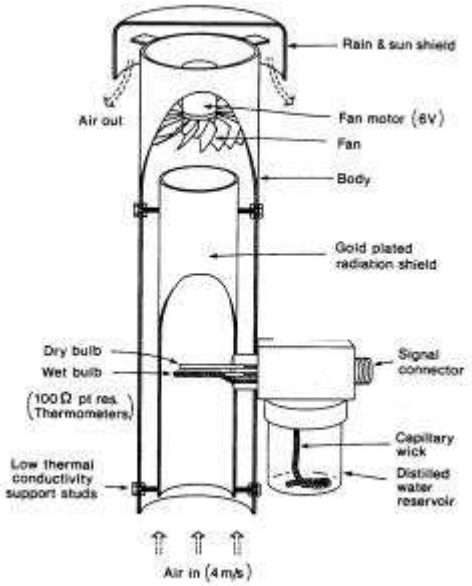

Fig.9.30: struttura di uno psicrometro (Kaimal e Finnigan, 1994).

Nella *Fig.9.30*, è disegnato di un tipico psicrometro. Come si nota, entrambi i termometri (normalmente costituiti da una termoresistenza o da una termocoppia) sono alloggiati entro uno schermo mantenuto a ventilazione forzata e sono posti molto vicini l'un l'altro in modo da non indurre errori di misura determinati dal posizionamento dei due termometri in punti dello spazio a temperatura differente. Maggiori dettagli sugli psicrometri si possono trovare in Munro (1980) e Kimball e Mitchell (1981). Questo strumento è estremamente preciso, ma di difficile impiego dato è necessario garantire costantemente la superficie umida del termometro a bulbo umido. Per quanto riguarda la sua velocità, essa dipende dalle dimensioni fisiche dei due termometri e quindi non c'è da stupirsi se lo psicrometro è stato occasionalmente impiegato come sensore a risposta rapida per la misura delle fluttuazioni di umidità e di ciò si parlerà a proposito dei sensori di umidità a risposta rapida.

Sensori a punto di rugiada

Un'alternativa alla misura della temperatura a bulbo secco e a bulbo umido è misurare la *temperatura di rugiada*, cioè quella temperatura a cui la reale quantità di vapor d'acqua presente nell'aria è sufficiente a saturarla. Nel Cap.1 è stata presentata una formula che mette in relazione la temperatura di rugiada T_R con la tensione di vapore e, quindi è sufficiente solo la misura di T_R per determinare la tensione di vapore presente nell'aria.

La temperatura di rugiada in un dato ambiente si ottiene misurando la temperatura di una superficie fredda affacciata all'ambiente, al momento in cui su di essa, per effetto dell'abbassamento della temperatura, si forma una goccia d'acqua. La superficie fredda è normalmente uno specchio in contatto con un elemento refrigerante, costituito normalmente da una cella di Peltier. La parte più complicata del sistema è quella a cui viene affidato il compito di individuare l'istante in cui si forma la goccia per fare in modo che la temperatura dello specchio, una volta raggiunta la temperatura di rugiada, si mantenga tale. Un sistema spesso impiegato consiste nell'illuminare perpendicolarmente lo specchio su cui si formerà la goccia; nel momento in cui questa si formerà la luce verrà diffusa e andrà a colpire una cella fotosensibile che produrrà un segnale elettrico, che a sua volta, servirà al sistema di

regolazione per alimentare adeguatamente la cella di Peltier in modo da mantenere la temperatura dello specchio costante. In *Fig.9.31* è presentato schematicamente un tale sistema.

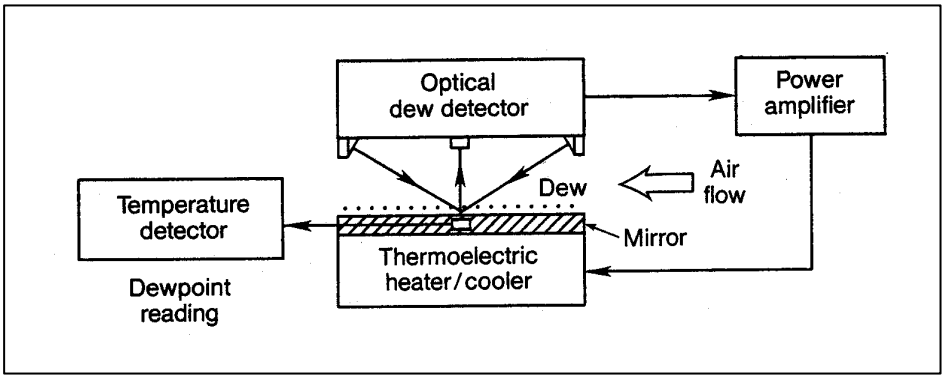

Fig. 9.31: igrometro a punto di rugiada (Kaimal e Finnigan, 1994)

9.8.3.2 Igrometri a risposta veloce

Gli igrometri a risposta veloce hanno come funzione principale non tanto quella di misurare con accuratezza l'umidità dell'aria, quanto piuttosto quella di misurare con accuratezza le fluttuazioni nel tempo di tale variabile. Pertanto, perché ciò sia possibile è necessario che il sensore sia a risposta veloce. Due sono le possibilità pratiche sfruttate normalmente. La prima è costituita dall'impiego di psicrometri in cui i termometri siano di piccolo diametro. Se il ridotto diametro consente al termometro a bulbo secco di raggiungere tempi di risposta molto ridotti, per un termometro identico con bulbo bagnato, la presenza della garza bagnata, aumenta il tempo di risposta, raggiungendo valori di circa dieci volte quello del termometro a bulbo secco. In Cheney e Businger (1990) e Kalogiros e Helmis (1993) sono presentati esempi di applicazioni di psicrometri veloci per misurare le fluttuazioni dell'umidità dell'aria (e quindi del flusso latente di calore) ed anche metodi impiegati per correggere gli effetti dell'aumento del tempo di risposta del termometro a bulbo bagnato. Senza dubbio, però, i sensori più impiegati per la misura delle fluttuazioni di umidità si basano sull'assorbimento di radiazione (infrarossa o ultravioletta) da parte del vapor d'acqua.

Igrometri all'infrarosso

La *trasmittanza* τ dell'aria, (Hay, 1982), è legata al *coefficiente di estinzione* γ dalla relazione:

$$\tau = \exp(-\gamma D) \qquad [9.60a]$$

in cui la D è la distanza (*path*) del mezzo attraversato dalla radiazione ed, in generale, si ha che:

$$\gamma = \alpha + \beta \qquad [9.60b]$$

dove α rappresenta le perdite per assorbimento e β lo *scattering* delle particelle e delle molecole. Le due equazioni precedenti si possono impiegare in pratica in due modi diversi. Nel primo modo si costruisce un apparato dotato di due *path* paralleli lungo i quali vengono inviati due fasci di radiazione a due lunghezze d'onda differenti ma vicine. In questo caso, vista la vicinanza tra le due lunghezze d'onda, si può dimostrare che β è approssimativamente uguale per entrambi i *path*, mentre, se si sceglie in maniera opportuna la regione spettrale della radiazione impiegata, un *path* mostra un α trascurabile mentre l'altro un assorbimento vigoroso. In questo modo la misura differenziale di τ a due

lunghezze d'onda adiacenti consente di stimare la concentrazione di vapor d'acqua. Un secondo modo, anche se meno usato, sta nel considerare una sola lunghezza d'onda in cui α sia molto maggiore di β, perciò alle fluttuazioni di τ corrispondono altrettante fluttuazioni in α e quindi in concentrazione di vapor d'acqua nell'aria.

Prima di dare alcuni dettagli costruttivi è opportuno soffermarci sulla *Fig.9.32* in cui è presentata la variazione della trasmittanza nell'infrarosso ed in cui sono indicati (con frecce) le lunghezze d'onda caratterizzate da forte assorbimento. Dalla figura si nota come i picchi di assorbimento siano centrati attorno alle lunghezze d'onda 0.94, 1.4, 1.9, 2.7 e 6.4 μm.

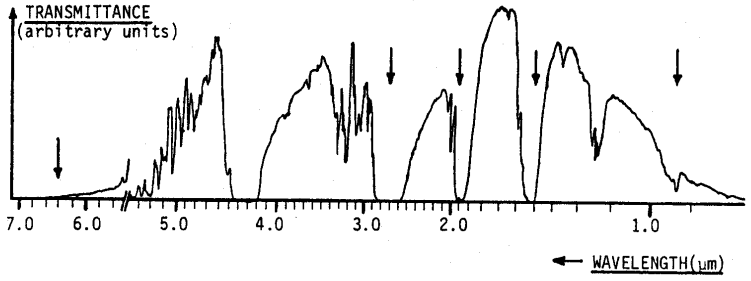

Fig. 9.32: trasmittanza per la radiazione all'infrarosso.

Dal punto di vista costruttivo, come si può vedere nella *Fig.9.33*, un igrometro all'infrarosso è costituito da una sorgente all'infrarosso che invia la radiazione lungo un *path* dell'ordine di 0.2 metri, al termine del quale si trova in rivelatore. Un sistema filtrante trasmette alternativamente radiazione a due lunghezze d'onda vicine, una caratterizzata da forte assorbimento e l'altra da basso assorbimento. Il rilevatore condurrà quindi la misura differenziale della trasmittanza e consentirà quindi la stima delle fluttuazioni di concertazione di vapor d'acqua.

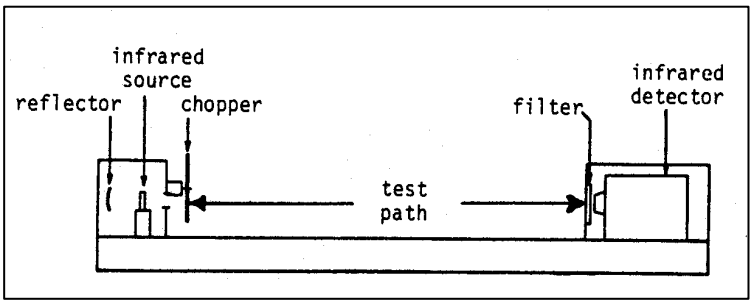

Fig. 9.33: schema costruttivo di un igrometro all'infrarosso (Kaimal e Finnigan, 1994).

La limitazione principale all'impiego dell'igrometro all'infrarosso sta nel fatto che esso non può operare in condizioni prossime alla saturazione, perché in tali situazioni β cambia repentinamente per assorbimento e adsorbimento causato dalle particelle nell'aria.

Igrometro Lyman-α

Il principio di funzionamento di tale igrometro è simile a quello dell'igrometro all'infrarosso ed è rappresentato schematicamente nella *Fig.9.34*. La vera differenza sta nella radiazione impiegata che in questo caso è radiazione ultravioletta. Nell'atmosfera gli unici gas che assorbono significativamente radiazione ultravioletta sono l'ossigeno, l'ozono ed l'acqua, tuttavia alla lunghezza d'onda di 0.12156 μm

(lunghezza d'onda Lyman-α), l'acqua presenta un assorbimento circa 100 volte superiore a quello dell'ossigeno e quindi, operando attorno a questa lunghezza d'onda, sarà possibile misurare le fluttuazioni di vapor d'acqua senza contaminazioni apprezzabili da parte dell'ossigeno.

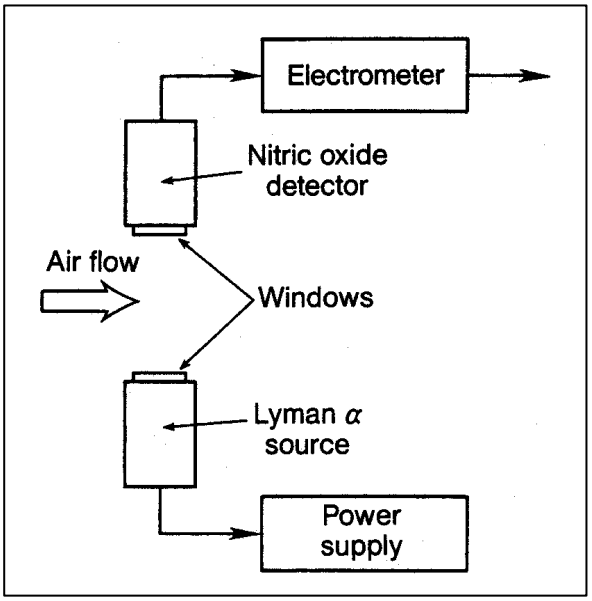

Fig 9.34: schema costruttivo di un igrometro Lyman-α.(Kaimal e Finnigan, 1994)

Normalmente la sorgente ultravioletta è costituita da una lampada a incandescenza con miscela di idrogeno e neon ed il sistema di ricezione è o un fototubo o una camera ad ionizzazione ad ossido nitrico. Sia la sorgente che il sistema di ricezione della radiazione presentano finestre di materiale trasparente alla radiazione ultravioletta. Il forte assorbimento di radiazione permette di ridurre considerevolmente il *path* di tale strumento rispetto a quanto visto nel caso dell'igrometro all'infrarosso, consentendo quindi una costruzione compatta del sensore che può essere collocato agevolmente molto vicino ad un anemometro ultrasonico, per contribuire alla determinazione del flusso latente di calore.

Se invece di impiegare una sorgente prodotta da una lampada a idrogeno, si impiega un lampada al Cripto, le emissioni ultraviolette prodotte sono centrate sulle lunghezze d'onda 0.12358 μm e 0.11647 μm, quindi laterali alla lunghezza Lyman-α. E' ancora possibile costruire un igrometro del tutto identico al precedente, con il vantaggio che la sorgente di radiazione ha una vita molto più lunga, ma con lo svantaggio che in corrispondenza delle lunghezze d'onda impiegate l'assorbimento di radiazione da parte dell'ossigeno o dell'ozono è maggiore e quindi le misure di fluttuazioni del vapor d'acqua sono più contaminate dalla presenza di questi due gas.

9.8.4 MISURA DELLA PRESSIONE ATMOSFERICA

Da un certo punto di vista, i barometri (per lo meno a risposta lenta, come quelli normalmente impiegati nelle stazioni meteorologiche) non sono strumenti per la misura delle proprietà "della turbolenza del *PBL*". La loro utilità in una rete di monitoraggio non sta tanto nel calcolo della pressione assoluta in un punto, quanto nella possibilità, confrontando letture contemporanee provenienti da punti diversi, di apprezzare i gradienti di pressione al suolo. Questi, a loro volta, forniscono indicazioni interessanti sugli spostamenti delle masse d'aria a livello regionale: un fenomeno che non è legato alla turbolenza del

PBL, ma che permette una miglior comprensione della sua dinamica.

I barometri più diffusi si basano sull'espansione e sulla contrazione di una camera elastica che separa un gas a temperatura campione dall'atmosfera esterna. L'entità della deformazione della camera elastica dipende:

- dalla differenza tra la pressione del gas da essa racchiuso e la pressione media dell'atmosfera nel punto di misura (che poi è la variabile che interessa misurare);
- dalla temperatura (che, in assenza di contromisure, tende a produrre un aumento della pressione della camera elastica, inducendo sottostime sistematiche della pressione),
- dall'accelerazione di gravità nel punto di misura (che induce un effetto simile a quello della temperatura, deformando la camera elastica ed inducendo sottostime).

L'effetto della temperatura e dell'accelerazione di gravità può essere contrastato con opportune contromisure meccaniche ("compensazione della temperatura"). Nel caso dei barometri impiegati comunemente nelle reti di monitoraggio, la deformazione della camera elastica viene trasdotta in un segnale elettrico di natura analogica. I trasduttori più comunemente utilizzati sono sensori di deformazione (*strain gages*) od equipaggi capacitivi. In entrambi i casi, sia il sensore primario che il trasduttore del segnale da meccanico ad elettrico sono caratterizzati da un certo livello di complessità e per poter riuscire di qualche utilità devono essere costruiti in modo molto accurato. Il barometro ha una risposta complessa, i cui dettagli sono però poco importanti: di regola, le variazioni di pressione sono tanto lente da lasciare allo strumento tutto il tempo di adattarsi. Il problema più frequentemente osservato a proposito dei barometri è una certa tendenza a sviluppare forti isteresi. Va anche rilevato come i barometri abbiano necessità di un posizionamento accorto, per evitare la radiazione solare diretta e correnti d'aria parallele alla direzione in cui si trova la presa statica.

Sono stati realizzati anche sensori per la misura delle fluttuazioni della pressione (*microbarometri*) con l'intento di misurare i vari termini presenti nel bilancio di energia cinetica turbolenta contenenti covarianze in cui compare la pressione. Per alcune informazioni su tali apparati si rimanda a Kaimal e Finnigan (1994); va comunque sottolineato il fatto che i sensori di questo genere finora utilizzati (anche se molto raramente) sono sempre stati prototipi di ricerca.

9.8.5 MISURA DELLE PRECIPITAZIONI

Per la misura delle precipitazioni, il sensore più utilizzato è il *pluviometro*. Questo sensore è costituito da un cilindro metallico di dimensione nota, con il fondo a forma di imbuto che convoglia l'acqua meteorica raccolta ad un sistema a *cucchiaio basculante*, come è schematizzato nella *Fig.9.35*. La *bascula* ha due posizioni di equilibrio stabile e passa da una posizione all'altra ogni volta che uno dei due cucchiai si riempie. Quando arriva alla nuova posizione di equilibrio, un sistema magneto-elettrico (*relé di reed*) emette un impulso di tensione che il sistema di acquisizione deve essere in grado di registrare. Dato che il volume di ciascun cucchiaio è noto, ad ogni impulso corrisponde un volume noto di acqua raccolta dal pluviometro, pari al volume del cucchiaio stesso. Se in un intervallo di tempo si registrano N impulsi e V è il volume del cucchiaio, il volume totale di pioggia raccolta dal pluviometro sarà pari a:

$$V_{tot} = NV \qquad [9.61a]$$

Dato che è noto il diametro D del pluviometro, la precipitazione h espressa in *mm di pioggia*, risulterà pari a:

$$h = 4NV/\left(\pi D^2\right) \qquad [9.61b]$$

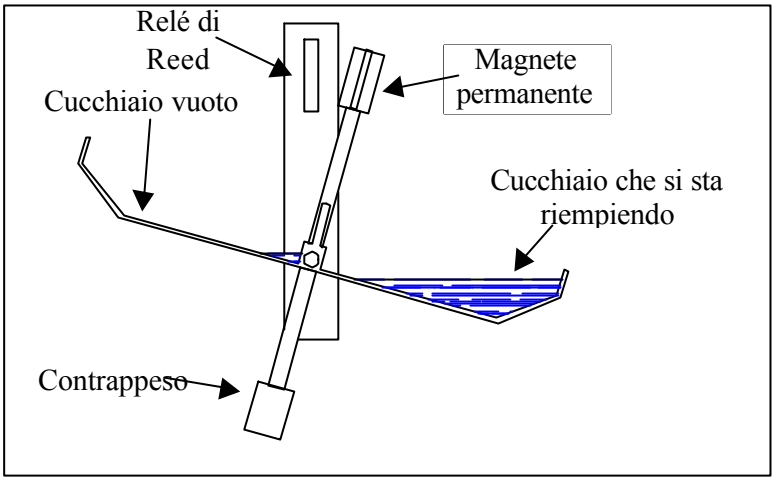

Fig.9.35: Schema di funzionamento del sistema basculante di un pluviometro.

Esistono anche altri tipi di sensore per la misura della precipitazione. Essi sono di tipo elettronico ed hanno la capacità non solo di distinguere tra precipitazioni liquide e solide (neve), ma anche di fornire informazioni sulla densità e dimensione delle idrometeore. Alcune informazioni su tali tipi di sensore si possono trovare in De Felice (1998).

9.8.6 MISURA DELLA RADIAZIONE SOLARE E TERRESTRE

Qui di seguito presenteremo una breve introduzione ai principali sensori con cui si misura attualmente la Radiazione Globale e la Radiazione Netta. Per maggiori dettagli si rimanda a Hinzpeter (1982).

9.8.6.1 Radiazione solare globale

Dato che la radiazione solare viene in parte diffusa dall'atmosfera, la sua misura deve riferirsi alle direzioni di tutto l'emisfero posto superiormente al punto di misura. Lo strumento utilizzato a tal fine è chiamato *radiometro globale* o *piranometro*. I piranometri più usati in Micrometeorologia e si possono classificare essenzialmente in due tipi.

Il primo tipo è rappresentato dai *piranometri a termopila*, un esempio dei quali è rappresentato in *Fig.9.36*. L'elemento sensibile di un piranometro di questo tipo è un disco metallico, diviso in settori colorati in modo da assumere diversi albedo (ad esempio, alternativamente bianchi e neri; sono state usate anche altre combinazioni di colori). Ogni settore è termicamente collegato al giunto di una termocoppia; i giunti alternativamente caldi e freddi delle termocoppie dei settori, collegati in modo opportuno, forniscono in uscita una tensione (in genere debolissima, trattandosi di una misura di temperatura differenziale, dell'ordine di pochi microvolt) che dipende dalla differenza di temperatura tra i settori, che a sua volta dipende dalla radiazione incidente. Una trattazione estremamente accurata dei principi fisici su cui si basa il funzionamento del piranometro, può essere trovata in Hinzpeter (1982) a cui si rimanda per i dettagli. In sostanza la cosa più importante da ricordare è che, dopo un'opportuna

calibrazione, per ogni piranometro si può individuare una *sensibilità E* $(mV\cdot(Wm^{-2}))^{-1}$ tale che, detto R_g la radiazione Solare Globale misurata e V_{out} la tensione in uscita al sensore, valga la relazione:

$$Rg = V_{out} / E \qquad [9.62]$$

E' inoltre opportuno che il piranometro venga ventilato e che si applichino le correzioni proposte dai diversi costruttori per minimizzare i diversi errori indotti nella misura. Il sensore a termopila è delicato (in particolare *non deve sporcarsi*, pena la perdita del colore di calibrazione con il conseguente fuori servizio). Per questa ragione, viene protetto da una calotta emisferica, che agisce *anche,* inevitabilmente, come filtro. Nel caso dei piranometri utilizzati per la misura della radiazione solare, il materiale utilizzato per la calotta è di solito il vetro, che lascia passare lunghezze d'onda comprese tra circa 0.3 e 2.8 μm. Questa scelta è giustificata dal fatto che la radiazione solare arriva al vertice dell'atmosfera con una composizione spettrale molto vicina allo spettro di corpo nero a 6000 K, che contiene essenzialmente radiazioni ad onda corta comprese tra 0.1 e 5 μm. Il piranometro a termopila è un sensore con una risposta del primo ordine, caratterizzato da una costante di tempo che di regola vale qualche decina di secondi e che tende a crescere con la precisione e la qualità dello strumento.

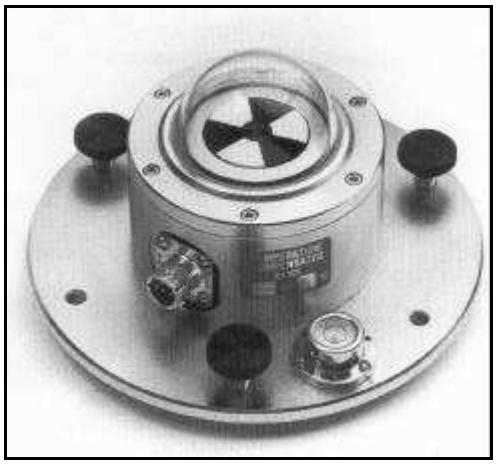

Fig.9.36 Piranometro a termopila.

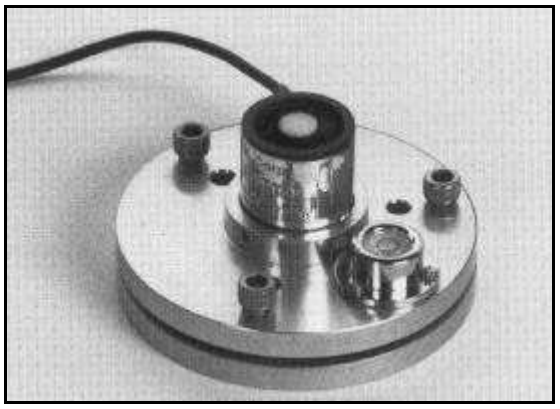

Fig. 9.37 - Piranometro fotovoltaico

Il secondo tipo di radiometri è costituito dai *piranometri fotovoltaici*, costituiti da una piastrina di silicio

fotosensibile, che reagisce alla radiazione incidente generando una tensione, funzione dell'intensità della radiazione incidente. La piastrina fotosensibile è sormontata da un rivestimento in plastica che serve come protezione e come filtro. Un esempio di piranometro fotovoltaico si può vedere nella *Fig.9.37*.

In generale, per misure di precisione, si utilizzano i piranometri a termopila, la cui risposta risulta indipendente dallo spettro della radiazione incidente (che a sua volta dipende dalle polveri sospese, dalla presenza di nubi, eccetera). Nel caso dei piranometri fotovoltaici, la calibrazione è effettuata in condizioni di cielo sereno; la risposta in condizioni di cielo coperto può mostrare *un certo scostamento* rispetto al valore reale della radiazione, a causa di una dipendenza essenziale tra lo spettro della radiazione incidente e l'entità del fenomeno fotovoltaico. A fronte della precisione notevolmente minore, il piranometro fotovoltaico presenta alcuni vantaggi rispetto al piranometro a termopila, come il costo di acquisto notevolmente inferiore e un tempo di risposta limitato a pochi secondi.

Tutti i piranometri, indipendentemente dalla costruzione, *di notte devono restituire una tensione nulla*. In pratica, questo requisito di base è spesso violato a causa di errori di installazione (lampade sospese sul punto di misura, eccetera) o di problemi strumentali (particolarmente evidenti nel caso dei piranometri fotovoltaici, che possono addirittura restituire tensioni *negative* di notte). Questi problemi possono essere compensati ponendo una grande accuratezza al momento dell'installazione ed agendo con elaborazioni opportune sui dati raccolti.

Una caratteristica fondamentale di un piranometro è la sua risposta al coseno. In effetti se un raggio di luce visibile perpendicolare alla superficie attiva del piranometro determinasse una misura V_0, allora, se il raggio di luce mantenesse la medesima intensità, ma formasse un angolo θ con la normale alla superficie attiva, la misura dovrebbe essere $V=V_0 \cos(\theta)$. Se ciò avviene, allora il piranometro presenta una *perfetta risposta cosinusoidale*. I sensori normalmente presentano un'ottima risposta cosinusoidale, tranne nel caso in cui l'angolo θ si avvicina a 90°.

Da ultimo vanno fatte alcune precisazioni. Quando si pongono due piranometri, uno affacciato verso l'alto e l'altro rivolto verso il basso, si misurano in questo modo sia la R_g sia l'albedo. Lo strumento così composto prende il nome di *Albedometro*. Inoltre, anche se più raro, esiste uno strumento detto *Pireliometro* che misura la radiazione solare diretta su di una superficie perpendicolare.

9.8.6.2 Radiazione netta

La radiazione netta è la somma algebrica delle radiazioni ad onda corta e ad onda lunga in avvicinamento e in allontanamento dalla superficie terrestre. Per misurare la radiazione netta si usa il *Radiometro Netto o pirradiometro* (*Fig.9.38*).

Fig.9.38- Radiometro netto a cupola

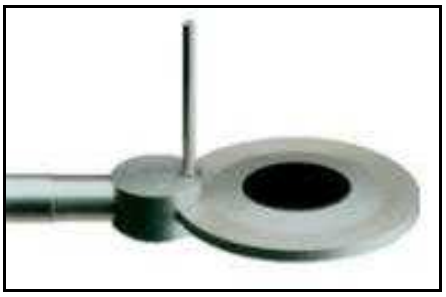

Fig. 9.39: radiometro netto di nuova costruzione

In pratica, il radiometro netto è costituito da due piranometri (di solito a termopila) affacciati in direzioni opposte. Anche in questo caso, i dettagli sui principi fisici su cui si basa il funzionamento di tale strumento possono essere trovati in Hinzpeter (1982). La principale differenza tra il Radiometro Netto ed il piranometro sta nel fatto che il Radiometro Netto, dovendo misurare anche la componente ad onda lunga, deve utilizzare superfici protettive ad essa trasparenti. Di regola, tali superfici sono costituite da polimeri, capaci di far passare le componenti ad onde lunga e corta della radiazione e, nel contempo, abbastanza resistenti da proteggere efficacemente gli elementi sensibili. Una soluzione molto adottata consiste nell'adozione di calotte in polietilene, che però sono estremamente fragili e presentano frequenti rotture in esercizio a causa o della grandine o della pioggia molto forte o dell'azione degli uccelli. Attualmente è disponibile un Radiometro Netto privo di cupole, sostituite da coperture rigide in silicone, molto più resistenti (*Fig.9.39*). Le accurate sperimentazioni fatte rilevano che il grado di precisione di questo sensore è leggermente inferiore a quello presentato da un buon Radiometro Netto a cupole, anche se decisamente accettabile.

9.8.6.3 Alcuni elementi fisici sui radiometri

Rimandando come detto a Hinzpeter (1982) per i dettagli sulla Fisica su cui si basa il funzionamento dei vari radiometri, qui di seguito è comunque conveniente presentare alcune considerazioni di tipo didattico. Se consideriamo un radiometro netto, nella sua essenza lo possiamo vedere come un disco di ridotte dimensioni, di colore nero e di spessore d di alcuni millimetri, in cui è annegata una termopila che, di fatto produce una tensione elettrica funzione della differenza tra la temperatura della superficie superiore T_t e quella della superficie inferiore T_b. Immaginiamo che sulla superficie superiore del disco sia in arrivo la radiazione (ad onda lunga e ad onda corta) $Q\downarrow$, mentre sulla superficie inferiori arrivi la radiazione $Q\uparrow$ (sempre ad onda lunga e ad onda corta). Dato che il calore non si può accumulare indefinitamente entro il disco, dopo un transitorio iniziale, sarà necessario che sia rispettato il seguente bilancio energetico:

$$aQ\downarrow = \varepsilon_t \sigma T_t^4 + h(T_t - T_a) + k\frac{(T_t - T_b)}{d} \qquad [9.63a]$$

$$aQ\uparrow = \varepsilon_b \sigma T_b^4 + h(T_b - T_a) - k\frac{(T_t - T_b)}{d} \qquad [9.63b]$$

$$a(Q\downarrow - Q\uparrow) = aQ^* = \varepsilon\sigma(T_t^4 - T_b^4) + h(T_t - T_b) + 2k\frac{(T_t - T_b)}{d} \qquad [9.63c]$$

in cui a è il coefficiente di assorbimento, $\varepsilon=\varepsilon_t=\varepsilon_b$ è l'emissività delle superfici, T_a è la temperatura dell'aria, h è il coefficiente di scambio termico convettivo e k è la conducibilità del materiale che costituisce il disco. Se la differenza T_t-T_b è molto inferiore a T_t e T_b (cosa che normalmente è, visto che

le temperature sono espresse in K), risulta corretta la seguente espansione in serie di Taylor:

$$T_t^4 = T_b^4 + 4T_t^3\left(T_t - T_b\right) \qquad [9.64]$$

cioè:

$$T_t^4 - T_b^4 = 4T_t^3\left(T_t - T_b\right) \qquad [9.65]$$

pertanto il bilancio energetico si riduce alla relazione seguente:

$$aQ^* = \left(4\varepsilon\sigma T_t^3 + 2k/d + h\right)\cdot\left(T_t - T_b\right) \qquad [9.66a]$$

Se le due superfici del radiometro sono protette da una cupola trasparente alla radiazione, la convezione viene annullata e quindi nella (10.52a) h si annulla. Si avrà quindi che:

$$aQ^* = \left(4\varepsilon\sigma T_t^3 + 2k/d\right)\cdot\left(T_t - T_b\right) \qquad [9.66b]$$

Se ora consideriamo alcuni valori reali e immaginiamo che il disco sia in alluminio, allora k sarà pari a 236 $Wm^{-1}K^{-1}$ e se d è pari a 5 mm, $2k/d = 9.4\cdot10^4$, mentre $4\varepsilon\sigma T_t^3 \approx 6$. Pertanto la relazione precedente si può semplificare come:

$$aQ^* = \left(2k/d\right)\cdot\left(T_t - T_b\right) \qquad [9.66c]$$

A parte un coefficiente di taratura, Q^* risulterà quindi direttamente proporzionale alla differenza tra la temperatura delle due superfici e, quindi, alla tensione prodotta dalla termopila.

9.8.7 MISURA DI FLUSSO DI CALORE NEL SUOLO

Il flusso di calore che si instaura all'interno del terreno è un parametro che riveste notevole importanza in idrologia e in agrometeorologia. Per quanto riguarda gli aspetti micrometeorologici, sarebbe importante poter misure il termine G_0 del bilancio energetico superficiale, cioè il flusso di calore verticale che si instaura tra la superficie del terreno e l'aria sovrastante. Date le difficoltà pratiche insite nella realizzazione di un tale tipo di misura, normalmente si procede alla misura del flusso verticale di calore *entro il suolo* ad una profondità estremamente ridotta (pochi centimetri). Come si vedrà nel Cap.10, da tale misura e da misure aggiuntive di temperatura entro il suolo è possibile una stima sufficientemente accurata di G_0.

La misura del flusso verticale di calore entro il suolo si realizza mediante la *piastra di flusso* (*Fig.9.40)*. In sostanza tale sensore è costituito da un piccolo disco dello spessore di pochi millimetri attorniato da una corona circolare che, come si vedrà, ha la funzione di minimizzare gli effetti di bordo.

Se consideriamo l'elemento sensibile centrale (il sensore vero e proprio), esso è un dico di pochi centimetri di diametro di materiale plastico all'interno del quale è inserita una *termopila*, cioè un numero rilevante di termocoppie collegate in serie, come indicato in *Fig. 9.41*.

A fronte di un flusso di calore verticale che attraversa la piastra, si stabilirà tra le due superfici dell'elemento sensibile una differenza di temperatura. Se fosse presente una sola termocoppia tale differenza di temperatura darebbe luogo ad una debole differenza di potenziale ΔV. Se il numero di termocoppie che costituiscono la termopila è N, allora il sensore fornirà in uscita una differenza di

potenziale amplificata di un fattore N, cioè $V_{out}=N\cdot\Delta V$. Dopo un'opportuna taratura, sarà possibile determinare un E (dell'ordine di 50 $\mu V\cdot(Wm^{-2})^{-1}$) che consente di stimare il flusso di calore F mediante V_{out}, dato dalla relazione:

$$F = V_{out} / E \qquad [9.67a]$$

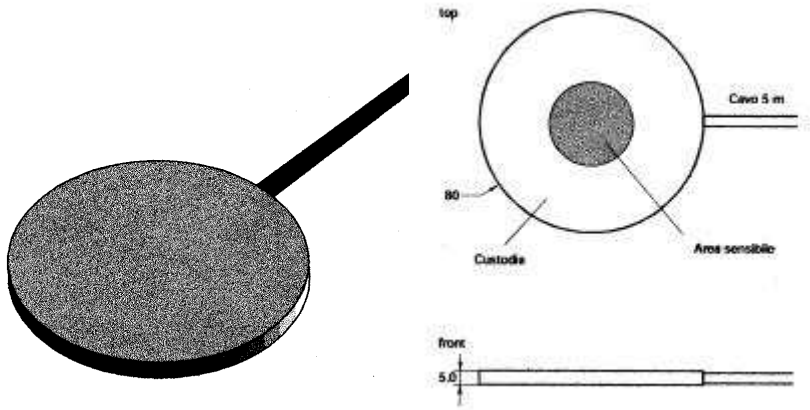

Fig. 9.40: visione schematica di una piastra di flusso

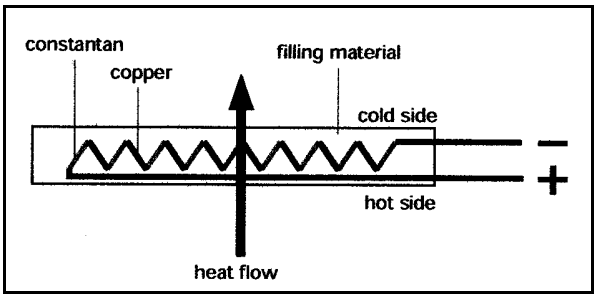

Fig. 9.41: l'elemento sensibile della piastra di flusso

La piastra di flusso è un sensore del primo ordine con tempo caratteristico di risposta τ dato da:

$$\tau = d^2 \rho C_p / \lambda \qquad [9.67b]$$

dove d è lo spessore della piastra e ρ, C_p e λ sono rispettivamente la densità, il calore specifico e la conducibilità termica del materiale plastico di cui è costituita la piastra. Come si vede, più la piastra è sottile, più presenta una risposta rapida.

La presenza della piastra di flusso può produrre una perturbazione più o meno forte al fenomeno termico originario e, di conseguenza, errori di misura. Ci sono due tipi di possibili errori.

Il primo tipo di errore è costituito dall'*alterazione della resistenza termica totale del terreno*. La manifestazione più evidente di ciò è che le isoterme nel terreno vengono più o meno deformate, (come mostrato in *Fig.9.42a)*. E' indispensabile che il sensore, una volta collocato nel terreno, venga lasciato inattivo per un certo periodo in modo che abbiano luogo i naturali effetti di compattazione del terreno e

di ricostruzione delle inevitabili perturbazioni locali indotte dal suo posizionamento. In particolare l'azione della pioggia può accelerare tale processo.

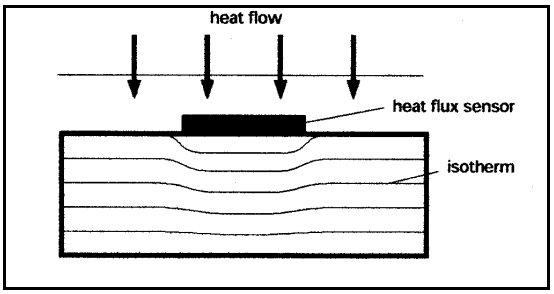

Fig. 9.42a: alterazione della resistenza termica del terreno.

Il secondo tipo di errore deriva dalla differenza esistente tra le caratteristiche del materiale costituente il terreno e quelle del materiale che costituisce il sensore. Il risultato immediato è una distorsione locale delle linee di flusso, come mostrato in *Fig.9.42b*. Questo tipo di errore è normalmente minimizzato dotando il sensore di una *estensione laterale inattiva*, cioè di una corona circolare di diametro circa doppio di quello del sensore originale, ma priva di elementi sensibili. In questo modo la maggior parte delle linee di flusso distorte transiterà entro la estensione inattiva del sensore, mentre entro la sua parte attiva transiteranno solo linee di flusso poco perturbate.

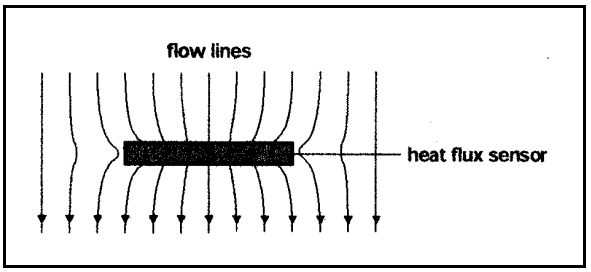

Fig. 9.42: distorsione delle linee di flusso

Come si vede, la misura del flusso di calore nel terreno è abbastanza delicata e non priva di problemi pratici, tuttavia la sua importanza è notevole, soprattutto quando si decide di realizzare la stima del flusso turbolento di calore sensibile basandosi sul bilancio energetico superficiale.

9.8.8 CRITERI DI LOCALIZZAZIONE DEI SENSORI

Per una buona osservazione della meteorologia non basta che vengano utilizzati sensori di buona qualità ed adeguati alle esigenze operative. E' necessario anche che vengano rispettati criteri adeguati nella scelta del punto in cui installare una postazione di monitoraggio e che entro la stazione di misura i vari sensori vengano disposti adeguatamente. Qui di seguito vengono dati alcuni criteri di massima per raggiungere questi obiettivi, tratti prevalentemente da US-EPA (1987) e (2000).

9.8.8.1 Criteri per il lay-out di una postazione di misura

Le caratteristiche fisiche del sito, comprese le proprietà lito-pedologiche del suolo, devono essere in generale rappresentative di un'area la più possibile vasta. Ciò dovrà essere vero in generale, anche se nel caso di postazioni meteorologiche poste entro le città molte restrizioni dovranno essere rilassate.

Il sito deve essere il più lontano possibile da aree irrigate, laghi, aree fortemente urbanizzate e linee di comunicazione viaria ad elevato traffico in modo da evitarne gli effetti perturbanti a scala locale. La pendenza del suolo dovrebbe, se possibile anche in situazioni orografiche complesse, essere inferiore a 5° ed il suolo deve essere ricoperto di erba mantenuta ad altezza ridotta costantemente durante tutto l'anno. E' opportuno, inoltre, verificare la eventuale presenza di significativi disturbi elettromagnetici in modo da predisporre le opportune contromisure. Il sistema di alimentazione elettrica, di comunicazione e di acquisizione dati della stazione meteorologica *devono essere del tutto autonomi rispetto ad una eventuale postazione chimica presente*, in modo da evitare situazioni di fuori servizio indotte da problemi di manutenzione dei sensori chimici.

Dal punto di vista logistico, gran parte della strumentazione ed il contenitore del sistema di acquisizione ed elaborazione dati saranno alloggiati su un palo meteorologico, a differenti altezze. Tale palo dovrà avere buone doti di rigidità per evitare che le misure dell'anemometro ultrasonico siano perturbate. Dovrà essere possibili poter allineare e livellare i vari sensori meteorologici: a tale scopo sarebbe preferibile adottare un *traliccio* di tipo arrampicabile, prevedendo tutte le norme di sicurezza anti-infortunistica previste dalla normativa vigente. La soluzione "tutto sullo stesso palo" minimizza le esigenze di occupazione del suolo. Nei punti che seguono verranno presi in considerazioni i criteri di localizzazione adeguati per i vari sensori, nel caso di stazioni meteorologiche collocate in *siti semplici*, cioè siti in cui gli effetti distorcenti indotti dal terreno possono essere ritenuti insignificanti.

Misura della velocità e direzione del vento

Ogni anemometro (convenzionale o ultrasonico) dovrà essere collocato alla sommità del palo (normalmente alto 10 metri rispetto al suolo) ed orientato a Nord secondo le indicazioni del costruttore. L'errore di allineamento a Nord del sensore deve essere inferiore a 1°. Nel caso di anemometri triassiali, un ulteriore elemento da curare nella installazione è costituito dalla verticalità del sensore che deve essere controllata con idonea strumentazione di livellamento a sensore già montato sulla cima del palo in posizione eretta.

Dato che spesso saranno presenti ostruzioni, è necessario che tra il punto di misura e le varie ostruzioni presenti ci sia una distanza pari ad almeno dieci volte l'altezza dell'ostruzione stessa.

Se l'anemometro non può essere collocato sopra la sommità del palo, è necessario che sia dotato di uno sbraccio che lo connetta a quest'ultimo. La lunghezza dello sbraccio dovrà essere non inferiore a due volte la dimensione trasversale del palo (o torre) nel punto in cui è collocato lo sbraccio. Inoltre tale sbraccio dovrà essere realizzato in maniera da presentare un notevole grado di rigidità per evitare che si inducano vibrazioni all'anemometro.

Termoigrometri

I termoigrometri non dovranno essere perturbati dalla radiazione solare. A tale scopo è opportuno collocarli negli appositi *shelter* metallici di protezione. Questi, al fine di evitare l'aumento del tempo di risposta del sensore, devono essere preferibilmente del tipo a circolazione forzata con velocità circolante pari a 2.5-10 $m \cdot s^{-1}$. Sono in ogni caso da evitare le casette in legno, tipiche delle installazioni meteorologiche convenzionali, che tendono ad aumentare il tempo di risposta dei sensori in modo inaccettabile. E' consigliabile collocare il termoigrometro ad un'altezza rispetto al suolo di 2 metri e dovrebbe avere attorno a se un'area di circa 9 metri di raggio coperta di erba bassa o comunque di superficie naturale. La distanza tra il punto di misura e gli ostacoli vicini dovrà essere superiore a quattro volte l'altezza degli ostacoli stessi.

Barometri
Per quanto riguarda i barometri, essi devono essere collocati in modo da essere immuni da sbalzi di temperatura e da vibrazioni e comunque lontano da apparati di riscaldamento o condizionamento. Inoltre non devono essere esposti a correnti d'aria o alla radiazione solare diretta.

Pluviometri
Il pluviometro è l'unico strumento che normalmente non viene alloggiato sul palo. Infatti nella sua localizzazione si deve tenere conto della necessità di evitare influenze da parte del territorio circostante (ad esempio, presenza di costruzioni, di tettoie, di alberi,..). Vanno infine preferite localizzazioni riparate dal vento. La distanza del pluviometro da strutture ed ostacoli non deve essere inferiore a 4 volte l'altezza degli stessi. L'imboccatura calibrata del pluviometro deve essere perfettamente orizzontale e ad una quota rispetto al suolo non molto elevata (circa 1 metro), ma sufficiente ad evitare che le gocce di pioggia rimbalzino dal suolo nel pluviometro.

Radiometri
Per collocare i radiometri, è importante evitare che essi si trovino in zone d'ombra, indotte da ostacoli presenti nella porzione di orizzonte E-NE ed W-NW passando da Sud. Vanno inoltre allontanati il più possibile da sorgenti luminose artificiali e da oggetti riflettenti, che potrebbero falsarne le misure. Non è particolarmente importante per la misura della radiazione globale la quota di misura, mentre per la radiazione netta sarebbe consigliabile una quota di misura di circa 1 metro dal suolo.

9.8.8.2 Criteri per la scelta dei punti di misura

Localizzazione dei siti di misura del vento
I siti di misura del vento devono essere collocati in punti del territorio il più possibile immuni da effetti fluidodinamici di tipo locale (per esempio non dovrebbero essere collocati in canyon urbani o a ridosso di ostacoli schermanti i rilievi orografici, a meno che si sia interessati proprio allo studio di tali situazioni). Nel determinare il numero e la dislocazione sul territorio dei singoli punti di misura del vento, è opportuno fare riferimento ai seguenti criteri:

- nelle situazioni a topografia pianeggiante, i punti dovranno essere disposti il più regolarmente possibile su una maglia abbastanza larga (ad esempio 50-100 km);

- nelle situazioni topograficamente complesse (orografia e grandi specchi di acqua come i laghi lombardi) la maglia dovrà essere convenientemente infittita;

- ogni valle di una certa rilevanza dovrà possedere almeno una postazione meteorologica in fondovalle, lontana dai punti di confluenza delle valli laterali. Nella classiche situazioni di vallate ad Y sarà opportuno monitorare tutti e tre i rami per poter cogliere eventuali brezze di monte e di valle;

- nelle valli alpine di maggiore estensione è opportuno porre anche qualche punto di misura su versanti opposti in modo da poter cogliere le varie brezze che vi si instaurano (venti catabatici ed anabatici);

- nei siti costieri (lacustri), valgono le stesse considerazioni presentate per il caso di situazioni a topografia complessa con l'ulteriore indicazione di collocare sempre coppie di postazioni, una a ridosso della linea di costa e l'altra nell'entroterra ad una distanza di 2 ÷ 3 km dalla prima, collocata lungo una linea perpendicolare alla costa, questo per consentire di individuare lo sviluppo di un eventuale *TIBL*.

La misura della velocità e della direzione del vento viene effettuata ad una quota che dovrebbe essere scelta in modo tale da prevenire l'interferenza di ostacoli. A titolo indicativo, la quota di 10 m, tipica raccomandazione *WMO,* può continuare ad essere usata, anche se in realtà non è vincolante. Restano comunque aperti almeno altri due problemi. Intanto la pratica della misura a 10 m potrebbe essere totalmente errata quando nell'area in cui essa viene eseguita ci siano *alberi d'alto fusto*. Infatti il punto di misura potrebbe essere entro la *canopy* delle piante e quindi non essere rappresentativo. In questo caso una regola di prima approssimazione potrebbe essere quella di elevare il punto di misura ad una quota di 1.5 ÷ 2 volte l'altezza media degli alberi. Poi, la misura del vento in *aree urbane* è di regola molto difficile. Escludendo la misura del vento nei *canyon* (se non per specifiche misure di ricerca volte alla taratura dei modelli di dispersione degli inquinanti all'interno delle aree urbane) è possibile, anche se non completamente consigliabile, operare alla sommità degli edifici. A tal fine conviene:

- scegliere l'edificio in modo che la sua massima quota sia superiore a quella della maggior parte degli edifici adiacenti e comunque tale da non avere edifici più alti lungo la direzione dei venti prevalenti,

- l'edificio stesso determina una scia. Al fine di minimizzare la distorsione del flusso causata da questo effetto, la quota di misura (contata a partire dalla sommità dell'edificio stesso) dovrebbe essere superiore di 1.5 - 2 volte il valore limite determinato dalla relazione seguente:

$$H_c = 0.22\zeta^{2/3}\xi^{1/3} \qquad [9.68]$$

  dove $\zeta = \min(h,w)$ e $\xi = \max(h,w)$ con h e w uguali rispettivamente all'altezza dell'edificio ed alla sua dimensione trasversale vista dal vento. Sia h che w devono essere espressi in metri.

Nella pratica è molto difficile trovare una zona completamente priva di ostacoli. Ad esempio, possono essere presenti alberi (più o meno aggregati in boschetti), edifici isolati, piccole alture. In tal caso, volendo posizionare un punto di misura del vento ad una quota di 10 m, sarà necessario situarlo ad una distanza di almeno 10 -20 volte l'altezza media degli ostacoli.

Localizzazione dei siti di misura della temperatura ed umidità

I punti di misura al suolo della temperatura e della umidità relativa vanno collocati in corrispondenza di tutti i punti di misura anemologici.

Localizzazione dei siti di misura della pressione

La necessità del campo di pressione dipende dalle caratteristiche del modello tridimensionale del *PBL* che si intende adottare. Valgono in proposito i criteri che seguono:

- i punti di misura della pressione devono essere un piccolo sottoinsieme dei punti di misura anemologici relativi alle situazioni pianeggianti,

- il numero di punti di misura della pressione in situazioni complesse (in particolare in montagna) dovrebbe essere molto limitato.

Localizzazione dei siti di misura della turbolenza

Il campo di turbolenza è uno degli elementi principali, se non il più importante, per determinare l'entità e la distribuzione spazio-temporale dell'inquinamento atmosferico e della evapotraspirazione. In pratica il concetto di campo di turbolenza è costituito dall'insieme delle deviazioni standard delle tre componenti

del vento e della temperatura, delle covarianze tra le componenti del vento e le covarianze tra le componenti del vento e la temperatura.

I punti di misura saranno coincidenti con i punti di misura anemologici se, come si spera, nel futuro gli anemometri ultrasonici triassiali sostituiranno definitivamente quelli normali. Risulta quindi evidente che la misura (diretta o indiretta, a seconda della presenza o meno in sito dell'anemometro ultrasonico) dei parametri di turbolenza dovrà essere realizzata in ogni postazione in cui si misuri il vento.

Localizzazione dei siti di misura della pioggia

La conoscenza della distribuzione spaziale dell'intensità delle precipitazioni ha un'importanza determinante alla luce del dilavamento molto intenso che le precipitazioni operano sull'aria del *PBL*. Questo parametro è inoltre molto importante anche per l'agrometeorologia e per le applicazioni nel campo dell'idrologia e della protezione civile. La ricostruzione dei campi di pioggia tradizionalmente ha luogo interpolando le misure effettuate in vari punti di misura distribuiti sul territorio. Dato che il fenomeno della pioggia è altamente direzionale, la ricostruzione dei campi di pioggia non è immediata e richiede tecniche analitiche particolari. I punti di misura pluviometrici possono non coincidere con quelli anemologici, anche se questi ultimi possono essere sfruttati, ovunque la cosa sia conveniente.

Localizzazione dei siti di misura della radiazione globale e netta

L'importanza della misura della radiazione solare globale e della radiazione netta sta nel fatto che:

- è possibile determinare la Categoria di Stabilità Atmosferica,
- è di aiuto nell'interpolazione dei dati di turbolenza al suolo, misurati dall'anemometro ultrasonico,
- permette, assieme ad un anemometro convenzionale e ad un termometro, la stima di prima approssimazione dei parametri che definiscono la turbolenza del *PBL* anche in assenza di anemometro ultrasonico,
- aiuta l'interpretazione dei processi di reattività fotochimica.

Alla luce di tutto ciò, tali sensori dovrebbero essere localizzati in ogni sito di misura anemologica.

9.9 SONDAGGI IN QUOTA

Con questo termine ci si riferisce a tutte quelle tecniche tradizionali che consentono l'osservazione dell'evoluzione in quota delle principali variabili meteorologiche medie. Sono tecniche di varia complessità e costo, tutte accomunate dalla presenza di un *pallone* che trascina nel moto ascensionale degli strumenti meteorologici ed un sistema di acquisizione e trasmissione dati ridotto all'essenziale.

9.9.1 PALLONI PILOT

Questa tecnica è la più antica e permette di determinare in modo approssimato il valore in quota della velocità e della direzione del vento. In pratica (*Fig.9.43*) si libera in volo un *pallone* (normalmente di colore rosso perché resti facilmente visibile) che sale con una velocità ascensionale costante e nota (in generale 150 mminuto^{-1}). A terra si segue il volo del pallone (detto *pilot*) con un normale teodolite (*Fig.9.44)* e, a tempi fissati, si registra la posizione del pallone nel cielo. L'inseguimento continua finché

il pallone resta visibile ed è quindi possibile determinarne la posizione. Questa è una tecnica quasi completamente manuale e richiede molta esperienza nel determinare con sufficiente precisione la posizione del pallone, soprattutto nella fase iniziale del volo.

Fig. 9.43: lancio di un pallone pilot.

Fig. 9.44: inseguimento di un pallone pilot con un teodolite.

Per decodificare i dati raccolti col teodolite, si può operare nel modo seguente:

- si supponga di liberare il pallone nel punto di coordinate ($x_0, y_0, z_0 = 0$) al tempo $t = 0$;
- al tempo t_i si rilevi col teodolite (*Fig.9.45*) l'angolo di *zenith* ϑ_i e l'angolo di *azimuth* α_i;

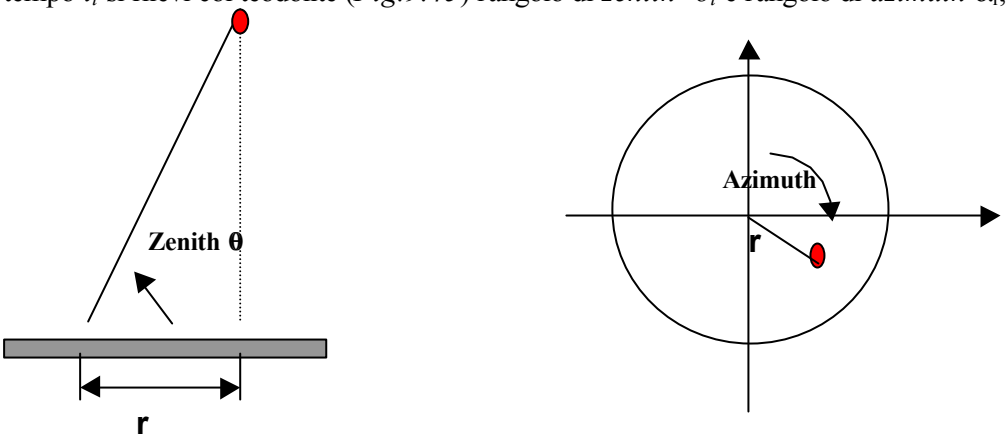

Fig. 9.45: coordinate rilevate dal teodolite

- se la velocità ascensionale è pari a v_a, al tempo t_i il pallone si troverà alla quota z_i, data dalla relazione:

$$z_i = z_{i-1} + v_a\left(t_i - t_{i-1}\right) \qquad [9.69a]$$

- dalla figure presentate sopra, si ha che:

$$r = z_i / \tan(\theta_i) \qquad x_i = r\sin\alpha_i \qquad y_i = r\cos\alpha_i \qquad [9.69b]$$

- dalla posizione tenuta dal pallone a due tempi successivi è possibile stimare la velocità e la direzione media del vento al tempo t_i (responsabile dello spostamento del pallone) con le relazioni seguenti:

$$vel = \frac{\sqrt{\left(x_i - x_{i-1}\right)^2 + \left(y_i - y_{i-1}\right)^2}}{t_i - t_{i-1}} \qquad [9.69c]$$

$$dir = \begin{cases} \arctan\left(\dfrac{\Delta x}{\Delta y}\right) + 180° & \text{si } \Delta x \geq 0, \Delta y \geq 0 \\ \arctan\left(\dfrac{|\Delta x|}{|\Delta y|}\right) + 360° & \text{si } \Delta x \geq 0, \Delta y < 0 \\ \arctan\left(\dfrac{|\Delta x|}{|\Delta y|}\right) & \text{si } \Delta x < 0, \Delta y < 0 \\ \arctan\left(\dfrac{|\Delta x|}{|\Delta y|}\right) & \text{si } \Delta x < 0, \Delta y \geq 0 \end{cases} \qquad [9.69d]$$

Dato che la tecnica è quasi completamente manuale e la posizione del pallone è determinata a vista, gli errori che si possono commettere dipendono dall'abilità dell'operatore. Comunque, vale la pena sottolineare che tale tecnica dovrebbe essere impiegata quanto gli altri tipi di sondaggio non sono impiegabili, o per ragioni tecniche o per ragioni economiche.

9.9.2 LE RADIOSONDE

Questa tecnica usa palloni molto simili ai palloni *pilot*, anche se di dimensione maggiore, e la sua caratteristica principale è quella di consentire l'aggancio al pallone di una *sonda non recuperabile* in cui sono integrati dei sensori per la misura della temperatura a bulbo secco (T_d), a bulbo umido (T_w) e per la misura della pressione, oltre che un sistema radiotrasmittente ridotto all'essenziale per trasmettere a terra i dati rilevati dagli strumenti a tempi fissi. Se si desidera, si può registrare la posizione del pallone durante il volo o attraverso un normale teodolite o più recentemente mediante un sistema *RADAR*. Prima del lancio, si rilevano tutte le variabili misurate dai sensori a bordo per averne i valori al suolo. Successivamente, il sistema di radiotrasmissione invia a terra i valori di tutte le variabili ai vari istanti t_i. Per associare il valore della temperatura e dell'umidità (anche della velocità e direzione del vento se si rileva anche la posizione spaziale della sonda) è necessario conoscere la altezza raggiunta dalla sonda stessa. A tale scopo, si impiega la relazione seguente (già vista al Cap.1):

$$z_i = z_{i-1} + 14.636\left[T_v^i + T_v^{i-1}\right] \cdot \ln\left(\frac{p_{i-1}}{p_i}\right) \qquad [9.70]$$

dove compaiono i valori di pressione, della temperatura a bulbo secco e a bulbo umido a due istanti successivi t_{i-1} e t_i.

Questa è attualmente la tecnica standard per la determinazione del profilo di temperatura e di umidità dell'aria e spesso con essa si determina pure il profilo in quota della velocità e direzione del vento. Analizzando i profili di temperatura e di umidità, è possibile individuare l'estensione verticale del *PBL*. Il problema insito in questa tecnica è il costo, dato che le sonde, anche se costruite in maniera estremamente economica, non sono recuperabili e ciò determina costi di gestione comunque elevati. Oltre a ciò, va rilevato il fatto che tale tecnica può ostacolare il normale traffico aereo.

Da ultimo va sottolineato che le variabili rilevate durante la salita della sonda sono di fatto *variabili istantanee* e quindi il loro profilo verticale sarà inevitabilmente abbastanza irregolare; pertanto, i profili rilevati dovranno essere opportunamente *filtrati numericamente* prima dell'uso.

9.9.3 PALLONE FRENATO

Il *pallone frenato,* è un piccolo aerostato ancora al suolo che può essere sollevato gradualmente e a volontà e che trasporta sensori meteorologici quasi convenzionali che misurano la temperatura ed umidità dell'aria, la pressione atmosferica e la velocità e direzione del vento. La trasmissione dei dati acquisiti dai differenti sensori meteorologici si realizza con cavi che raggiungono il suolo, ancorati al cavo principale che tiene il pallone in posizione e che consente al pallone di alzarsi ed abbassarsi a volontà. Chiaramente le quote che un tale sistema può ragionevolmente raggiungere sono relativamente basse (400÷800 m), tuttavia il fatto che possa esplorare con relativa libertà gli strati bassi del *PBL*, mediante una strumentazione sicuramente più completa di quella che è possibile mettere su una radiosonda, ne ha fatto uno strumento molto usato ed estremamente prezioso nelle campagne micrometeorologiche. Questo sistema (*Fig.9.46)*, però presenta alcuni seri problemi. Il primo problema risiede nel fatto che in situazioni di vento forte, l'aerostato tende a spostarsi molto in orizzontale, rendendo difficili e rischiose le manovre. Il secondo, molto grave, sta nel fatto che tale sistema è un serio pericolo alla navigazione aerea.

Fig.9.46: pallone frenato.

9.10 SISTEMI REMOTE SENSING

Non è possibile in questa sede presentare con dettagli esaurienti i diversi sistemi della famiglia *remote sensing*, per cui preferiamo fornire alcune informazioni essenziali e rimandare il lettore a testi specializzati sull'argomento. In sostanza i vari componenti di questa famiglia, ogni giorno più numerosa, basano il proprio funzionamento sull'emissione di onde acustiche o elettromagnetiche in aria e nell'analisi delle onde retrodiffuse. Il termine *remote-sensing* sta proprio ad indicare sensori che fisicamente si collocano sulla superficie terrestre, ma che sono in grado di studiare l'atmosfera sovrastante in maniera *remota*.

9.10.1 SODAR

Il *SODAR* è un sensore acustico in grado di misurare la velocità e la direzione del vento, la varianza della componente verticale del vento e, in un certo senso, anche il parametro di struttura C_T^2 lungo una colonna d'aria che può in pratica arrivare ad uno spessore di diverse centinaia di metri. Nella sua forma più semplice, il SODAR è costituito da tre o più antenne radiali, orientate lungo direzioni accuratamente scelte. I due tipi di SODAR più frequentemente usati differiscono nel numero e nella direzione delle antenne:

- SODAR "*tradizionali*", costituiti da tre (più raramente 4) antenne orientate in direzioni *diverse* (*Fig.9.47*);
- SODAR "*phased array*", costituiti da una griglia di antenne, tutte orientate lungo la verticale nel sito di misura (*fig.9.48*).

I due tipi di *SODAR* differiscono per il modo con cui viene sfruttato l'effetto fisico che ne spiega il funzionamento: lo spostamento *doppler* delle onde acustiche riflesse dai vari strati dell'atmosfera. Non è possibile in questa sede presentare in maniera esauriente la teoria su cui si basa il funzionamento del *SODAR*; al Lettore interessato si consiglia Mastrantonio (1996), Neff e Coulter (1985) ed i riferimenti ivi citati. Qui di seguito presentiamo una brevissima sintesi dei principi fisici di funzionamento di questo sistema.

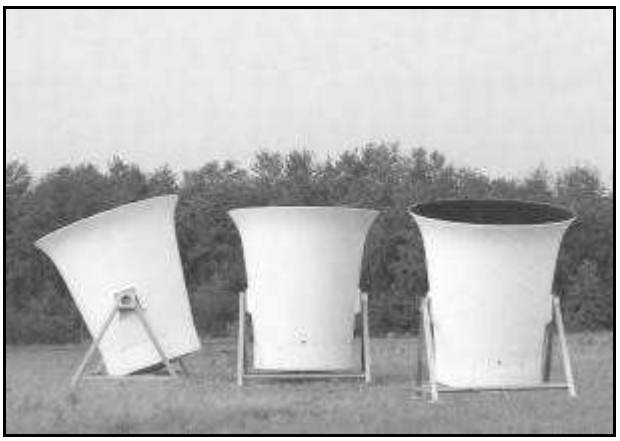

Fig. 9.47: SODAR tradizionale (Metek – GmbH)

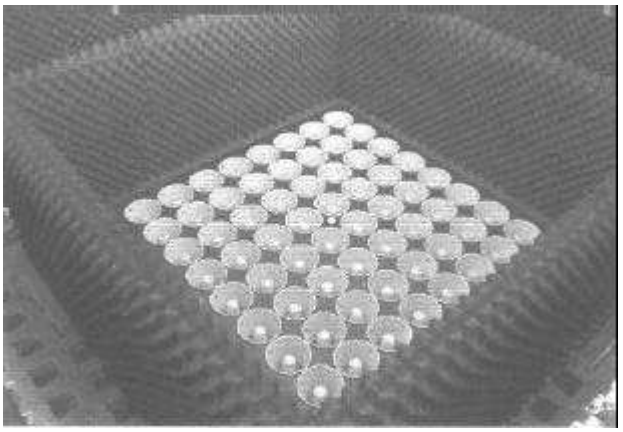

Fig. 9.48: SODAR phased array (Metek – GmbH)

Consideriamo inizialmente un'atmosfera stazionaria, con composizione e temperatura uniforme ed in cui siano completamente assenti fenomeni ondosi di ogni tipo. In un'atmosfera ideale di questo tipo, il suono si propaga attraverso un'alternanza di compressioni ed espansioni adiabatiche. Per descrivere una tale situazione è possibile impiegare il principio di conservazione della quantità di moto, dell'energia e della massa che conducono alla relazione seguente per la pressione:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c_0^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x_j^2} \qquad [9.71]$$

in cui c_0 è la velocità di propagazione dell'onda acustica. Si può dimostrare che:

$$c_0 = \sqrt{\gamma R T} \qquad [9.72a]$$

dove $\gamma = C_p/C_v = 1.4$ ed $R = 287 J.Kg^{-1}.K^{-1}$. Questa relazione consente di determinare la velocità del suono in un'atmosfera secca. Se invece in atmosfera è presente dell'umidità, espressa come tensione di vapore e, la (9.72a) verrà sostituita da:

$$c_0 = 20.05(1 + 0.19 e/p) \cdot \sqrt{T} \qquad [9.72b]$$

La soluzione generale della (9.71) è costituita da una sovrapposizione di onde sferiche che, a distanza sufficientemente grande dalla sorgente, possono essere considerate *onde longitudinali* (cioè onde in cui le oscillazioni delle particelle d'aria sono parallele alla direzione di propagazione).

Fin qui si è considerata un'atmosfera immobile. Se invece essa fosse in movimento con velocità V e se θ è l'angolo tra il moto medio delle masse d'aria e la direzione di propagazione dell'onda, la velocità del suono sarà pari a:

$$c = c_0 + V \cos\theta \qquad [9.72c]$$

Se un'onda acustica si propaga in un mezzo omogeneo ed isotropo, la sua propagazione avviene senza diffusione. L'atmosfera reale, però non è omogenea a causa della turbolenza che la contraddistingue. Dato che la velocità del suono dipende dal vento, dalla temperatura ed in misura minore dall'umidità, disomogeneità di vento e di temperatura sicuramente influiranno sulla propagazione del suono. Se consideriamo onde acustiche di frequenza compresa tra 1 e 3 kHz, le disomogeneità di velocità e di temperatura presenti in atmosfera potranno essere descritte completamente dalle funzioni di struttura $D_V(r)$ e $D_T(r)$ (si veda quanto detto al paragrafo 1.3.3.5) che, a loro volta, saranno descritti da:

$$D_v(r) = C_v^2 r^{2/3} \qquad [9.73a]$$
$$D_T(r) = C_T^2 r^{2/3} \qquad [9.73b]$$

dove r è la distanza tra due punti e C_V^2 e C_T^2 sono i parametri di struttura rispettivamente per la velocità del vento e la temperatura. Queste disomogeneità termiche e meccaniche causano la variazione dell'*indice di rifrazione acustica* e ciò dà luogo ad una *diffusione dell'onda acustica* stessa. Le onde acustiche sono molto più sensibili delle onde radio alle fluttuazioni dei parametri atmosferici e ciò ha due conseguenze pratiche:

- se si riesce a concepire un sistema acustico in grado di evidenziare queste disomogeneità, tale sistema le rileverà molto meglio di un sistema radio,

- questa forte diffusione, benefica nell'esaltare le fluttuazioni atmosferiche, causa una potenza diffusa molto alta e ciò inevitabilmente limita il raggio d'azione di un tale apparato. In effetti, se si indica con I_0 l'intensità di un'onda acustica, cioè l'energia che fluisce nell'unità di tempo attraverso un'area unitaria perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda, in un piano di riferimento, ad una distanza x da tale piano l'intensità dell'onda si ridurrà secondo la legge seguente:

$$I = I_0 e^{-\alpha x} \qquad [9.74]$$

in α è l'attenuazione (m^{-1}) .

Se, ad una distanza r dalla sorgente, un'onda acustica investe una zona di atmosfera in cui sono

presenti disomogeneità meccaniche e termiche, essa sarà soggetta alla diffusione. Se consideriamo un angolo θ rispetto alla direzione di propagazione dell'onda, la frazione di potenza acustica diffusa nella direzione θ per unità di superficie è data dalla relazione seguente:

$$d\sigma = \frac{0.055}{\lambda^{1/3}}\cos^2\theta\left[\frac{C_v^2}{c^2}\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)+0.13\frac{C_T^2}{T^2}\right]\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)^{-11/3} d\Omega \qquad [9.75]$$

in cui λ è la lunghezza d'onda. Da questa relazione emergono tre considerazioni di fondamentale importanza:

- l'energia acustica diffusa è somma di due termini, uno dovuto alle disomogeneità meccaniche (proporzionale a C_V^2) e l'altro alle disomogeneità termiche (proporzionali a C_T^2);

- entrambi i termini contengono la dipendenza da $cos\theta$ e ciò determina il fatto che non vi è diffusione per θ = 90°, cioè nella direzione perpendicolare alla propagazione dell'onda;

- il termine legato alle disomogeneità meccaniche include il fattore $cos^2(\theta/2)$, il che significa che tale termine non produce diffusione a 180°, cioè nell'eco di ritorno non c'è informazione delle disomogeneità meccaniche.

A questo punto è possibile delineare un possibile sistema in grado di determinare le disomogeneità termiche dell'atmosfera. Se un'antenna acustica invia brevi treni d'onda verso l'alto, la cui durata viene fissata usualmente tra 50 e 300 ms, e subito dopo la stessa antenna viene posta in ricezione, essa riceverà gli echi provenienti dall'interazione del pacchetto acustico con l'atmosfera mentre questo si propaga verticalmente. Tali echi vengono amplificati e corretti per tener conto della divergenza sferica dell'onda. L'intensità dell'eco viene quindi registrata in formato *facsimile* cioè l'eco ricevuto in funzione del tempo (e quindi della quota da cui proviene) viene riprodotto in una traccia verticale in cui la gradazione di grigio è funzione della intensità del segnale ricevuto. L'accostamento sequenziale di queste tracce consente di visualizzare la struttura dell'atmosfera nella sua evoluzione temporale, in modo simile alla visualizzazione del fondo marino e dei banchi di pesci nel caso dell'ecoscandaglio (Fig.9.49).

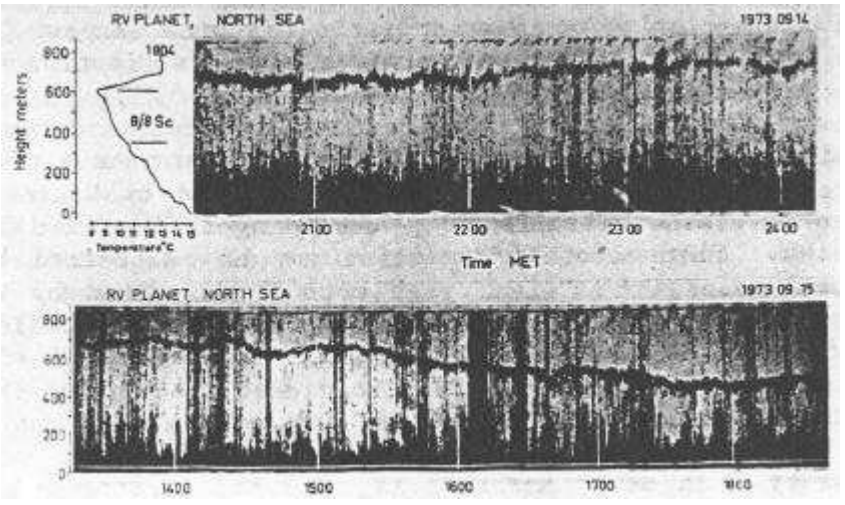

Fig. 9.49: un esempio di fac-simile.

Questo apparato consente quindi la produzione di *profili verticali di* C_T^2 che consentono di stimare la struttura verticale della turbolenza dovuta alle disomogeneità termiche. Dunque, in atmosfera adiabatica non esiste eco di ritorno; in atmosfera staticamente (e quindi dinamicamente) instabile l'eco è forte ed è dominato dalle fluttuazioni turbolente; in atmosfera staticamente stabile l'eco, generato dal gradiente di temperatura, è più attenuato ed è però modulato dalla stabilità dinamica. Ne consegue che *analizzando l'intensità delle onde di ritorno si possono ricavare informazioni sulle fluttuazioni turbolente di temperatura lungo la direzione di misura, e sul gradiente della temperatura potenziale*.

L'interazione tra onde acustiche e disomogeneità atmosferiche può anche portare a considerazioni differenti ed altrettanto utili. Quando un segnale acustico a frequenza singola viene trasmesso in una data direzione e investe una regione in cui i centri diffusori si muovono con velocità differenti, viene *retrodiffuso* con uno spettro di frequenze Doppler dipendente dal numero e dalle velocità dei diffusori. L'onda di ritorno, che ha uno sviluppo di Fourier diverso da quello di partenza, ha quindi dentro di se l'informazione dello stato con cui ha interagito e può essere messa in relazione alla geometria del mezzo diffusore, con un modello che descrive lo scattering dovuto a disomogeneità a piccola scala, dell'ordine della lunghezza d'onda del segnale. La componente della velocità del vento lungo l'asse della trasmissione dell'antenna è calcolabile facilmente mediante la teoria dell'effetto Doppler: se f_T è la frequenza del segnale sonoro trasmesso e questo colpisce il centro di scattering avente, rispetto al raggio d'azione dell'antenna, una velocità radiale v_r, il segnale ricevuto dall'antenna ha una frequenza f_r data dalla relazione:

$$f_r = f_T \frac{1 + v_r/c}{1 - v_r/c} \qquad [9.76a]$$

in cui c è la velocità del suono in aria, assunta costante (c=340m/s). Poiché $c \gg v_r$ la relazione precedente è approssimabile con:

$$f_r = f_T \cdot (1 + 2\, v_r/c) \qquad [9.76b]$$

Lo shift in frequenza è quindi pari a:

$$\Delta f = f_r - f_T = 2(v_r/c) f_T \qquad [9.76c]$$

Se la sorgente di scattering si sta avvicinando (allontanando), ovvero per venti diretti verso il basso (l'alto), segue $\Delta f>0$ ($\Delta f<0$). Dalla (9.76c) si ricava:

$$v_r = (c/2) \cdot (\Delta f / f_T) \qquad [9.76d]$$

Il problema della misura del vento si riduce quindi alla misura delle sue componenti tramite la determinazione delle derive Doppler con un sistema SODAR a più assi.

9.10.2 RASS

Il sistema radioacustico RASS è dedicato alla determinazione dei profili verticali di temperatura virtuale (*Fig.9.50*). Dettagli su tale sistema possono essere trovati in Kaimal e Finnigan (1994) e Bonino e Trivero (1982). Qui di seguito si descrivono sinteticamente i principi fisici su cui ci basa il

funzionamento di un tale sistema.

La misura del profilo termico verticale è basata *sull'interazione di onde acustiche ed elettromagnetiche nell'atmosfera*. Nella sua essenza il metodo consiste di un potente generatore acustico che lancia verso l'alto un breve treno d'onde sinusoidali. La velocità istantanea di questo segnale via via che si innalza dipende dalla radice quadrata della temperatura locale. Questa velocità viene continuamente rilevata da terra mediante un radar Doppler. Il rilevamento è reso possibile dal fatto che l'intensa pressione dell'onda acustica influisce localmente sull'indice di rifrazione elettromagnetico dell'aria in modo da dar luogo ad un radioeco. Il diagramma delle velocità misurate in funzione del tempo trascorso dal momento del lancio dell'impulso acustico, permette di tracciare direttamente l'andamento della temperatura in funzione della quota.

Fig. 9.50: Sistema integrato RASS-SODAR

Il suono è un'onda elastica che implica variazioni periodiche di pressione nel volume ove si propaga. Un'onda elettromagnetica che viaggia nell'aria è sensibile alla pressione di almeno due gas componenti, che sono dotati di momento polare: l'ossigeno e il vapor d'acqua. Il suo indice di rifrazione dipende dalla pressione e dalla temperatura dell'aria. Quando un'onda piana incontra una discontinuità tra due semispazi il cui indice di rifrazione varia di Δn_r, in corrispondenza di tale discontinuità tale onda presenta un indice di riflessione pari a $(\Delta n_r/2)^2$. Immaginiamo che questa discontinuità derivi da un'onda acustica che comprime ed espande l'aria adiabaticamente e che possieda una densità di potenza pari a S_a. Senza entrare nei dettagli, in questo caso:

$$(\Delta n_r/2)^2 = 1.51 \cdot 10^{-13} S_a \eta_a / T^2 \qquad [9.77]$$

dove η_a è l'impedenza acustica dell'aria (~ 420 Nsm^{-3} a 15ºC e al livello del mare). La (9.77) permette una valutazione quantitativa dell'effetto riflettente di un'onda acustica su un'onda elettromagnetica nell'ambito delle radiofrequenze. E' chiaro che si tratta di un fenomeno molto difficile da rilevare sperimentalmente; ad esempio per una densità di potenza acustica di 10 W/m^2 l'indice di rifrazione elettromagnetico varia di qualche decimilionesimo. Per realizzare un'esperienza che metta in luce il fenomeno occorre perciò usare una serie di accorgimenti atti a massimizzarlo. Si è quindi ricorsi alla soluzione schematizzata in Fig. 9.51.

Nel punto *P* è posto il generatore acustico che irradia verso l'alto un'onda sonora che, in assenza di

vento, si allarga in forma di calotta sferica. Quasi nello stesso punto P è posto un ricetrasmettitore radio. Quindi l'onda radio trasmessa consiste anch'essa di una calotta sferica che è praticamente coincidente con quella sonora e l'onda radio riflessa segue il percorso inverso focalizzandosi in P. In tal modo si ottimizza il trasferimento di energia radio riflessa dall'onda sonora. La riflessione è massimizzata realizzando la condizione di risonanza di Bragg: l'onda acustica e l'onda radio sono scelte in modo che la lunghezza della prima λ_a sia esattamente la metà di quella della seconda λ_r. Il suono è generato in forma di pacchetto monocromatico di N onde: questo pacchetto ha quindi la forma di N calotte concentriche. La variazione dell'indice di rifrazione comporta per ogni onda il coefficiente di riflessione radio $(\Delta n_r/2)^2$. L'onda radio, di lunghezza $\lambda_r = 2\lambda_a$, è riflessa in fase da ogni calotta. Il coefficiente di riflessione risultante è quindi dato da $N^2(\Delta n_r/2)^2$.

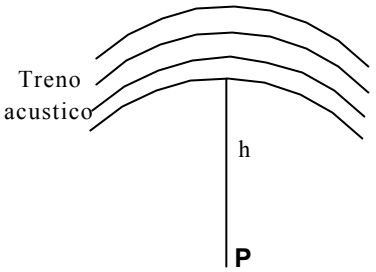

Fig.9.51: schema idealizzato di funzionamento del RASS.

Si considerino ora trasmettitore e ricevitore radio, muniti di antenne capaci di coprire lo stesso angolo solido dell'antenna acustica. Per la cofocalità del sistema e la postulata conservazione degli angoli solidi, il rapporto tra la potenza radio ricevuta e quella trasmessa risulterà :

$$P_r/P_t = 1.51\cdot 10^{-13} N^2 \left[P_a G_a \exp\left(-\int_0^h \alpha dh \right) \Big/ \left(4\pi h^2\right) \right] \eta_a / T^2 \qquad [9.78]$$

in cui P_a è la potenza acustica irradiata, G_a è il guadagno dell'onda acustica, α è il coefficiente di assorbimento acustico dell'aria e h è la quota di interesse. Nella (9.78) non compaiono parametri del sistema radio, ma solo parametri acustici e ambientali.

Si consideri ora il sistema di rivelazione noto col nome di *omodina*. Il trasmettitore emette un'onda continua ed il ricevitore è dotato di un mescolatore in cui vanno a *battere* una frazione del segnale trasmesso e, adeguatamente amplificato, il segnale d'eco. Siccome l'eco proviene da una superficie riflettente in moto rispetto all'osservatore, per effetto Doppler la sua frequenza differisce da quella del trasmettitore. Se $\vec{u}$ è la velocità della superficie riflettente, la frequenza di battimento risulta:

$$f_b = \left(\vec{u} \bullet \left(\overrightarrow{k_t} - \overrightarrow{k_r}\right)\right)/ 2\pi \qquad [9.79a]$$

dove $\overrightarrow{k_t}$ e $\overrightarrow{k_r}$ sono rispettivamente i numeri d'onda orientati dell'onda radio trasmessa e del radio-eco, nel punto di riflessione. Sulla base delle ipotesi qui introdotte, si ha che:

$$f_b = 2c/\lambda_r \qquad [9.79b]$$

in cui c è la velocità del suono. Da tale relazione si ottiene che:

$$c = f_b \lambda_r / 2 \qquad [9.79c]$$

che sappiamo essere prevalentemente dipendente dalla temperatura. Se con c_o si intende la velocità del suono alla temperatura T_o , si ha che

$$T = T_0 (c/c_0)^2 \qquad [9.79d]$$

Senza entrare nei dettagli, se l'apparato radioacustico è in grado di rilevare il profilo verticale della velocità del suono, mediante la relazione che esiste tra velocità del suono e la temperatura dell'aria (di cui la (9.79d) è una semplificazione) risulta determinabile di conseguenza il profilo verticale di temperatura.

La quota utile raggiungibile dai *RASS* dipende dall'assorbimento acustico dell'atmosfera. Quanto più questo è elevato, tanto meno intensa risulta l'eccitazione ondulatoria degli strati d'aria alle quote più elevate e la massima quota di misura diminuisce di conseguenza. Un limite pratico è pari a circa 700 m, con alcuni utenti che dichiarano di essere riusciti a compiere misure sino a 1200 m circa. Il *RASS* tende a funzionare in modo migliore in condizioni di aria umida. L'umidità dell'aria, infatti, diminuisce il potere di assorbimento acustico dell'atmosfera ed aumenta in modo conseguente l'intensità dell'eccitazione, che l'impulso radar può quindi "leggere" con molta maggior chiarezza.

9.10.3 WIND PROFILER

I profilatori radar della velocità del vento si basano (Kaimal e Finnigan, 1994) sulla controparte radio dell'effetto sfruttato dal *SODAR*. Un segnale radio, emesso in una direzione, subisce per una (minima) parte una riflessione retrograda, la cui intensità ed il cui spostamento doppler rispetto all'onda emessa forniscono informazioni utili sulla velocità media e sui momenti del secondo ordine della velocità del vento lungo la direzione di misura. Combinando diverse direzioni di misura è possibile ricavare una stima della velocità del vento in orizzontale, a varie quote sulla verticale.

Data la piccola intensità della riflessione dei segnali radar, se confrontati con le loro controparti sonore, il rapporto segnale/rumore è molto più basso nel caso dei profilatori, rispetto a quanto si può osservare con i SODAR. D'altra parte, il tempo di propagazione dei segnali radar è enormemente più basso di quello delle onde sonore e ciò permette una velocità di campionamento molto maggiore. A sua volta, questo permette una efficace eliminazione di buona parte del rumore originario ed a ciò il profilatore deve la sua esistenza nel mondo reale.

Un'applicazione alquanto interessante ed a priori un po' imprevedibile del profilatore radar nel campo della meteorologia per le reti di monitoraggio è il calcolo dello spessore dello strato rimescolato z_i . I profilatori, infatti, si dividono in due categorie a seconda delle frequenze radio impiegate. Il primo tipo, che permette misure a quote molto elevate, ha un passo tra le quote tanto grande da risultare di poca utilità nello studio del *PBL*. Il secondo tipo, che opera a frequenze dell'ordine dei 915 Mhz, pari a quelli usate in vari RASS, permette una risoluzione molto più fine del primo, e, soprattutto, è caratterizzato da una intensità di diffusione retrograda che cade praticamente a 0 sopra il *PBL*. La quota z_i può quindi essere stimata come quella che compete alla più alta misura di velocità del vento (significativamente) maggiore di zero. Maggiori dettagli si possono trovare in Chadwick e Gossard (1985) e Kropfli (1985).

9.11 ELABORAZIONE DI BASE DEI DATI METEOROLOGICI

Nella stazione meteorologica individuata resta aperto ancora un problema: come realizzare un Software che consenta:

- l'interrogazione dei vari sensori analogici,
- l'acquisizione dei segnali digitali, provenienti dai sensori digitali,
- la verifica di validità delle singole misure elementari,
- l'elaborazione dei vari dati elementari per ottenere i principali indicatori statistici di interesse (principalmente valori medi, varianze, covarianze),
- la verifica della realisticità degli indicatori statici così ottenuti,
- la stima dei principali parametri che definiscono la turbolenza del *PBL*,
- la presentazione all'utente delle informazioni meteorologiche ottenute,
- l'archiviazione locale dei dati acquisiti e delle elaborazioni realizzate,
- la trasmissione delle elaborazioni realizzate.

9.11.1 IL SOFTWARE DI GESTIONE DELLA STAZIONE METEOROLOGICA

Consideriamo per semplicità una stazione meteorologica al suolo, in cui *non* siano presenti sistemi *remote sensing*. Una tale stazione, di regola, dovrebbe essere equipaggiata sia con sensori di tipo tradizionale (a risposta lenta) che con sensori a risposta veloce, particolare l'anemometro ultrasonico. Per quanto riguarda i sensori remote sensing (*SODAR*, *RASS* e *WIND PROFILER*), attualmente essi costituiscono singolarmente o accoppiati più un sistema che sensori veri e propri , sono sempre dotati di un proprio sistema di calcolo e costituiscono a tutti gli effetti una stazione meteorologica separata che il Sistema Centrale di Controllo dovrà interrogare direttamente.

L'architettura *SW* della stazione meteorologica ha un'importanza fondamentale nella realizzazione di una stazione meteorologica moderna, sia essa di tipo micro-meteorologico che di tipo idrologico. Mentre nelle antiche stazioni meteorologiche automatiche il *SW* rivestiva un ruolo sostanzialmente marginale, relegato alla sola acquisizione dei segnali meteorologici e ad una loro sommaria pre-elaborazione, oggi quello che si richiede ad una stazione meteorologica di tipo automatico è decisamente più complesso. Per comprenderne la è opportuno analizzare schematicamente le funzioni.

Il compito teorico di una stazione meteorologica è l'acquisizione dei *segnali* provenienti dai sensori, la loro elaborazione per ottenere i rispettivi valori medi e gli altri parametri di interesse e la loro trasmissione ad un centro di controllo. Ci sono due problemi insiti in questa definizione funzionale. Il *primo problema* sta nel fatto che ciò che veramente interessa è conoscere i valori medi delle principali variabili meteorologiche e la loro variabilità nel tempo, descritta attraverso appropriati parametri. E' quindi fondamentale che il *SW* di stazione operi tenendo conto del fatto che dovrà *osservare* i segnali meteorologici in una finestra temporale di ampiezza *T* prefissata (*periodo di mediazione*, tipicamente 1 ora). Durante questo periodo di tempo dovrà raccogliere i dati elementari dai vari sensori presenti e, al termine del periodo, dovrà elaborarli, verificarne la validità, archiviarli localmente e consentirne la trasmissione. Il *SW* deve quindi operare un'elaborazione statistica dei dati elementari, ma perché tale elaborazione abbia un senso statistico, è necessario che il numero di campioni elaborati sia sufficientemente elevato. Da qui sorge il *secondo* problema. Il numero dei campioni di segnale considerati dipende dalla frequenza f_c a cui vengono interrogati i sensori (*frequenza di*

campionamento). A sua volta tale frequenza di campionamento dipende dalla velocità di risposta dei vari sensori. Normalmente i sensori presenti attualmente in una stazione meteorologica sono sia di tipo veloce che di tipo lento e ciò richiede, in generale, due frequenze di campionamento differenti. Alla luce di quanto detto, il SW di stazione opererà nel modo seguente:

- acquisirà dati meteorologici per un periodo di tempo pari a *T;*
- detto f_{cl} la frequenza di campionamento dei sensori lenti e f_{cv} quella dei sensori veloci, acquisirà $N_1=f_{cl}\cdot T$ dati da ogni sensore lento presente ed $N_2= F_{cv}\cdot T$ dati da ogni sensore veloce;
- alla fine del periodo elaborerà tutti i dati acquisiti;
- li archivierà localmente e li predisporrà per un loro prelievo da parte del sistema centrale di controllo.

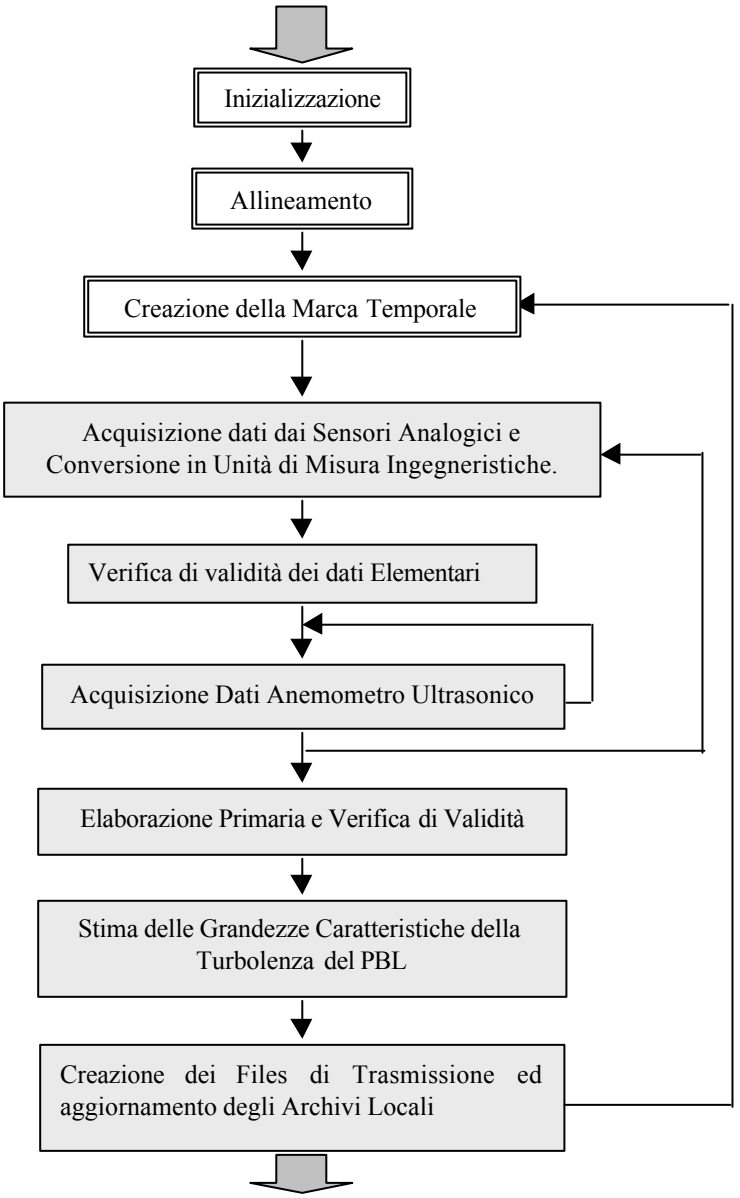

Fig. 9.52: struttura funzionale del SW di una Stazione Meteorologica.

Si vede quindi che il *SW* presenta un Ciclo (*loop*) Primario che scandisce i vari periodi di mediazione.

All'interno di tale *loop* si annida un *loop secondario* (che si ripeterà N_1 volte) corrispondente all'acquisizione dei segnali lenti ed infine all'interno di quest'ultimo si collocherà un *loop terziario* (che si ripeterà N_1/N_2 volte) corrispondente all'acquisizione dei segnali veloci. Come è chiaro, perché tutto funzioni è necessario che N_1/N_2 sia un numero intero. Tutto ciò risulta chiaro nello schema di *Fig.9.52* che illustra i vari blocchi di cui dovrebbe essere costituito il *SW* di stazione. Qui di seguito verranno analizzati nel dettaglio tutti questi blocchi funzionali.

9.11.1.1 Inizializzazione

Questa funzione viene eseguita all'atto dello *start-up*, cioè nel momento in cui il sistema acquisisce una serie di informazioni indispensabili per il funzionamento. Senza entrare in una specifica implementazione, qui di seguito vengono elencate le principali caratteristiche di tale blocco.

Temporizzazione dell'acquisizione

Al sistema deve essere fornito il periodo di mediazione T, la frequenza di campionamento dei sensori lenti f_{cl} e la frequenza di campionamento dei sensori veloci f_{cv}. E' opportuno che f_{cl} non sia inferiore a 0.1 Hz (preferibilmente 0.5 o 1 Hz), mentre, per quanto riguarda f_{cv}, gli anemometri ultrasonici attuali assicurano valori superiori a 10 Hz, valore quest'ultimo consigliabile come buon compromesso. Il sistema deve verificare che il rapporto f_{cv}/f_{cl} sia un *numero intero*. Se ciò è verificato, il *SW*, per ogni *loop primario*, realizzerà $N_1=f_{cl}T$ cicli secondari di acquisizione dei sensori lenti e per ogni ciclo secondario realizzerà $M=f_{cl}/f_{cv}$ cicli terziari di acquisizione dei sensori veloci.

Per quanto riguarda il periodo di mediazione, va rilevato che a priori non ci sarebbero restrizioni al suo valore, se non che tale valore deve consentire di catturare il fenomeno meteorologico che si sta analizzando. Come visto però, in Micrometeorologia, T dovrà attestarsi nell'intervallo 15-60 minuti. Seguendo US-EPA (1987), è conveniente assumere come periodo di mediazione 60 minuti, anche se valori usabili (meno frequentemente) sono 15 e 30 minuti.

Curve caratteristiche dei sensori

Consideriamo inizialmente i sensori meteorologici convenzionali, come l'anemometro a coppe, il sensore di direzione del vento di tipo vane, i termoigrometri, i barometri, i radiometri globali, i radiometri netti ed i pluviometri. Ognuno di essi, sia direttamente, sia dopo un condizionamento preliminare del segnale, può essere visto come un produttore di un segnale elettrico analogico; frequentemente questo segnale è una tensione, ma non è raro incontrare segnali in corrente. Il *SW* di stazione deve quindi, in fase di inizializzazione, acquisire per ogni sensore una procedura che gli consenta ad ogni acquisizione di trasformare un segnale elettrico nel corrispondente segnale meteorologico. Normalmente tale procedura è costituita da due polinomi di grado non elevato (generalmente non superiore al quinto) e da un valore di soglia e funziona nel modo seguente:

- sia V il generico segnale elettrico proveniente da un generico sensore,

- sia V_0 il segnale di soglia,

- se $V > V_0$, allora la variabile meteorologica sarà data dal polinomio seguente:

$$M = a_0 + a_1 V + a_2 V^2 + a_3 V^3 + a_4 V^4 + a_5 V^5$$

- altrimenti, dal polinomio seguente:

$$M = b_0 + b_1 V + b_2 V^2 + b_3 V^3 + b_4 V^4 + b_5 V^5$$

Per quanto riguarda i sensori veloci, che nella stragrande maggioranza dei casi si riduce all'anemometro ultrasonico, normalmente i costruttori dotano tali sensori di uscite digitali costituite da valori numerici che si trasformano in misure meteorologiche espresse in unità fisiche attraverso trasformazioni anch'esse di tipo polinomiale e più frequentemente addirittura lineari.

Intervallo di accettazione dei dati meteorologici elementari

Il *SW* deve poter discriminare tra dati meteorologici elementari *teoricamente* validi e dati sicuramente erronei. In effetti in una stazione meteorologica è possibile che alcuni segnali provenienti dai sensori in realtà siano il prodotto di situazioni anomale. Può capitare, infatti, che si inducano disturbi elettromagnetici tali da sovrapporre al segnale un rumore tanto grande da renderlo completamente falsato. Può anche capitare che al posto del segnale, giunga al Data Logger un rumore elettrico completamente estraneo al segnale stesso. Perché il *SW* possa in qualche modo discriminare queste situazioni è indispensabile definire per ogni grandezza meteorologica un intervallo entro cui si può ritenere che il valore corrispondente acquisito abbia senso fisico. In pratica, per ogni variabile meteorologica considerata si deve definire un valore minimo ed un valore massimo consentito. La definizione degli estremi di tale intervallo deve essere realizzata tenendo conto di due criteri complementari:

- una variabile non può assumere valori *fisicamente* irrealistici (es. una temperatura inferiore a 0 K, una pressione negativa, una radiazione globale superiore a 1370 $W{\cdot}m^{-2}$, un'umidità relativa negativa, ecc);

- una variabile non può assumere valori *climatologicamente* irrealistici. Determinare questi criteri è decisamente più delicato visto che variano da luogo a luogo. Se una temperatura di -40°C è compatibile con una stazione meteorologica posta in Alta Montagna, non lo è per una stazione meteorologica posta sulle rive di un lago alle medie latitudini e così via. Maggiore è la conoscenza climatologica del territorio in cui si pone la stazione meteorologica, maggiore sarà il livello di confidenza con cui sarà possibile stabilire questi limiti. Va però ricordato che i dati climatoloci disponibili si riferiscono sempre a valori medi su periodi abbastanza lunghi (tipicamente 1 ora). Non sarebbe corretto che tali valori venissero confrontati con i valori istantanei acquisiti dalla stazione. Pertanto se F è un generico valore climatologico che si intende utilizzare, è opportuno ricordare che i valori istantanei che lo hanno generato staranno con elevata probabilità in un intervallo

  $$F + \alpha\sqrt{F} \div F - \alpha\sqrt{F}$$

  dove α è una costante da fissare (es. $\alpha = 1$)

Denominazione dei files di dati

Un'informazione indispensabile al *SW* è la struttura del nome dei file prodotti dall'elaborazione. Senza entrare nel dettaglio di implementazioni specifiche, va detto che i file principali prodotti dal *SW* di stazione saranno file di tipo orario. Per consentire al Sistema di Controllo Centrale il loro riconoscimento in fase di acquisizione, è necessario che il loro nome contenga le informazioni seguenti: anno, mese, giorno, ora e sigla della stazione meteorologica che si sta considerando. E' proprio quest'ultima informazione che il *SW* deve acquisire nella fase di inizializzazione. Normalmente in tale fase viene indicato al *SW* anche in quale directory porre questi archivi orari, in modo che il Sistema di Controllo Centrale sia in grado di ritrovarli o di verificarne la non esistenza.

9.11.1.2 Allineamento temporale

Anche questo blocco funzionale viene eseguito allo *start-up* del sistema. La sua funzione è ovvia. Un *data base*, in generale, deve essere una *collezione ordinata di informazioni* e a questa logica deve attenersi anche la base dati meteorologica generata dalla stazione meteorologica. Dato che il periodo di mediazione è T, tale finestra temporale non potrà essere posta a caso sull'asse dei tempi. Per chiarire il concetto si faccia riferimento a quanto segue. Le scadenze canoniche per il *SW* sono all'inizio di ogni ora. Nell'ora verranno aperte dal sistema $M=3600/T$ (T in secondi) finestre temporali. Se l'acquisizione viene attivata ad un generico istante t, il sistema individua qual è l'istante in cui deve terminare il periodo di campionamento corrente (t_M). In questo modo è definito il numero di campioni di segnale che potranno essere ottenuti nel periodo di mediazione corrente. Nel caso dei sensori lenti tale numero sarà $n_l = (t_M - t) f_{cl}$, mentre nel caso dei sensori veloci sarà $n_v = (t_M - t) f_{cv}$. Pertanto il *SW* agirà nel modo seguente:

- se sia n_l che n_v sono superiori ad una valore minimo prestabilito (per es. il 70% del valore teorico), allora l'acquisizione procederà,

- in caso contrario il *SW* attenderà ad iniziare l'acquisizione finché non si raggiunge l'istante t_M.

9.11.1.3 Creazione della marca temporale

Ad ogni ciclo primario, cioè all'inizio di ogni periodo di mediazione, il *SW* deve crearsi una *label* temporale con cui classificare le elaborazioni che verranno realizzate. Questa *label* caratterizza quindi in maniera compatta la finestra temporale che si apre per l'acquisizione e la elaborazione. A priori ci sono diverse possibilità. La *label* potrebbe essere l'istante iniziale dell'intervallo di mediazione oppure quello finale. In generale è invalso nell'uso attribuire al periodo di mediazione una *label* corrispondente all'inizio del periodo stesso. Se si considerano tempi di mediazione orari (cosa quasi del tutto generale) le *label* possibili andranno da 0 a 23, intendendo per esempio il periodo contraddistinto dalla *label* 13 il tempo di mediazione che inizia alle ore 13:00 e termina alle 13:59:59,999. In generale tale *label*, in un modo o in un altro entra nella composizione del nome del file orario.

9.11.1.4 Cicli di acquisizione

Una volta stabilita la *label* temporale appropriata, il *SW* deve acquisire le misure provenienti dai sensori lenti e da quelli veloci. Le operazioni che dovrà fare per acquisire i sensori lenti sono le seguenti:

- acquisizione dei segnali dal Data Logger. In realtà questa operazione è multipla e dipende nello specifico dal tipo di data logger presente nella stazione meteorologica. In generale, si dovranno interrogare ordinatamente i vari canali di ingresso del Data Logger e memorizzare i valori che risultano dalla conversione A/D effettuata dal Data Logger stesso. Se in un canale il segnale risulta indisponibile, il *SW* dovrà riconoscere questa situazione e attribuire al segnale corrispondente un valore convenzionale di dato non rilevato (es. -9999.)

- conversione dei segnali in unità ingegneristiche. Tutti i segnali disponibili sono fin qui espressi come valore di una grandezza elettrica (per es. una tensione). Il *SW* dovrà, a questo punto, convertire tali valori elettrici in valori che abbiano un significato meteorologico attraverso l'impiego delle curve caratteristiche acquisite nella fase di inizializzazione. Il SW dovrà inoltre rilevare i segnali non disponibili ed attribuire alle analoghe variabili un valore convenzionale di -9999. A questo punto il sistema ha acquisito una serie di dati meteorologici *elementari*, cioè

virtualmente istantanei, base delle successive elaborazioni.

- verifica di validità dei dati istantanei Una volta acquisito, ogni valore istantaneo disponibile viene confrontato con il corrispondente intervallo di accettazione, conosciuto dal *SW* nella fase di inizializzazione. Se il dato istantaneo si colloca all'esterno di tale intervallo, il *SW* riconosce tale valore come erroneo e lo sostituisce col valore convenzionale -9999. Un caso particolare è dato dalla velocità e dalla direzione del vento. Fisicamente è evidente che il vento è una variabile vettoriale e se si rivela in termini polari attraverso un anemometro a coppe e un vane è necessario che permanga la vettorialità della misura. Pertanto, se in presenza di un dato di velocità del vento disponibile e realistico il contemporaneo valore di direzione o non è disponibile o è irrealistico, allora entrambe le variabili devono essere poste dal *SW* al valore convenzionale di -9999. Analogamente si opera nel caso in cui sia la velocità del vento a essere irrealistica o indisponibile in presenza di un dato di direzione valido

Una volta acquisito un insieme di valori istantanei (uno da ogni sensore lento presente nella stazione), il *SW* deve realizzare un ciclo di interrogazione dei sensori veloci. Come detto per ogni insieme di valori "lenti" dovranno essere acquisiti f_{cv}/f_{cl} valori "veloci". Anche in questo caso le operazioni che il *SW* dovrà realizzare sono le stesse già effettuate per i sensori lenti, cioè:

- acquisire i dati (normalmente da una porta seriale)
- convertire i valori acquisiti in unità meteorologiche
- verificare la validità dei dati istantanei.

9.11.2 ELABORAZIONE DI BASE DEI DATI

Una volta concluso il Controllo di qualità, i dati elementari validi (cui non è stato attribuito il codice di non validità, frequentemente corrispondente a -9999.9) raccolti nell'intervallo di mediazione dovranno subire un'elaborazione primaria per determinare il valore dei *principali indicatori statistici* di interesse, che sono i *valori medi* e le *varianze*. Quando i dati provengono da sensori dedicati alla determinazione diretta della turbolenza (come per esempio l'anemometro sonico) le elaborazioni saranno più complesse e richiederanno anche la stima delle covarianze, tuttavia di ciò si tratterà estesamente nel Cap.10 a proposito della tecnica *Eddy-Covariance*. La condizione necessaria per poter effettuare l'elaborazione primaria è che il numero di dati validi disponibili nel periodo di mediazione considerato sia *sufficiente dal punto di vista statistico*. US-EPA (1987) consiglia di effettuare l'elaborazione primaria dei dati solo se le misure elementari disponibili nel periodo di mediazione sia non inferiore al 75% del numero di dati teorici del periodo. Per esempio, se consideriamo un periodo di mediazione di 1 ora ed acquisiamo con una frequenza di campionamento di 0.5 Hz, il numero teorico di dati che dovrebbero essere disponibili nel periodo è 1800 ed il numero minimo necessario per poterne realizzare l'elaborazione primaria è 1350.

9.11.2.1 Elaborazione primaria di misure scalari

Per le grandezze scalari come per esempio la temperatura, l'umidità, la radiazione globale, la radiazione netta e la pressione, gli indicatori statici di interesse sono:

- il valor medio,
- la varianza (o la deviazione standard),

- la covarianza tra variabili scalari.

La *stima del valore medio* (cioè il valore atteso della media) di una generica variabile scalare T (per esempio la temperatura dell'aria oppure di una delle tre componenti del vento qualora si utilizzi un anemometro triassiale) si realizza impiegando il normale concetto di media aritmetica, cioè detto N il numero di dati validi nel periodo e T_j il generico dato istantaneo, il valor medio della variabile sarà dato da:

$$\overline{T} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} T_j \qquad [9.80]$$

La *stima della varianza* della variabile T (cioè il valore atteso della varianza) sarà data dalla relazione:

$$\sigma_T^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{j=1}^{N}\left[T_j - \overline{T}\right]^2 \qquad [9.81a]$$

Va rilevato che nella (9.81a) non c'è normalmente molta differenza tra N ed $N-1$, per cui per la stima della varianza più frequentemente si impiega la relazione:

$$\sigma_T^2 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left[T_j - \overline{T}\right]^2 \qquad [9.81b]$$

Dal punto di vista numerico le due formulazioni proposte sono corrette, anche se il loro utilizzo entro un programma di elaborazione può richiedere tempi di calcolo relativamente lunghi. E' facile dimostrare che la relazione seguente è del tutto equivalente:

$$\sigma_T^2 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} T_j^2 - \overline{T}^2 \qquad [9.81c]$$

che però consente una programmazione molto più efficiente, anche se è possibile che si introducano errori di arrotondamento rilevanti. Pertanto l'uso corretto di una tale relazione richiede parecchia attenzione. Una volta nota la varianza della variabile T, la *relativa deviazione standard* è semplicemente la radice quadrata della varianza.

Se si considerano due variabili meteorologiche scalari x e y, la *stima della loro covarianza* (cioè il valore atteso della covarianza) sarà dato dalla relazione seguente:

$$\overline{x'y'} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left[\left(x_j - \overline{x}\right)\cdot\left(y_j - \overline{y}\right)\right] \qquad [9.82a]$$

Questa relazione, corretta dal punto di vista matematico, può essere pesante quando implementata in un programma di calcolo. Come nel caso della (9.81c), anche in questo caso è possibile ottenere una relazione molto più efficiente per la stima della covarianza, rappresentata dalla relazione seguente:

$$\overline{x'y'} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_j y_j - \overline{x}\cdot\overline{y} \qquad [9.82b]$$

che però richiede una certa attenzione per la possibile presenza di notevoli errori di arrotondamento.

9.11.2.2 Elaborazione primaria delle misure convenzionali di vento

In questo paragrafo considereremo solo i dati provenienti o dalla coppia anemometro a coppe-vane o da un anemometro triassiale meccanico (come l'anemometro Gill UVW). Nel primo caso i dati elementari disponibili saranno costituiti da (u_j,θ_j) dove u_j è il modulo della proiezione sull'orizzontale del vettore vento e θ_j è la direzione di provenienza del vento rispetto al Nord. Si definisce *velocità scalare media del vento* la variabile seguente:

$$V_{scal} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} u_j \qquad [9.83]$$

e la relativa *deviazione standard* sarà pari a:

$$\sigma_{vel} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left(u_j - V_{scal}\right)^2} \qquad [9.84]$$

Considerando veramente il vento come una variabile vettoriale (bidimensionale, in questo caso), è anche possibile una diversa definizione di vento medio. In particolare, in corrispondenza ad ogni coppia (u_j, θ_j) è possibile definire le due componenti orizzontali del vettore vento, la componente v_{xj}, diretta lungo l'asse x (con orientamento *W-E*, positivo verso *E*) e la componente v_{yj}, diretta lungo l'asse y (con orientamento S-N, positivo verso Nord), nel modo seguente:

$$v_{xj} = -u_j\, sen(\theta_j) \qquad v_{yj} = -u_j \cos(\theta_j) \qquad [9.85]$$

Una volta definite le componenti cartesiane orizzontali del vettore vento, la velocità vettoriale del vento è definita nel modo seguente:

$$V_{vet} = \sqrt{\left\{\left(\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} v_{xj}\right)^2 + \left(\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} v_{yj}\right)^2\right\}} \qquad [9.86]$$

Per la *direzione media del vento* sono state proposte varie definizioni possibili (es. US_EPA 2000). Una delle definizioni più interessanti e più usate è la seguente *(direzione media prevalente del vento)*:

$$\overline{\theta_p} = \tan^{-1}\left(U_x / U_y\right) + \phi \qquad [9.87a]$$

dove:

$$\phi = \begin{cases} +180° & \text{se} \tan^{-1}\left(U_x/U_y\right) < 180° \\ -180° & \text{se} \tan^{-1}\left(U_x/U_y\right) \geq 180° \end{cases} \qquad [9.87b]$$

e

$$U_x = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{v_{xj}}{\sqrt{\left(v_{xj}\right)^2 + \left(v_{yj}\right)^2}}\right) \qquad U_y = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{v_{yj}}{\sqrt{\left(v_{xj}\right)^2 + \left(v_{yj}\right)^2}}\right) \qquad [9.87c]$$

Un'altra definizione usata, detta *direzione media vettoriale del vento,* è la seguente:

$$\overline{\theta_v} = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} v_{xj}}{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} v_{yj}}\right) + \Phi \qquad [9.88]$$

dove Φ è sempre calcolabile mediante la (9.87b) .

Se il sensore che misura la direzione del vento ha una dinamica accettabile, sarà anche possibile una stima della *deviazione standard della direzione del vento*. Non è immediato definire un metodo univoco per la determinazione della deviazione standard (o della varianza) della direzione di provenienza del vento, dato che la direzione del vento è una *variabile circolare*. Per una introduzione all'analisi statistica dei dati circolari si rimanda a Fisher (1993), mentre in Weber (1991e 1997), in Ibarra (1995) e Fisher (1987) vengono trattati i problemi specifici della direzione del vento. Il risultato di tutto questo lavoro analitico è stata l'individuazione di parecchi metodi operativi per il calcolo della deviazione standard della direzione del vento (Weber, 1992; Mori, 1986). Dal confronto eseguito sui differenti metodi proposti (come si può vedere in Turner,1986) sono emerse nella pratica corrente due definizioni molto usate. La prima definizione è normalmente nota come *deviazione standard della direzione del vento secondo Yamartino* (Yamartino,1984) ed è definita nel modo seguente:

$$\sigma_{\theta 1} = sen^{-1}(\varepsilon)\cdot\left[1 + 0.1547\varepsilon^3\right] \qquad [9.89a]$$

dove:

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \left\{\left(\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{v_{xj}}{\sqrt{(v_{xj})^2 + (v_{yj})^2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{v_{yj}}{\sqrt{(v_{xj})^2 + (v_{yj})^2}}\right)^2\right\}} \qquad [9.89b]$$

Va immediatamente sottolineato che la relazione precedente fornisce la deviazione standard della direzione del vento in *radianti*. La seconda definizione è nota come *deviazione standard della direzione del vento secondo Campbell* ed è espressa dalla relazione:

$$\sigma_{\theta 2} = 81\cdot\left(1 - V_{vet}/V_{scal}\right) \qquad [9.90]$$

ed il risultato è dato in *gradi sessagesimali.*

Nel caso in cui si utilizzi un anemometro triassiale meccanico, i dati disponibili saranno le terne (v_{xj}, v_{yj}, v_{zj}). Pertanto, la *velocità media scalare del vento* sarà data dalla relazione seguente:

$$V_{scal} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\sqrt{(v_{xj})^2 + (v_{yj})^2} \qquad [9.91]$$

e la relativa *deviazione standard* sarà data da:

$$\sigma_{vel} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left\{\sqrt{(v_{xj})^2 + (v_{yj})^2} - V_{scal}\right\}^2} \qquad [9.92]$$

Per la determinazione della *velocità media vettoriale del vento* si utilizzerà ancora la (9.86), per la *direzione prevalente* la (9.87), per la *direzione vettoriale media* la (11.9) e per *le deviazioni standard della direzione del vento* le (9.89) e (9.90).

Dato che un anemometro triassiale consente la misura della componente del vento v_{zj}, il valore medio di tale componente sarà determinato dalla (9.80) e la relativa deviazione standard dalla (9.81). Le covarianze fra le componenti orizzontali del vento e la componente verticale potranno essere valutate mediante la (9.83).

9.11.3 CONTROLLO DI QUALITÀ DELLE ELABORAZIONI PRIMARIE

Una volta ottenute le stime derivanti dall'elaborazione primaria, il *SW* deve verificare se tali elaborazioni sono **certe** o **incerte**. La procedura su cui si fonda questo tipo di verifica non è finora completamente standardizzata, ma deriva più che altro da considerazioni di tipo climatologico relative alla *persistenza* delle misure. Perché essa sia veramente efficace, è necessario disporre di una buona conoscenza della climatologia locale. In assenza presentiamo una metodologia derivata da quanto proposto in US-EPA (1987) e (2000). Ogni verifica ha come oggetto il valor medio (o cumulato nel caso delle precipitazioni) delle variabili di interesse, riferite all'intero periodo di mediazione. Naturalmente tutto questo si riferisce al caso in cui sia stato possibile calcolare il valor medio di periodo. La procedura prende in considerazione ogni singola variabile meteorologica e per essa esegue le verifiche seguenti.

Velocità e Direzione del vento
Il dato di velocità e direzione media del vento nel periodo di mediazione risulta **incerto** se:
- se la velocità del vento è negativa o è superiore a 25 $m \cdot s^{-1}$;
- la velocità del vento non varia per più di 0.1 $m \cdot s^{-1}$ per 3 ore consecutive;
- la velocità del vento non varia per più di 0.5 $m \cdot s^{-1}$per 12 ore consecutive;
- la direzione del vento è negativa o superiore a 360°;
- la direzione del vento non varia per più di 1° per 3 ore consecutive;
- la direzione del vento non varia per più di 10° per 18 ore consecutive.

Temperatura
Il valor medio della temperatura risulta **incerto** se:
- cambia per più di 5°C in valore assoluto rispetto all'ora precedente;
- non varia per più di 0.5°C per 12 ore consecutive.

Umidità relativa
Il valor medio dell'umidità relativa risulta **incerto** se sta al di fuori dell'intervallo 15-100%

Pressione atmosferica
Il valor medio della pressione risulta **incerto** se:
- è superiore a 1060 hPa al livello del mare;
- se è inferiore a 940 hPa al livello del mare (questo valore ed il precedente dovrebbero essere riportati ai valori corrispondenti alla quota altimetrica della stazione);

- cambia per più di 6 hPa in valore assoluto in 3 ore.

Precipitazione
Il valore cumulato nel periodo di precipitazione risulta **incerto** se:
- è superiore a 25 $mm \cdot h^{-1}$
- è superiore a 100 mm in 24 ore

Ovviamente questi limiti devono essere verificati con i dati climatologici del sito in esame.

Radiazione Globale
La radiazione globale media di periodo risulta **incerta** se:
- è negativa;
- è positiva di notte;
- è maggiore del massimo dato possibile per la data della misura e per la latitudine della stazione meteorologica.

Radiazione Netta
La radiazione netta media di periodo risulta **incerta** se:
- è maggiore della radiazione globale;
- è maggiore del massimo possibile per la data della misura e per la latitudine della stazione meteorologica.

Spesso possono capitare delle situazioni che vengono "accettate" da questo controllo di qualità *in line*, ma che evidenziano problemi nella strumentazione della stazione meteorologica. Due situazioni tipiche sono costituite dalla misura di Radiazione Solare Globale e di Radiazione Netta. Entrambi i sensori producono misure il cui grado è direttamente proporzionale al livello di pulizia delle cupole e comunque delle superfici che intercettano la radiazione. Inoltre, è possibile che i vari sensori presentino un deterioramento progressivo, senza che ci si possa accorgere di ciò.

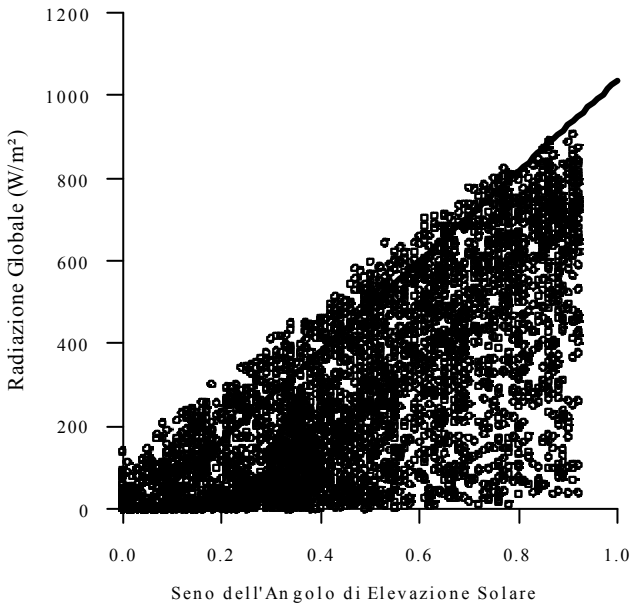

Fig.9.53: situazione caratteristica di un radiometro Globale ben funzionante.

Per la Radiazione Solare Globale è possibile periodicamente mettere in atto una procedura di verifica articolata nei passi seguenti:

- si costruisce un grafico in cui l'asse $\underline{x}$ è l'angolo di elevazione solare e l'asse $\underline{y}$ è la Radiazione Solare Globale misurata (R_g). Si ponga in tale grafico la curva della Radiazione Globale Massima (con copertura nuvolosa nulla) in funzione dell'angolo di elevazione solare ottenuta, per esempio, con la relazione (3.92) in cui si è posto N=0 (N= frazione di cielo coperto);

- si pongano nel medesimo grafico i valori di R_g misurati nel periodo;

- la calibrazione del radiometro ed il suo funzionamento sono buoni se i dati medi misurati risultano *ben distribuiti attorno alla curva teorica* con la maggior parte di essi localizzata *sotto* tale curva e solo pochi *sopra*.

Nella *Fig.9.53* è presentato un caso di un Radiometro Globale ben funzionante, mentre nella *Fig.9.54* è presentato un caso di un Radiometro Globale ben al di sotto della soglia di accettabilità.

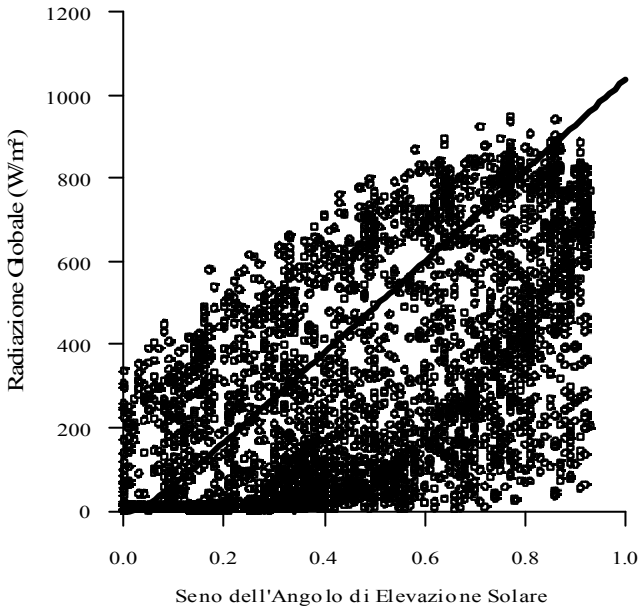

Fig.9.54: situazione caratteristica di un radiometro Globale mal funzionante.

Anche per la Radiazione Netta è possibile mettere in atto una strategia di controllo periodico simile. In pratica, per il periodo considerato, si realizza un grafico in cui:

- sull'asse x si pone il valore medio orario di R_N misurato e
- sull'asse y il valore calcolato impiegando le relazioni analitiche presentate al Cap 3.

In una situazione in cui il Radiometro Netto funziona correttamente, i punti nel grafico dovrebbero collocarsi attorno alla retta $y = x$. Se, invece, il sensore presenta problemi nel suo funzionamento, i punti dovrebbero stare in una *fascia* abbastanza larga attorno alla retta $y = x$, *presentando anche un andamento non lineare.* In effetti è quello che si individua analizzando la *Fig.9.55* che raccoglie le misure da un radiometro netto non funzionante correttamente.

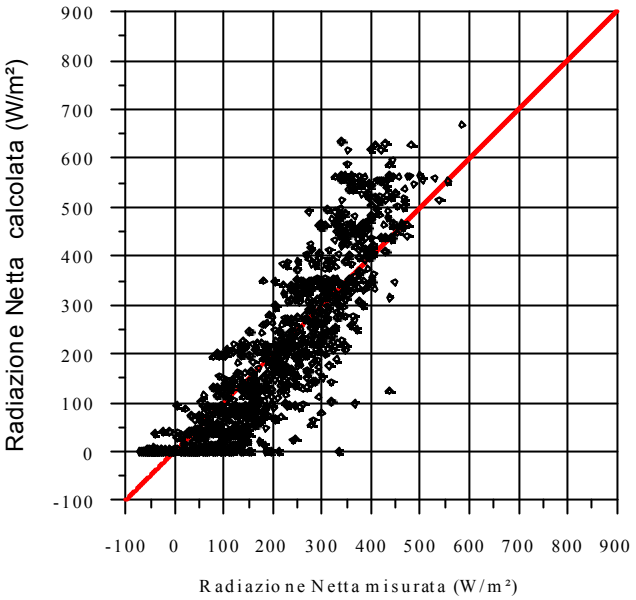

Fig.9.55: situazione di un Radiometro Netto non funzionante in maniera corretta.

9.11.4 *STIMA DEI PARAMETRI CHE CARATTERIZZANO LA TURBOLENZA*

Una volta determinati i principali indicatori statistici (medie, varianze e covarianze) delle differenti variabili meteorologiche misurate nella stazione meteorologica, il passo successivo è costituito dalla stima dei parametri che caratterizzano la turbolenza del *PBL*. Vista l'importanza di tale argomento, si è dedicato ad esso l'intero Capitolo 10.

9.11.5 PRESENTAZIONE DEI DATI ED ANALISI TEMPORALE

In una stazione meteorologica è molto utile che un operatore possa tenere sotto controllo visivo l'evoluzione temporale delle varie grandezze rilevate e determinate. Ciò che si fa più frequentemente è:

- presentare i grafici degli andamenti temporali delle principali variabili meteorologiche (medie, deviazioni standard, parametri caratteristici della turbolenza atmosferica e altezza del *PBL*), cosa che permette di comprendere ciò che sta capitando (dal punto di vista meteorologico), di interpretare correttamente le situazioni passate e di verificare se la stazione sta operando in maniera corretta;

- presentare la rosa dei venti relativa a periodi selezionabili da parte dell'utente. Normalmente è opportuno presentare la rosa dei venti annuale totale, la rosa dei venti annuale relativa alle situazioni convettive, la rosa dei venti relativa alle situazioni stabili e la rosa dei venti stagionali.

La rosa dei venti è uno strumento di semplice realizzazione ed uso che consente di verificare se la localizzazione della stazione meteorologica risulta adeguata o meno. Se nella rosa dei venti sono rappresentate pochi settori (cioè le frequenze elevate sono ristrette ad un numero limitato di direzioni e

la maggioranza delle direzioni presentano una frequenza nulla) probabilmente significa che:

- il luogo in cui è localizzata la stazione meteorologica sta in una valle o in un luogo montagnoso che presenta incanalamenti preferenziali del vento. In questo caso la rosa dei venti ed i valori delle varie grandezze rilevate e stimate sono significative;

- il luogo in cui è localizzata la stazione meteorologica presenta ostacoli di vario genere attorno a se. In questo caso (come frequentemente capita per stazioni meteorologiche localizzate nel tessuto cittadino) la stazione produce dati con validità molto locale e se questo non è la missione della stazione, essa dovrebbe essere spostata in un luogo più significativo e con minori perturbazioni locali.

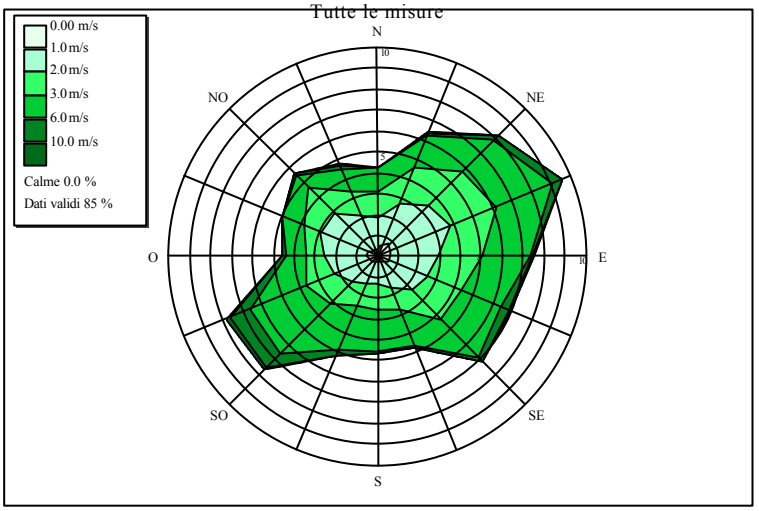

Fig.9.56: rosa dei venti in un luogo aperto e privo di ostacoli.

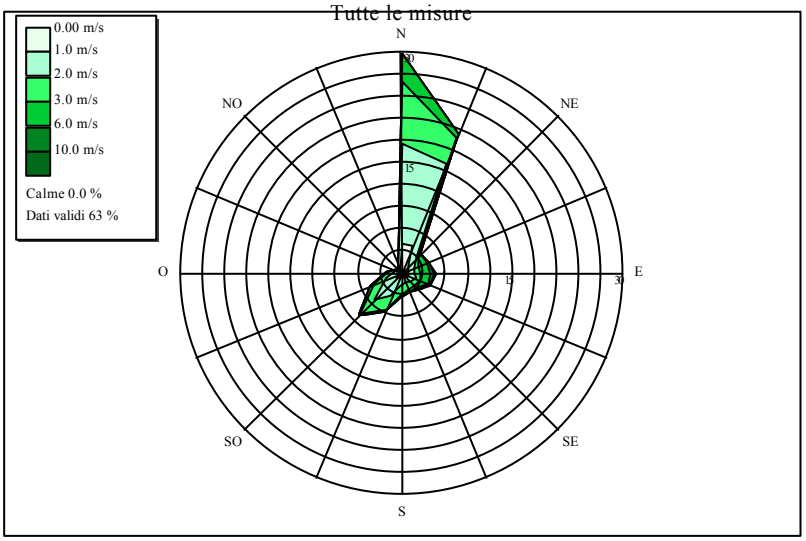

Fig.9.57: rosa dei venti in ambiente urbano con forti incanalamenti locali.

Un esempio di rosa dei venti relativa ad una localizzazione aperta e significativa è riportato nella *Fig.9.56*. In *Fig.9.57*, invece, la rosa dei venti presenta una tipica situazione urbana in cui sono presenti incanalamenti preferenziali del vento in corrispondenza delle principali vie circostanti alla

stazione meteorologica. In pratica questa rosa dei venti ricalca fedelmente la topografia caratteristica che si trova attorno alla stazione.

9.11.6 ARCHIVIO LOCALE DEI DATI

Una volta realizzata l'elaborazione delle misure raccolte, è necessario prevedere una loro archiviazione locale nel computer della Stazione Meteorologica, ciò che equivale alla creazione di un Data Base locale che è definitivo se la stazione meteorologica è isolata (cosa che capita per esempio durante una campagna sperimentale) o rappresenta il data base di emergenza, nel caso di una stazione meteorologica integrata in una rete di monitoraggio. Senza entrare nei dettagli, la *struttura informatica* del Data Base potrebbe essere la seguente:

- i dati saranno organizzati in archivi giornalieri;

- il nome di ciascun archivio dovrà indicare in maniera chiara la sigla di riconoscimento della stazione, il giorno giuliano cui si riferiscono i dati e l'anno;

- ogni archivio dovrà essere *completo*, cioè dovrà contenere esattamente tutti i periodi di mediazione previsti nel giorno. Se in corrispondenza di alcuni periodi di mediazione (per esempio in corrispondenza di alcune ore) i dati non fossero disponibili, nell'archivio dovrà comparire il relativo indicativo (normalmente costituito dal valore -9999.9)

La struttura tipica di ciascuna linea di dati (record) dovrà contenere le variabili seguenti:

1. l'ora (0÷23) e i minuti
2. velocità scale media del vento ($m \cdot s^{-1}$)
3. velocità vettoriale media del vento ($m \cdot s^{-1}$)
4. direzione media del vento (°)
5. deviazione standard della direzione del vento (se le caratteristiche dinamiche del sensore lo consentono) (°)
6. temperatura media dell'aria (K)
7. umidità relativa dell'aria (%)
8. pressione atmosferica (hPa)
9. integrale della pioggia nel periodo (mm)
10. Radiazione Solare Globale media ($W \cdot m^{-2}$)
11. Radiazione Netta media ($W \cdot m^{-2}$)
12. Categoria di stabilità Atmosferica (1÷6)
13. Flusso turbolento di calore sensibile ($W \cdot m^{-2}$)
14. velocità di frizione ($m \cdot s^{-1}$)
15. lunghezza di Monin-Obukhov (m)
16. altezza del PBL
17. velocità convettiva di scala ($m \cdot s^{-1}$).

Se la Stazione meteorologica è dotata anche di un anemometro ultrasonico, il record di periodo dovrà essere completato con i parametri seguenti:

1. deviazione standard della componente *u* del vento

2. deviazione standard della componente *v* del vento
3. deviazione standard della componente *w* del vento
4. deviazione standard della temperatura dell'aria.

9.11.7 LA TRASMISSIONE DEI DATI

Se la Stazione Meteorologica fa parte di una rete di monitoraggio, essa dovrà trasmettere i dati acquisiti e validati e le variabili stimate al *Centro di Controllo della Rete di Monitoraggio* con una cadenza definita e regolare. Normalmente questa trasmissione viene fatta mediante una linea telefonica normale: il computer della stazione e quello del Centro saranno quindi connessi alla linea telefonica mediante un modem. Il sistema di archiviazione locale costituisce una garanzia funzionale perché consente di ritrasmettere le informazioni meteorologiche in caso di fallimento della trasmissione programmata ed di immagazzinare le informazioni anche se il Centro di Controllo fosse fuori servizio per molto tempo. Quando il Centro di Controllo riprenderà il funzionamento, potrà recuperare dalla stazione periferica senza alcuna difficoltà tutte le informazioni non ancora acquisite. Oggi la trasmissione dei dati via computer non costituisce più un problema: i Sistemi Operativi attuali prevedono sistemi di trasmissione efficienti e sicuri, senza la necessità di sviluppare programmi *ad hoc*.

9.11.8 IL CENTRO METEOROLOGICO DI CONTROLLO

Il Centro Meteorologico di Controllo è il luogo fisico in cui vengono raccolte tutte le informazioni prodotte dalle varie stazioni meteorologiche appartenenti alla rete e localizzate in posizioni geografiche differenti. I compiti principali del Centro di Controllo sono:

- comunicare con regolarità con le varie stazioni della rete,
- verificare il funzionamento di ciascuna stazione meteorologica,
- acquisirne i dati rilevati,
- organizzare tutti questi dati in un Data Base Globale della Rete di Monitoraggio,
- presentare in tempo reale, sia in forma alfanumerica che in forma grafica, i dati che costantemente arrivano al Centro,
- presentare in forma alfanumerica e grafica le informazioni contenute entro il Data Base Storico che col tempo si va costituendo nel Centro,
- esportare dati selezionati dal Data Base Storico per elaborazioni fuori linea.

Tutti questi compiti si riferiscono esclusivamente all'analisi dei dati di ciascuna stazione.

E' comunque molto più importante che un moderno centro di Controllo Meteorologico sia in grado di realizzare elaborazioni che permettano la ricostruzione della struttura spazio-temporale del *PBL* di tutta la regione servita. In particolare, tutte le informazioni raccolte dalle stazioni costituiscono i dati di *input* di un modello di *PBL* di tipo diagnostico (o prognostico) che permetta la ricostruzione:

- del campo tridimensionale della temperatura e dell'umidità dell'aria,
- il campo tridimensionale della pressione,
- il campo bidimensionale della Radiazione Globale,
- il campo bidimensionale della Radiazione Netta
- il campo tridimensionale del vento medio,
- la distribuzione superficiale della velocità di frizione,
- la distribuzione superficiale del flusso turbolento di calore sensibile,
- la distribuzione superficiale della lunghezza di Monin-Obukhov,
- la distribuzione spaziale dell'altezza del PBL
- il campo tridimensionale di σ_u, σ_v, σ_w ed , eventualmente, di altri indicatori statistici,
- la distribuzione superficiale della pioggia.

In questo modo, con il centro di Controllo, è possibile tenere sotto controllo in tempo reale la Micrometeorologia di una regione anche di dimensioni ragguardevoli .

10. STIMA DEI PARAMETRI DELLA TURBOLENZA ATMOSFERICA

In questo Capitolo vengono presentati nel dettaglio i metodi più noti ed utilizzati per la stima dei parametri caratteristici della turbolenza del *PBL*. Per prima cosa si concentrerà l'attenzione sulla determinazione della lunghezza di rugosità (sia quella relativa al trasferimento di quantità di moto z_{0m} che quella relativa al trasferimento di calore z_{0h}) e della *zero-plane displacemenet height(d)* e si presenteranno i metodi più frequentemente impiegati per la loro quantificazione a partire da diversi tipi di misura. Si considereranno, poi, i parametri che caratterizzano la turbolenza del *SL*, come la velocità di frizione u_*, la temperatura di scala T_*, il flusso turbolento di calore sensibile H_0 e la lunghezza di Monin-Obukhov L (o meglio il parametro di stabilità z/L). Oltre a questi parametri, se ne considereranno anche altri di interesse pratico, come *la dissipazione di energia cinetica turbolenta* ε *e la dissipazione della varianza della temperatura* N_θ. Per essi verranno presentati i principali metodi attualmente utilizzati per la loro determinazione pratica, dettagliandone i metodi di stima e precisando i relativi limiti di applicabilità.

I metodi che presenteremo saranno raggruppabili in due famiglie principali:

- *metodi che operano nel dominio del tempo*, cioè metodi che si basano sui valori medi, sulle varianze e sulle covarianze delle principali variabili meteorologiche;

- *metodi che operano nel dominio delle frequenze* (*metodi spettrali*) che invece si basano sull'analisi spettrale dei segnali meteorologici.

In entrambe le famiglie, saranno presentati i *metodi diretti*, che consentono la stima diretta dei principali parametri di interesse, ed i *metodi indiretti,* che viceversa realizzano la stima di questi parametri basandosi prevalentemente sulle Relazioni della Teoria della Similarità di Monin-Obukhov e che quindi forniscono stime attendibili solo se vengono rispettate le condizioni per cui risulta valida questa teoria. Si passerà poi a trattare brevemente il problema della determinazione accurata del flusso di calore G_0 all'interfaccia suolo-aria che, come già abbiamo avuto modo di affermare, risulta di difficile determinazione sperimentale.

Da ultimo si introdurrà il problema pratico della determinazione dell'estensione verticale del *PBL* convettivo e stabile a partire dalle misure che attualmente possono essere realizzate in quota. Quest'ultimo argomento è il più delicato e complesso e presenteremo in questa sede solo quei metodi che possono essere applicati disponendo di misure meteorologiche realizzabili di routine.

10.1 STIMA DEI PARAMETRI DI RUGOSITÀ SUPERFICIALE

Le Relazioni di Similarità che nel *SL* definiscono il profilo verticale della velocità media del vento u, della temperatura potenziale θ e della concentrazione di un generico scalare q, sono le seguenti:

$$u(z)=\frac{u_*}{k}\left\{\ln\left(\frac{z-d}{z_{0m}}\right)-\Psi_m\left(\frac{z-d}{L}\right)\right\} \qquad [10.1]$$

$$\theta(z)=\theta(z_{oh})+\frac{T_*}{k}\left\{\ln\left(\frac{z-d}{z_{0h}}\right)-\Psi_h\left(\frac{z-d}{L}\right)\right\} \qquad [10.2]$$

$$q(z)=q(z_{0q})+\frac{q_*}{k}\left\{\ln\left(\frac{z-d}{z_{0q}}\right)-\Psi_q\left(\frac{z-d}{L}\right)\right\} \qquad [10.3]$$

in cui z_{0m}, z_{0h} e z_{0q} sono le *lunghezze di rugosità* relative rispettivamente allo scambio di quantità di moto, di calore e di variabile scalare e d è la *zero-plane dispacement height*. Di tali parametri, che globalmente possiamo indicare col termine *parametri della rugosità superficiale*, già si è trattato estesamente ai Capitoli precedenti ed il problema che ci si pone ora è la loro determinazione sperimentale. Per prima cosa, presenteremo i metodi che portano alla determinazione delle varie lunghezze di rugosità e solo successivamente considereremo il parametro d. Consideriamo infatti, la semplice identità seguente:

$$\ln\left(\frac{z-d}{z_{0m}}\right)=\ln\left(\frac{z}{z_{0m}}\cdot\left(1-\frac{d}{z}\right)\right)=\ln\left(\frac{z}{z_{0m}}\right)+\ln\left(1-\frac{d}{z}\right) \qquad [10.4a]$$

e la seguente espansione in serie (Abramowitz e Stegun, 1970):

$$\ln(1+x)=x-1/2x^2+1/3x^3-..... \qquad [10.4b]$$

Nel caso in cui la copertura vegetale (principale responsabile della presenza di d), è sufficiente bassa rispetto alla quota di misura z, il secondo termine logaritmico della (10.4a) può essere approssimato dalla (10.4b) arrestata al primo termine, giungendo quindi alla relazione approssimata:

$$\ln\left(\frac{z-d}{z_{0m}}\right)\cong\ln\left(\frac{z}{z_{0m}}\right)-\frac{d}{z} \qquad [10.4c]$$

Se il rapporto d/z è abbastanza piccolo (che è poi la condizione per la validità della relazione precedente), in prima approssimazione d potrà essere trascurato nelle varie relazioni di Similarità.

10.1.1 STIMA DELLA LUNGHEZZA DI RUGOSITÀ PER LA QUANTITÀ DI MOTO

Per la stima di z_{0m} sono stati proposti diversi metodi operativi a seconda delle misure disponibili. In particolare distingueremo tra quei metodi che richiedono misure ad una sola quota e metodi basati su misure a quote differenti (tutte comunque entro il *SL*). Se un tempo i metodi più impiegati erano quelli a più livelli di misura, attualmente sono di gran lunga preferiti i metodi basati su misure ottenute ad una solo quota.

10.1.1.1 Metodi ad un livello di misura

Come primo caso, ipotizziamo di disporre alla quota z della sola misura della velocità media del vento u e della relativa deviazione standard σ_u. Ovviamente sarà necessario che l'anemometro impiegato

garantisca proprietà dinamiche tali da consentire la determinazione di σ_u con un accettabile grado di errore. Se, inoltre, consideriamo solo situazione *circa adiabatiche* (in pratica in US-EPA (1987) si consiglia di considerare tali solo situazioni in cui la velocità del vento sia superiore a 5 ms^{-1}), vale la Relazione di Similarità di Monin-Obukhov:

$$\sigma_u / u_* = 2.5 \qquad [10.5]$$

Ottenendo u_* dalla relazione precedente, inserendola nella (10.1), trascurando d e ricordando che Ψ_m è nullo nelle condizioni adiabatiche, si ottiene:

$$\frac{\sigma_u}{u} = \frac{1}{\ln(z/z_{0m})} \qquad [10.6]$$

cioè:

$$z_{0m} = \frac{z}{\exp[u/\sigma_u]} \qquad [10.7]$$

Come detto, la rugosità superficiale z_{0m}, misurata in una postazione di misura, è rappresentativa di quanto hanno incontrato sopravvento le masse d'aria in movimento. Pertanto è possibile e normale che tale parametro *vari con la direzione di provenienza del vento*. Questa considerazione rende quindi necessario realizzare una stima di rugosità mediante la (10.7) per ogni direzione di provenienza del vento considerata. Sperimentalmente si nota che, se considerassimo un generico numero N di misure, relative alla medesima direzione di provenienza del vento, dalla (10.7) otterremmo in generale N valori differenti di z_{0m} a causa degli inevitabili errori di misura. Pertanto sarà indispensabile caratterizzare ogni singola direzione di provenienza del vento con un valore caratteristico di z_{0m}, che potrà essere o il *valor medio* delle stime realizzate o, meglio, *la loro mediana*. Ovviamente, non si potranno considerare veramente tutte le possibili direzioni di provenienza del vento, quindi sarà necessario suddividere l'intero orizzonte attorno al punto di misura in *settori di provenienza del vento*. Tale scelta può essere la più varia possibile e dovrà essere adeguata alle caratteristiche morfologiche del territorio. Nel caso di un territorio piano e regolare, una scelta opportuna potrà essere per esempio quella di suddividere l'intero orizzonte in un numero (generalmente 8 o 16) di settori angolari regolari centrati sulle direzioni cardinali. Queste considerazioni sono del tutto generali (e non legate al metodo di stima che stiamo considerando) e quindi saranno valide per tutti i metodi di determinazione dei parametri di rugosità che esporremo qui di seguito. Tenendo conto di ciò, l'applicazione pratica di questo metodo dovrebbe consistere nei passi seguenti:

- si definisca un numero di settori di provenienza del vento (8 o 16 normalmente sono sufficienti);
- si raccolgano dati (il valore della velocità media del vento u e della relativa deviazione standard σ_u) per un periodo sufficientemente lungo da avere un adeguato numero di misure in ognuno dei settori di provenienza del vento considerati (ovviamente solo nelle situazioni ritenute circa adiabatiche);
- si applichi la (10.7) per ogni coppia misurata di (u, σ_u);
- si considerino ora tutte le stime di z_{0m} ottenute in un dato settore (e tali stime, normalmente presenteranno una variazione notevole, dovuta agli inevitabili errori di misura ed alla non completa stazionarietà del *SL*); il valore medio (o meglio la mediana) dei valori stimati sarà *la lunghezza di rugosità caratteristica del settore considerato*. Si ripeta questa procedura per tutti i settori

ottenendone i valori caratteristici di rugosità.

Se invece di un anemometro tradizionale, disponessimo alla quota z di un anemometro ultrasonico in grado (mediante la tecnica *Eddy-Covariance,* di cui si tratterà nel seguito) di stimare non solo u, ma anche u_*, H_0 e z/L, allora (Sozzi e al., 1998) è possibile impiegare direttamente la (10.1) senza preoccuparsi troppo delle condizioni di stabilità. Infatti dalla (10.1) si ha che:

$$z_{0m} = \frac{z}{\frac{ku}{u_*} + \Psi_m\left(\frac{z}{L}\right)} \qquad [10.8]$$

In pratica, si opererà come indicato in precedenza, con la sola differenza che invece di considerare solo le situazioni adiabatiche, in questo caso si potranno considerare, almeno in teoria, tutte le situazioni misurate. In pratica è conveniente considerare solo quelle situazioni in con velocità del vento superiore a 2÷3 $m \cdot s^{-1}$, in modo da evitare di considerare casi con $|z/L|$ troppo elevato (o troppo convettivi o troppo stabili) per i quali la correzione $\Psi_m(z/L)$ risulta eccessivamente elevata.

10.1.1.2 Metodi a più livelli di misura

Quando è disponibile la misura della velocità del vento ad N quote di misura z_i e non si dispone di una stima di z/L (cioè quando si usano solo anemometri di tipo tradizionale), è possibile comunque una determinazione di z_{0m}. Infatti, quando si è in situazioni prossime all'adiabaticità (in pratica, situazioni con velocità del vento a 10 metri superiore a 5 $m \cdot s^{-1}$) si ha che per una generica quota z_i vale la relazione*:*

$$u_i = \frac{u_*}{k}\ln(z_i) - \frac{u_*}{k}\ln(z_{0m}) \qquad [10.9]$$

cioè una *relazione lineare* tra u_i e $\ln(z_i)$ del tipo $u_i = a_0 + a_1 . ln(z_i)$. Considerando le coppie $(u_i, \ln(z_i))$ per tutte le N quote di misura, l'applicazione del *Metodo dei Minimi Quadrati* consente di determinare il valore dei coefficienti a_0 ed a_1 della retta di regressione, legati a u_* e z_{0m} dalle relazioni:

$$a_0 = -u_* / k \cdot \ln(z_{0m}) \qquad a_1 = u_* / k \qquad [10.10a]$$

da cui si ottiene:

$$z_{0m} = \exp[-a_0 / a_1] \qquad [10.10b]$$

La procedura da applicare in pratica dovrebbe consistere nei passi seguenti:

- si definisca un numero di settori di provenienza del vento (8 o 16 sono normalmente sufficienti);
- si misuri per un periodo, sufficientemente lungo da avere un adeguato numero di profili corrispondenti ad ognuno dei settori di provenienza del vento considerati (ovviamente solo nelle situazioni ritenute circa adiabatiche);
- si applichi la (10.10b) per ogni profilo misurato;

- si considerino ora tutte le stime di z_{0m} ottenute in un dato settore (e tali stime, normalmente presenteranno una variazione notevole, dovuta agli inevitabili errori di misura ed alla non completa stazionarietà del *SL*); il valore medio (o meglio la mediana) dei valori stimati sarà *la lunghezza di rugosità caratteristica del settore considerato*. Si ripeta questa procedura per tutti i settori ottenendone i valori caratteristici di rugosità.

Per eliminare la restrizione derivante dal considerare solo profili in situazioni circa adiabatiche, è indispensabile poter disporre di una misura di temperatura T (cosa non difficile) e di una misura (o di una stima affidabile) di H_0, per esempio collocando nei pressi del palo in cui si misura il profilo un anemometro sonico monoassiale. In questo caso sarà possibile applicare una *procedura iterativa* che descriviamo dettagliatamente. Si consideri una generica situazione (convettiva o stabile che sia) e si disponga di valori u_i alle N quote z_i. Si proceda allora nel modo seguente:

Passo 0: dalla conoscenza di H_0 si determini $\overline{w'\theta'} = H_0 / \rho C_p$.

Passo 1: inizialmente si trascuri il fatto che la situazione non sia adiabatica e si consideri valida la (10.9). Col Metodo dei Minimi Quadrati si determinino per il profilo considerato i due parametri a_0 ed a_1 della retta di regressione. Da a_1 si ottiene il valore di primo tentativo per u_*, dato da $u_* = k\, a_1$. Il valore di primo tentativo per $1/L$ sarà dato da:

$$1/L = -\frac{kg}{T} \cdot \frac{\overline{w'\theta'}}{u_*^3} \qquad [10.11a]$$

Passo 2: dalla (10.1) applicata ad ogni quota di misura z_i si ha che:

$$k u_i = u_* \left(\ln(z_i) - \Psi_m\left(\frac{z_i}{L}\right)\right) - u_* \ln(z_0) \qquad [10.11b]$$

Come si vede, se poniamo $y_i = k u_i$ e $x_i = \ln(z_i) - \Psi_m(z/L)$, la relazione precedente risulta ancora una volta una relazione lineare del tipo $y_i = a_0 + a_1 x_i$ e, disponendo di N coppie $(x_i\ y_i)$, il Metodo dei Minimi Quadrati consente il calcolo di a_0 ed a_1. Si ottiene quindi un nuovo valore per u_* (dato che $u_* = a_1$) ed un nuovo valore di $1/L$.

Passo 3: si ripeta il Passo 2 con il nuovo valore di $1/L$ e si iteri questa procedura finché u_* non si stabilizza attorno ad un valore di equilibrio. A questo punto sono noti gli ultimi valori determinati per a_0 ed a_1. Il valore di z_{0m} cercato risulta quindi dato da:

$$z_{0m} = \exp[-a_0 / a_1] \qquad [10.11c]$$

Con questa procedura iterativa è stata attenuta una stima di z_{0m} per un dato profilo. Anche in questo caso è opportuno scegliere situazioni caratterizzate da una velocità del vento a 10 metri superiore a 2÷3 $m \cdot s^{-1}$. Una volta ottenuto un numero sufficientemente elevato di stime di z_{0m} corrispondenti ai differenti settori di provenienza del vento, il valore di rugosità caratteristico per ciascun settore lo si otterrà calcolando il valore medio (o meglio la mediana) di tutte le stime relative a ciascun settore.

10.1.2 STIMA DELLA LUNGHEZZA DI RUGOSITÀ RELATIVA ALLO SCAMBIO DI CALORE SENSIBILE E AD UNA GENERICA VARIABILE SCALARE

Come già affermato, z_{0h} risulta sempre differente da z_{0m} ed in particolare sempre inferiore. La sua determinazione non è semplice, anche se spesso necessaria, e non esistono metodi standard per la sua stima. Quello che ne rende difficile la determinazione sperimentale con l'impiego diretto della (10.2) è la necessità di conoscere la temperatura θ_0 all'interfaccia suolo-aria. La sua misura diretta è estremamente complessa e spesso ciò che più facilmente si può determinare è la *temperatura radiativa* T_S^R (praticamente coincide con θ_S^R) che si può ottenere da una misura di radiazione infrarossa emessa e riflessa dal suolo. Se, per semplicità, si trascura l'infrarosso riflesso dal suolo, per la relazione di Stefan-Boltzmann si ha che:

$$\theta_s^R = \left(\frac{L\uparrow}{\varepsilon\sigma} \right)^{1/4} \qquad [10.12]$$

dove ε è l'emissività della superficie e σ è la costante di Stefan-Boltzmann.

Se però consideriamo la relazione di Similarità (10.2) e la definizione di resistenza aerodinamica al trasferimento di calore r_{ah}, otteniamo che:

$$r_{ah} = \frac{\theta_0 - \theta(z)}{\overline{w'\theta'}} = \frac{1}{k u_*} \cdot \left[\ln\left(\frac{z}{z_{0h}} \right) - \Psi_h\left(\frac{z}{L} \right) \right] \qquad [10.13a]$$

Purtroppo θ_0 e θ_S^R normalmente non coincidono e, seguendo Stewart e al.(1994), si ha che:

$$\overline{w'\theta'} = \frac{\theta_s^R - \theta(z)}{r_{ah}^{'}} \qquad [10.13b]$$

dove:

$$r_{ah}^{'} = r_{ah} + B^{-1} u_*^{-1} \qquad [10.13c]$$

In questa relazione $B^{-1}=1/k.\ln(z_{om}/z_{oh})$. Da queste relazioni si giunge facilmente alla relazione seguente:

$$r_{ah}^{'} = \frac{1}{k u_*} \cdot \left(\ln\left(\frac{z}{z_{0m}} \right) - \Psi_h\left(\frac{z}{L} \right) \right) \qquad [10.13d]$$

Se si introduce la relazione precedente nella (10.13b) e si tiene conto della Relazione di Similarità per il profilo verticale della velocità del vento (10.1), si giunge facilmente alla relazione seguente:

$$B^{-1} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{u_*}{\overline{w'\theta'}} \left(\theta_s^R - \theta(z) \right) - \frac{u}{u_*} - \frac{1}{k} \left[\Psi_m\left(\frac{z}{L} \right) - \Psi_h\left(\frac{z}{L} \right) \right] \right\} \qquad [10.14]$$

Quello che si è ottenuto non è direttamente z_{oh}, bensì il parametro B^{-1} e per giungere a tale risultato è necessario disporre di:

- di una misura della radiazione infrarossa emessa dal suolo ($L\uparrow$),
- di $\overline{w'\theta'}$ (o che è lo stesso di H_0), u_* e L,
- della velocità media del vento e della temperatura media dell'aria misurate alla medesima quota entro il *SL*.

Noto z_{0m} , z_{0h} è dato da:

$$z_{0h} = z_{0m} / \exp\left(kB^{-1}\right) \qquad [10.15]$$

A priori z_{0h} dipende dalla stabi8lità (la relazione (10.14) lo evidenzia chiaramente) ed anche da z_{0m} e quindi di conseguenza dalla direzione di provenienza del vento. A priori, non sarebbe corretto definire un valore di z_{0h} rappresentativo di postazione e neppure di settore. Tuttavia operativamente si può procedere come fatto per z_{0m} raccogliendo i valori di z_{0h} relativi ai diversi settori di provenienza del vento. Una volta che per ciascun settore sia disponibile un numero statisticamente significativo di stime di z_{0h}, è possibile calcolare settore la media (o meglio la mediana), ottenendo quindi un valore caratteristico di settore. Tale procedura dovrà essere estesa a tutti i settori di provenienza del vento considerati.

Per quanto riguarda la lunghezza di rugosità per un generico scalare, non si sa molto. Normalmente si ipotizza che tale lunghezza di rugosità sia identica a z_{0h}.

10.1.3 DETERMINAZIONE DEL ZERO-PLANE DISPLACEMENT HEIGHT

Il parametro *d* (*zero-plane-displacement height*) è veramente di difficile determinazione. Il modo più comodo ed approssimato, quando si ha a che fare con una vegetazione di altezza uniforme h_v, è di porre, come già visto, $d = 2/3\ h_v$. Determinazioni più precise, fondate su misure realizzate prevalentemente all'interno della *canopy* vegetale, sono state proposte da Lo (1989) e (1995) e da Zoumakis (1992) e (1993) a cui si rimanda per i dettagli. Di maggior interesse pratico è la possibilità di determinare *d* da misure realizzate al di sopra della *canopy*. Va comunque posta molta attenzione alle quote di misura, che devono stare ben al di sopra della *canopy* stessa per non risentire delle perturbazioni da esso indotte nei profili ma comunque entro il *SL*.

Un primo metodo è quello proposto in Stull (1988) secondo cui, se si dispone dalla misura della velocità del vento a 3 quote differenti, il valore di *d* si ottiene dalla risoluzione della seguente equazione in forma implicita:

$$\frac{u_2 - u_1}{u_3 - u_1} \ln\left(\frac{z_3 - d}{z_1 - d}\right) = \ln\left(\frac{z_2 - d}{z_1 - d}\right) \qquad [10.16]$$

All'apparenza questo metodo sembra di semplice applicazione, anche se richiede un notevole sforzo sperimentale. Tuttavia, perché possa realmente produrre una stima di *d*, è necessario che la misura delle velocità venga fatta con una precisione veramente molto elevata, soprattutto se le quote di misura sono relativamente vicine.

Un metodo decisamente più interessante, che richiede misure ad un solo livello, è quello proposto da Martano (2000). In realtà, come sarà più chiaro nel seguito, questo metodo è in grado di ottenere

contemporaneamente sia la stima di z_{0m} che quella di d. La strumentazione richiesta in questo caso è costituita da un apparato in grado di determinare non solo la velocità media u e la direzione del vento, ma anche u_*, H_0 e $1/L$ (la scelta più naturale è quindi costituita da un anemometro sonico). Rimandando al riferimento citato per chi fosse interessato a conoscere i dettagli, il metodo, che a prima vista può sembrare complicato e che richiede sicuramente un programma di calcolo per essere impiegato in pratica, si articola operativamente nei passi seguenti:

Passo 0: si esegua una campagna sperimentale e si raggruppino le misure realizzate secondo i settori di provenienza del vento che si intende considerare.

Passo 1: si considerino le N misure raccolte relativamente ad un generico settore di provenienza del vento: ogni misura i sarà costituita da (u_i, u_{*i}, L_i). Si consideri ora la relazione (12.1). Se si pone:

$$S(d) = \frac{ku}{u_*} + \Psi_m\left(\frac{z-d}{L}\right) \qquad [10.17a]$$

$$p(z_{0m}, d) = \ln\left(\frac{z-d}{z_{0m}}\right) \qquad [10.17b]$$

la (10.1) sarebbe equivalente a:

$$S(d) = p(z_{0m}, d) \qquad [10.18a]$$

se nella relazione fossero posti i valori reali di z_{0m} e d. Nel caso in cui non sia così, la (10.18) sarà una disuguaglianza e quindi:

$$S(d) - p(z_{0m}, d) = \delta \neq 0 \qquad [10.18b]$$

Immaginiamo ora di assumere un valore per il parametro d (non necessariamente il valore ottimale). In tal caso potremo definire:

$$\overline{S} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{ku_i}{u_{*i}} + \Psi_m\left(\frac{z-d}{L_i}\right)\right] \qquad [10.19a]$$

$$\sigma_S^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left\{\left[\frac{ku_i}{u_{*i}} + \Psi_m\left(\frac{z-d}{L_i}\right)\right] - \overline{S}\right\}^2 \qquad [10.19b]$$

Quindi, ad ogni scelta del valore numerico d, corrisponderà un ben preciso valore di σ_S^2. Senza entrare nei dettagli della derivazione (per cui si rimanda al riferimento citato), il valore di d in corrispondenza del quale si ha il valore minimo per σ_S^2 è il valore di *zero-plane dispacement height* cercato. In pratica, senza bisogno di impiegare sofisticate *routines* di minimizzazione, basta individuare alcuni (per esempio 100 o più) valori di d entro un opportuno intervallo di variazione (per esempio l'intervallo 0 ÷ z), calcolare σ_S^2 con le (10.19): il valore di d cercato è quello per cui σ_S^2 assume il minimo valore.

Passo 3: noto il valore ottimale di d, il valore ottimale di z_{0m} per il settore di provenienza considerato si ottiene dalla relazione seguente:

$$z_{0m} = \frac{z-d}{\exp\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left\{\frac{ku_i}{u_{*i}} + \Psi_m\left(\frac{z-d}{L_i}\right)\right\}\right]^2} \qquad [10.20]$$

Passo 4: si ripetano i Passi 2 e 3 per tutti i settori di provenienza del vento considerati.

10.1.4 OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

Alla luce di quanto presentato, risulta chiaro che non mancano metodi efficienti per la determinazione accurata dei parametri della rugosità superficiale. Data l'attuale disponibilità dell'anemometro sonico a costi relativamente contenuti, sicuramente i metodi basati sulle misure ad un livello risultano decisamente più attrattivi ed in particolare risulta altamente consigliabile la metodologia di Martano (2000) che è in grado di determinare contemporaneamente la lunghezza di rugosità superficiale z_{0m} e *lo zero-plane displacement height d*.

10.2 METODI PER LA STIMA DEI PARAMETRI DELLA TURBOLENZA ATMOSFERICA.

10.2.1 METODO EDDY-COVARIANCE

10.2.1.1 Elementi di Base

Il Metodo delle Correlazioni Turbolente (*Eddy-Covariance o Eddy-Correlation Method ECM*) è l'unico metodo nel dominio del tempo che consenta la *determinazione diretta* dei principali parametri che descrivono la turbolenza del *PBL*. Una stazione meteorologica che consente l'impiego del metodo *ECM* deve essere costituita principalmente dai sensori seguenti:

- un sensore a risposta rapida che misuri le tre componenti del vento,
- un sensore a risposta veloce che misuri la temperatura (potenziale) dell'aria θ o meglio la sua temperatura potenziale virtuale θ_v .

Normalmente, in una stazione *ECM* il sensore principale è l'anemometro sonico in grado, come si è visto, di misurare le tre componenti del vento e una temperatura dell'aria molto prossima alla temperatura virtuale. Se dobbiamo studiare non solo i flussi di quantità di moto e di calore sensibile (di prevalente interesse sono i flussi verticali) ma anche il flusso verticale di altre grandezze come, per esempio, il flusso di vapor d'acqua, di CO_2, di O_3 e di altri gas di interesse agrometeorologico, è necessario introdurre nella stazione *ECM* anche altri sensori (sempre a risposta rapida) in grado di misurare tali grandezze. Inoltre, una stazione *ECM* deve essere dotata di un sistema di interrogazione e di acquisizione delle misure elementari (*polling*) capace di:

- acquisire misure con un *periodo di campionamento* Δt molto ridotto (e quindi con una *frequenza di campionamento* f_m abbastanza elevata). Tipicamente Δt è dell'ordine di 0.1÷0.05 secondi e quindi f_m di 10÷20 Hz;

- sincronizzare tra loro le misure provenienti dai diversi sensori presenti nella stazione.

Il metodo *ECM* all'apparenza è molto semplice e si può presentare fondamentalmente nel modo seguente. *Supponiamo* di considerare un sito piano e regolare in cui le linee di corrente del flusso d'aria siano regolari (cioè parallele alla superficie e rettilinee) e di misurare in *un periodo di mediazione T* le tre componenti del vettore vento (*u, v, w*), la temperatura potenziale virtuale θ ed una generica variabile scalare *F* (per esempio l'umidità dell'aria). *Supponiamo*, inoltre che:

- il periodo di mediazione *T* sia *abbastanza lungo* da consentire una stima statisticamente corretta delle varianze e delle covarianze delle varie grandezze di interesse, però nel contempo *sufficientemente breve* da consentire di ritenere stazionario lo stato complessivo del *PBL*;

- in questo periodo di mediazione *T* il vettore vento e le altre grandezze siano misurate con la massima precisione possibile da sensori ideali di ordine zero (o al massimo del primo ordine);

- si misuri il vettore vento rispetto ad un *sistema di riferimento cartesiano ortogonale* tale che l'asse *x* sia orientato lungo la direzione media del vento, che l'asse *y* sia collocato nel piano orizzontale e perpendicolare ad *x* e che, infine, l'asse *z* sia verticale al piano formato dagli assi *x* e *y*. In questo caso la componente del vento nella direzione *x* sia *u*, nella direzione *y* sia *v* e nella direzione *z* sia *w*. In questo sistema di riferimento, *per definizione*, si ha che:

$$\overline{v} = 0 \qquad \overline{w} = 0 \qquad [10.21]$$

Ad ogni istante temporale *t,* appartenente al periodo di mediazione *T*, una generica variabile di interesse (*u, v, w,* θ*, F*) si può considerare come la *somma di un valore medio e di una fluttuazione turbolenta*, secondo l'ipotesi di Reynolds. Inoltre, nel periodo di mediazione *T* saranno disponibili *N* misure per ciascuna variabile corrispondenti agli istanti temporali $t_0+\Delta t$, $t_0+2\Delta t$,....,$t_0+N\Delta t$. Ovviamente t_0 è il tempo in cui inizia il periodo di mediazione e $N\Delta t=T$. Se *N* è sufficientemente elevato, la <u>*deviazione standard*</u> di una generica variabile α e la <u>*covarianza*</u> tra le generiche variabili α e β potranno essere accuratamente stimate dalle relazioni seguenti:

$$\sigma_\alpha = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N}\left[\left(\alpha_k - \overline{\alpha}\right)^2\right]} \qquad [10.22]$$

$$\overline{\alpha'\beta'} = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N}\left[\left(\alpha_k - \overline{\alpha}\right)\cdot\left(\beta_k - \overline{\beta}\right)\right]} \qquad [10.23]$$

in cui:

$$\overline{\alpha} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\alpha' \quad \text{e} \quad \overline{\beta} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\beta' \qquad [10.24]$$

Se tutte queste ipotesi vengono rispettate, con le relazioni (10.22)÷(10.24) è semplice la stima della *Matrice di Varianza-Covarianza* del vettore vento:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \sigma_u^2 & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{u'v'} & \sigma_v^2 & \overline{v'w'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \sigma_w^2 \end{bmatrix} \qquad [10.25]$$

Nella situazione ideale che stiamo considerando, in cui le linee di flusso sono regolari e parallele al suolo e l'asse x è parallelo alla direzione media del vento, anche il vettore dello sforzo orizzontale sarà parallelo alla direzione del vento stessa e quindi la Matrice di Varianza-Covarianza diventerà:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \sigma_u^2 & 0 & \overline{u'w'} \\ 0 & \sigma_v^2 & 0 \\ \overline{u'w'} & 0 & \sigma_w^2 \end{bmatrix} \qquad [10.26]$$

Nello stesso modo si possono calcolare i vettori della covarianza tra il vento e θ e tra il vento e *F:*

$$\mathbf{V1} = \begin{bmatrix} \overline{u'\theta'} \\ \overline{v'\theta'} \\ \overline{w'\theta'} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{V2} = \begin{bmatrix} \overline{u'F'} \\ \overline{v'F'} \\ \overline{w'F'} \end{bmatrix} \qquad [10.27]$$

I parametri caratteristici della turbolenza del *PBL* (o meglio del *SL*) sono in relazione con alcuni elementi della matrice **M** e dei vettori **V1** e **V2**. In particolare, *in questa situazione ideale*, si ha che:

- la *velocità di frizione* u_*, definita come:
  $$u_* = \sqrt{-\overline{u'w'}} \qquad [10.28]$$

- il *flusso turbolento di calore sensibile* H_0, definito come:
  $$H_0 = \rho C_p \overline{w'\theta'} \qquad [10.29]$$
  dove ρ è la densità dell'aria e C_p è il calore specifico a pressione costante dell'aria

- il flusso turbolento di calore latente H_E, dato da:
  $$H_E = L_E \overline{w'q'} \qquad [10.30]$$
  dove L_E è il calore di vaporizzazione e q è l'umidità dell'aria

e, quindi, è immediato (almeno teoricamente) il calcolo di questi parametri una volta nota **M** e i vettori **V1** e **V2**.

Questo metodo *pare* semplice nel suo utilizzo, tuttavia pone molti problemi nella sua applicazione pratica, problemi che studieremo nei punti successivi.

10.2.1.2 Scelta della quota di misura

L'interesse principale nel metodo *ECM* è concentrato nella determinazione dei parametri che definiscono la turbolenza del *SL* e quindi è chiaro che le misure dovranno aver luogo in questa parte del *PBL*. Dato che normalmente la sua estensione verticale tipica può essere stimata in circa il 10%

dell'estensione verticale dell'intero *PBL*, è evidente che una quota di 2÷20 metri sarà una quota di misura appropriata.

Tuttavia tutto ciò è valido solo quando il territorio è piano e omogeneo dal punto di vista della rugosità superficiale. E' normale, però, incontrare situazioni in cui si alternano porzioni di territorio con rugosità superficiali molto differenti. In questo caso si è visto sperimentalmente che sottovento alla linea di discontinuità che separa zone a rugosità differente si genera un Strato Limite Interno (*Internal Boundary Layer IBL*) che separa la parte di aria sottostante, adattata più o meno alla nuova situazione territoriale, dalla parte di aria superiore che *ancora ricorda* le caratteristiche del territorio incontrato sopravvento. Di questo fenomeno già si è trattato nel Cap.7 e ad esso si rimanda per i dettagli (*Fig. 10.1)*. Se si realizzano le misure entro l'*IBL*, sicuramente la turbolenza misurata sarà congruente con la condizione del suolo in cui è posta la stazione di misura (ed in particolare con la rugosità superficiale z_{02}). Al contrario, se la quota di misura è superiore all'estensione verticale locale dell'*IBL*, la turbolenza misurata sarà congruente con la situazione incontrata dalle masse d'aria sopravvento la discontinuità (ed in particolare con la rugosità superficiale z_{01}). Se, però, si considera ancora più nel dettaglio l'*IBL*, si vede come tale strato non sia completamente omogeneo; infatti solo la parte di aria più vicina al suolo e di spessore δ si trova realmente in equilibrio con la nuova rugosità z_{02}, mentre l'aria che si trova sopra δ, ma ancora entro l'*IBL*, presenta caratteristiche tipiche di una *zona di transizione*.

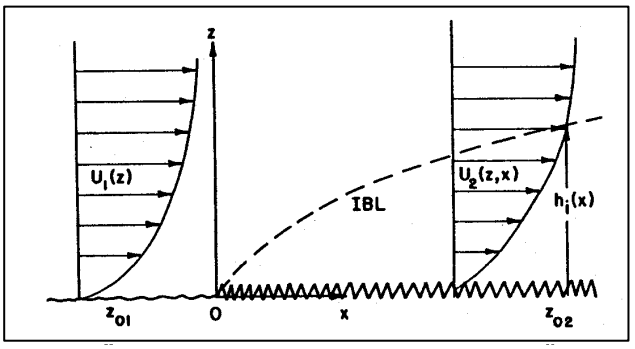

Fig.10.1: Strato Limite Interno (IBL) causato dal cambio di rugosità superficiale (Kaimal e Finnigan, 1994).

Se si desidera realizzare una misura di turbolenza che tenga conto *realmente* della nuova situazione di rugosità z_{02}, è importante collocare il punto di misura nella parte bassa dell'*IBL*. Per fare ciò, è necessario stimare, almeno in prima approssimazione, *l'evoluzione spaziale* dell'estensione verticale δ in funzione della distanza sottovento x_f misurata a partire dalla linea ideale di discontinuità, distanza indicata normalmente col termine ***fetch***. La teoria è molto complessa, come già si è detto (Brutsaert, 1984), anche se, impiegata nella pratica corrente, si può usare la relazione approssimata seguente (Stull, 1988):

$$\frac{\delta(x_f)}{z_{02}} = a\left(\frac{x_f}{z_{02}}\right)^b \qquad [10.31a]$$

dove:

$$a = 0.75 + 0.03\ln(z_{02}/z_{01}) \qquad [10.31b]$$

e *b nelle situazioni adiabatiche è pari a 0.8. In termini pratici,* il punto di misura dovrà stare ad una quota *z* tale che:

$$z \le 0.1 \cdot \delta(x_f) \qquad [10.31c]$$

Se non si conosce la rugosità superficiale, è possibile anche utilizzare il criterio seguente, molto più approssimato: ***z* non può essere maggiore di x_f/100**.

Fin qui si è considerato un *IBL* prodotto da un cambio di rugosità superficiale. Sfortunatamente si sviluppano *IBL* anche a causa di una differenza di temperatura e umidità superficiale; un caso tipico è l'*IBL* che si sviluppa nelle zone costiere. Alcune informazioni su ciò possono essere trovate al Cap. 7.

10.2.1.3 Rotazioni del sistema di assi cartesiani

Un'ipotesi che normalmente non si verifica nella realtà è che le linee di flusso del fluido siano regolari e che l'asse *x* rispetto a cui sono riferite le misure del sensore del vento sia diretto lungo la direzione media del flusso d'aria. In primo luogo è evidente che l'anemometro non può continuamente muovere il proprio sistema di riferimento seguendo il costante variare della direzione media del vento e pertanto è inevitabile che le sue misure vengano realizzate rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano *fisso* nello spazio e nel tempo (il *sistema di riferimento strumentale*). Anche se tale sistema di riferimento potrebbe essere qualsiasi, normalmente si impiega il sistema di riferimento meteorologico in cui *x è* diretto nella direzione E-W (positivo verso E)*, y* è diretto nella direzione S-N (positivo verso N) e *z* nella direzione Basso-Alto (positiva verso l'alto). Il problema principale è che frequentemente le linee di flusso non sono né semplici né regolari, soprattutto in presenza di orografia, anche poco marcata. Quando capita ciò (e questa situazione è molto più comune di quanto si possa pensare) è necessario cercare un sistema di riferimento più appropriato. Una presentazione abbastanza dettagliata di questo tema si può trovare in Kaimal e Finnigan (1994). Qui ne forniremo una presentazione semplice e finalizzata all'applicazione pratica del metodo *ECM*.

E' abbastanza intuitivo che un sistema di riferimento appropriato per analizzare le misure del vento potrebbe essere un sistema di riferimento cartesiano locale (*x,y,z*) con l'asse *x* parallelo alla linea di flusso che passa per il punto di misura (linea di flusso che però cambia col tempo). In questo modo, se *u* è la componente istantanea rispetto a *x*, *v* è la componete rispetto a *y* e *w* è la componente rispetto a *z*, $\bar{u}$ sarà esattamente uguale alla velocità media del vento nel punto di misura e $\bar{v} = \bar{w} = 0$, quindi, le componenti cartesiane in questo nuovo sistema del vettore istantaneo vento nel punto di misura saranno $(\bar{u} + u', v', w')$.

Dal punto di vista pratico (Sozzi e Favaron, 1996; Aubinet e al., 1998), tutto ciò si può realizzare nel modo seguente. Se l'anemometro sonico misura rispetto al *sistema di riferimento strumentale* (*x,y,z*) orientato, per esempio, congruentemente con le convenzioni meteorologiche ed il valore istantaneo delle componenti del vento è rispettivamente *u, v* e *w*, nel sistema di riferimento strumentale sarà possibile calcolare molto semplicemente $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \overline{u'v'}, \overline{u'w'}, \overline{v'w'}, \sigma_u^2, \sigma_v^2, \sigma_w^2$. Inoltre, sarà possibile realizzare le seguenti rotazioni degli assi di riferimento:

- si realizza una prima rotazione degli assi *x* e *y* attorno a *z*, producendo un nuovo sistema x_1, y_1, z_1. L'angolo di rotazione sarà:

$$\theta = \tan^{-1}(\bar{v}/\bar{u}) \qquad [10.32a]$$

L'asse x_1 a questo punto si troverà nel piano definito da $\bar{u}$ e *z* e questa rotazione fa sì che $\bar{v}_1 = 0$.

- si effettua una nuova rotazione di x_1 e z_1 attorno a y_1, producendo un nuovo sistema di riferimento x_2, y_2, z_2. L'obiettivo è quello di rende nullo $\overline{w_2} = 0$ e questo si realizza con un angolo di rotazione pari a:

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\overline{w_1}/\overline{u_1}\right) \qquad [10.32b]$$

A questo punto x_2 risulta parallelo alla direzione del vento medio, però y_2 y z_2 presentano ancora una direzione che dipende dal sistema di riferimento strumentale. In pratica si ha che:

$$\bar{u}_2 = \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2} \qquad \bar{v}_2 = \bar{w}_2 = 0 \qquad [10.33]$$

e la matrice di varianza-covarianza $\mathbf{M}_2$ si ottiene, aggregando le due rotazioni sopra definite, nel modo seguente:

$$\mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} \sigma_{u2}^2 & \overline{u'v'}_2 & \overline{u'w'}_2 \\ \overline{u'v'}_2 & \sigma_{v2}^2 & \overline{v'w'}_2 \\ \overline{u'w'}_2 & \overline{v'w'}_2 & \sigma_{w2}^2 \end{bmatrix} = \mathbf{R}\ \mathbf{M}\ \mathbf{R}^{\mathrm{T}} \qquad [10.34a]$$

in cui la *matrice di rotazione totale* $\mathbf{R}$ è data da:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \dfrac{\bar{u}}{\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2}} & \dfrac{\bar{v}}{\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2}} & \dfrac{\bar{w}}{\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2}} \\ -\dfrac{\bar{v}}{\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}} & \dfrac{\bar{u}}{\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}} & 0 \\ -\dfrac{\bar{u}\cdot\bar{w}}{\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2}\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}} & -\dfrac{\bar{v}\cdot\bar{w}}{\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2}\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}} & \dfrac{\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}}{\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2}} \end{bmatrix} \qquad [10.34b]$$

Se si preferiscono relazioni in cui siano esplicitamente presenti gli angoli di rotazione, la (10.34) può essere sostituita dalle relazioni seguenti:

$$\begin{aligned} \sigma_{u2}^2 = &\left(\sigma_u^2 \cos^2\theta + \sigma_v^2 \sin^2\theta + 2\overline{u'v'}\sin\theta\cos\theta\right)\cdot\cos^2\Phi + \\ &\sigma_w^2 \cdot \sin^2\Phi + 2\left(\overline{u'w'}\cos\theta + \overline{v'w'}\sin\theta\right)\cdot\sin\Phi\cos\Phi \end{aligned} \qquad [10.35a]$$

$$\sigma_{v2}^2 = \sigma_u^2 \sin^2\theta + \sigma_v^2 \cos^2\theta - 2\overline{u'v'}\sin\theta\cos\theta \qquad [10.35b]$$

$$\begin{aligned} \sigma_{w2}^2 = &\left(\sigma_u^2 \cos^2\theta + \sigma_v^2 \sin^2\theta + 2\overline{u'v'}\sin\theta\cos\theta\right)\cdot\sin^2\Phi + \\ &\sigma_w^2 \cdot \cos^2\Phi - 2\left(\overline{u'w'}\cos\theta + \overline{v'w'}\sin\theta\right)\cdot\sin\Phi\cos\Phi \end{aligned} \qquad [10.35c]$$

$$\begin{aligned} \overline{u'v'}_2 = &\left[\overline{u'v'}\cdot\left(\cos^2\theta - \sin^2\theta\right) + \sin\theta\cos\theta\left(\sigma_v^2 - \sigma_u^2\right)\right]\cdot\cos\Phi \\ &+ \left(-\overline{u'w'}\sin\theta + \overline{v'w'}\cos\theta\right)\cdot\sin\Phi \end{aligned} \qquad [10.35d]$$

$$\overline{u'w'}_2 = \left(\overline{u'w'}\cos\theta + \overline{v'w'}\sin\theta\right)\cdot\left(\cos^2\Phi - \sin^2\Phi\right) + \sin\Phi\cos\Phi\cdot\left[\sigma_w^2 - \left(\sigma_u^2\cos^2\theta + \sigma_v^2\sin^2\theta + 2\overline{u'v'}\sin\theta\cos\theta\right)\right] \quad [10.35e]$$

$$\overline{v'w'}_2 = -\left[\overline{u'v'}\cdot\left(\cos^2\theta - \sin^2\theta\right) + \sin\theta\cos\theta\left(\sigma_v^2 - \sigma_u^2\right)\right]\cdot\sin\Phi + \left(-\overline{u'w'}\sin\theta + \overline{v'w'}\cos\theta\right)\cdot\cos\Phi \quad [10.35f]$$

Con queste rotazioni, i vettori **V1** e **V2** si trasformeranno nella maniera seguente:

$$\mathbf{V1}_2 = \mathbf{V1}\bullet\mathbf{R}^T \qquad \mathbf{V2}_2 = \mathbf{V2}\bullet\mathbf{R}^T \quad [10.36]$$

e, quindi, le covarianze di θ e F con la velocità verticale w avranno la forma seguente

$$\overline{u'\theta'}_2 = \overline{u'\theta'}\cos\theta\cos\Phi + \overline{v'\theta'}sen\,\theta\cos\Phi + \overline{w'\theta'}sen\,\Phi \quad [10.37a]$$
$$\overline{v'\theta'}_2 = \overline{v'\theta'}\cos\theta - \overline{u'\theta'}sen\,\theta \quad [10.37b]$$
$$\overline{w'\theta'}_2 = \overline{w'\theta'}\cos\Phi - \overline{u'\theta'}\cos\theta sen\,\Phi - \overline{v'\theta'}sen\,\theta sen\,\Phi \quad [10.37c]$$

$$\overline{u'F'}_2 = \overline{u'F'}\cos\theta\cos\Phi + \overline{v'F'}sen\theta\cos\Phi + \overline{w'F'}sen\Phi \quad [10.38a]$$
$$\overline{v'F'}_2 = \overline{v'F'}\cos\theta - \overline{u'F'}sen\theta \quad [10.38b]$$
$$\overline{w'F'}_2 = \overline{w'F'}\cos\Phi - \overline{u'F'}\cos\theta sen\,\Phi - \overline{v'F'}sen\theta sen\Phi \quad [10.38b]$$

L'indeterminazione nell'orientamento degli assi x_2 e z_2 non è facile da risolvere, soprattutto disponendo solamente di una postazione di misura del vento: sarebbe necessario, infatti, conoscere dettagliatamente la geometria delle linee di flusso. Una discussione abbastanza chiara di ciò si può trovare in Kaimal e Finnigan (1994). Una possibilità, come si spiega nel riferimento citato, è cercare una rotazione attorno a x_2 che permetta di definire un nuovo sistema x_3, y_3, z_3 in cui si annulla la covarianza $\overline{v'w'}_3$. Quando l'orografia è poco accentuata e le linee di flusso non troppo irregolari, questa rotazione consente di individuare un sistema di riferimento molto vicino al *vero sistema di riferimento stream-line*. L'angolo di rotazione che realizza questa condizione è dato dalla relazione seguente:

$$\Psi = 1/2\tan^{-1}\left(2\overline{v'w'}_2/\left(\sigma_{y2}^2 - \sigma_{z2}^2\right)\right). \quad [10.39]$$

Questo angolo deve essere abbastanza piccolo perché questa rotazione risulti corretta e quindi la si può effettuare solo con orografia molto lieve (con una pendenza inferiore a 15°). In McMillen (1988) si discute di questo problema e si suggerisce che questo angolo non dovrebbe superare in nessun caso 10°. Praticamente, dopo quest'ultima rotazione, si ha che:

$$\bar{u}_3 = \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2} \quad [10.39a]$$
$$\bar{v}_3 = \bar{w}_2 = 0 \quad [10.39b]$$
$$\sigma_{u3}^2 = \sigma_{u2}^2 \quad [10.39c]$$
$$\sigma_{v3}^2 = \sigma_{v2}^2\cos^2\Psi + \sigma_{w2}^2 sen^2\Psi + 2\overline{v'w'}_2 sen\Psi\cos\Psi \quad [10.39d]$$
$$\sigma_{w3}^2 = \sigma_{v2}^2 sen^2\Psi + \sigma_{w2}^2\cos^2\Psi - 2\overline{v'w'}_2 sen\Psi\cos\Psi \quad [10.39e]$$
$$\overline{u'v'}_3 = \overline{u'v'}_2\cos\Psi + \overline{u'w'}_2 sen\Psi \quad [10.39f]$$
$$\overline{u'w'}_3 = -\overline{u'v'}_2 sen\Psi + \overline{u'w'}_2\cos\Psi \quad [10.39g]$$

$$\overline{v'w'}_3 = 0 \qquad [10.39h]$$

e, le covarianze tra la componente w e le variabili θ e F saranno date da:

$$\overline{w'\theta'}_3 = \overline{w'\theta'}_2 \cos\Psi - \overline{v'\theta'}_2 sen\Psi \qquad [10.40a]$$
$$\overline{w'F'}_3 = \overline{w'F'}_2 \cos\Psi - \overline{v'F'}_2 sen\Psi \qquad [10.40b]$$

10.2.1.4 Scelta del concetto di media e definizione del tempo di mediazione

Il metodo *ECM* si fonda completamente sulla possibilità di determinare il valor medio di una variabile meteorologica e la relazione (10.24) evidenzia la possibilità di stimare tale valore medio a partire dall'insieme degli N valori istantanei raccolti durante il periodo di mediazione. Tuttavia è importante fare alcune considerazioni aggiuntive sul concetto di media in Micrometeorologia. In primo luogo è importante ricordare che l'ipotesi di base su cui si fonda il metodo *ECM* è che una generica variabile ϕ possa essere considerata come la sovrapposizione di:

- un valor medio $\bar{\phi}$ che, almeno in teoria, non dovrebbe variare nel tempo,

- una fluttuazione turbolenta ϕ' che cambia ad ogni istante. L'ipotesi principale che si fa attorno alle fluttuazioni ϕ' è che siano delle *realizzazioni* di un *processo stocastico stazionario a media nulla*. Ciò implica che ad ogni istante t la fluttuazione sarà differente, però i parametri principali che ne descrivono la statistica (per esempio i momenti di vario ordine) dovranno mantenersi costanti nel tempo.

In realtà ciò non avviene e quello che si può vedere è che col tempo il valor medio delle variabili meteorologiche può variare, anche se lentamente. Un esempio tipico è costituito dalla temperatura dell'aria che varia durante il giorno a seconda della disponibilità di radiazione solare. Oltre a ciò, un'altra cosa evidente è che la statistica del processo stocastico varia lentamente nel tempo: durante le 24 ore del giorno normalmente si passa da situazioni convettive, caratterizzate da varianze molto elevate, a situazioni stabili notturne in cui le varianze assumono valori molto inferiori. Quello che si nota è una evoluzione temporale normalmente molto lenta, che però può diventare molto più rapida in particolari situazioni meteorologiche (passaggi di fronti, instabilità a mesoscala, ecc.). In pratica, l'applicazione del metodo *ECM* si fonda *sull'ipotesi* che *l'evoluzione temporale media* di *una variabile meteorologica sia sempre molto lenta e che sia sempre possibile definire un tempo T in cui il fenomeno si possa definire praticamente stazionario*.

10.2.1.4.1 Definizione del tempo di mediazione

Apparentemente, in un periodo di tempo T piccolo, il fenomeno considerato dovrebbe essere decisamente meno irregolare e quindi decisamente più stazionario, tuttavia se T è esageratamente piccolo la stima della varianza di una generica variabile meteorologica realizzata in questo periodo di tempo con la (10.22) potrebbe essere molto differente da quella vera. Per spiegare ciò, è necessario passare da una visione temporale ad una visione spettrale, in cui la parte turbolenta di un segnale meteorologico può essere considerata la sovrapposizione di molti segnali di tipo armonico: il peso di ciascuna armonica lo si può valutare costruendo lo spettro della variabile, come si farà nel seguito del Capitolo.

Se si considera una porzione del segnale di durata T, lo spettro che si può costruire avrà come *frequenza minima* il valore $1/T$ *ed* una *frequenza massima* che dipende dall'intervallo di tempo Δt tra due misure successive. Ciò sta a significare che questa porzione di segnale non avrà memoria delle armoniche di frequenza inferiore a $1/T$ e (apparentemente) delle armoniche di frequenza superiore a $1/(2\Delta t)$ (in realtà c'è una memoria parziale delle frequenze superiori a questo valore massimo della finestra spettrale, solo che questa memoria non aiuta e determina il fenomeno chiamato *aliasing* di cui si tratterà nel seguito). Dato che ogni armonica rappresenta in qualche modo un vortice e dato che la dimensione del vortice è inversamente proporzionale alla frequenza tipica dell'armonica, l'analisi di una porzione di segnale di ampiezza T non permette di tener conto degli effetti dei vortici corrispondenti alle armoniche di frequenza inferiore a $1/T$. Di conseguenza nella varianza non ci saranno i contributi *energetici* di questi vortici e una parte dell'informazione sulla turbolenza (la parte relativa ai vortici di grande dimensione) si perde definitivamente. Analogamente, trascurando *l'aliasing*, si perde anche l'informazione relativa ai vortici di dimensione molto piccola, dato che non si può tener conto del contributo delle armoniche di frequenza superiore a $1/(2\Delta T)$. Da questa discussione risulta chiaro che sarebbe necessario impiegare un periodo T abbastanza lungo per poter mantenere nella varianza e nelle covarianze delle variabili meteorologiche tutta l'informazione relativa alla turbolenza atmosferica, però T dovrebbe essere anche abbastanza corto da consentire che il fenomeno meteorologico potesse essere il più stazionario possibile. Un aiuto a questa discussione viene dall'analisi dello spettro della velocità del vento, già presentato al Cap.1 e riportato nella *Fig.10.2*.

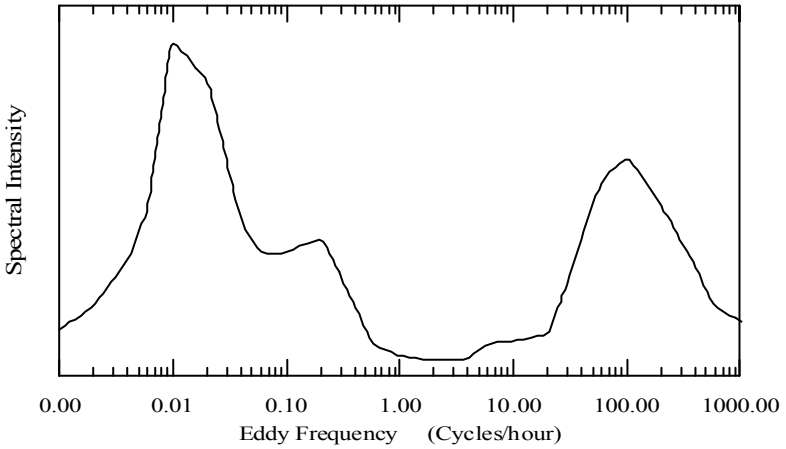

Fig.10.2: spettro della velocità del vento al suolo (Stull, 1988).

In essa l'ordinata rappresenta la parte di energia associata a una determinata dimensione del vortice, mentre l'asse delle ascisse rappresenta la dimensione dei vortici in termini di periodo e di frequenza delle variazioni della velocità del vento. I vortici di piccole dimensioni hanno periodi più corti. I picchi presenti nello spettro mostrano quali siano le dimensioni dei vortici che più contribuiscono alla energia cinetica dell'aria. Il picco localizzato più a sinistra, con periodo vicino alle 100 ore, si riferisce a variazioni della velocità del vento associate al passaggio di fronti d'aria. L'altro picco, attorno alle 24 ore, mostra l'aumento diurno della velocità del vento e la sua diminuzione notturna. Il picco ubicato più a destra è il più interessante. Questo picco è dovuto ai vortici a microscala con durate variabili tra 10 secondi e10 minuti. Analizzando questi picchi, si incontra una circostanza curiosa. Sono visibili variazioni nella velocità del vento con periodo o dell'ordine di alcune ore o dell'ordine dei minuti e dei secondi, però non esistono variazioni con periodi intermedi. Questo fenomeno è noto come *spectral gap*. Nella *Fig.10.2* lo *spectral gap* si può vedere chiaramente come la valle tra i due picchi principali. Il picco di sinistra descrive i movimenti sinottici, cioè i flussi medi, mentre quello di destra descrive i movimenti turbolenti che hanno luogo a livello di microscala. In questo senso, non è arbitrario

definire il *PBL* come quella parte della troposfera che risponde a forzanti di scala temporale prossima all'ora. *Lo spectral gap*, tuttavia, rappresenta un mezzo che permette di distinguere l'influenza della turbolenza sul *PBL* dalle altre influenze che non sono di origine turbolenta. Da questa discussione è evidente che *l'ordine di grandezza di T deve essere l'ora*.

Sopra questo tema si trovano in Letteratura molti lavori di tipo teorico in cui si sviluppa una teoria che dovrebbe determinare *T*. I lavori principali sono (Lumley e Panofsky,1964; Lenschow e al., 1994 e Gluhovsky e Agee, 1994) ed i risultati che i vari autori hanno ottenuto non sono applicabili tanto facilmente nella pratica. In ogni modo, quello che risulta da questi vari lavori è che *se si chiede una precisione del 5÷15% nella stima delle medie, varianze e covarianze, il periodo di mediazione T non può essere inferiore a 30÷60 minuti*. Questa è la *regola pratica* che bisogna utilizzare nell'applicazione del metodo *ECM*.

Una notazione particolare va fatta in relazione al lavoro realizzato da Treviño e Andreas (2000). In tale lavoro si è affrontata dal punto di vista sia pratico che teorico questo problema ed è stato individuato un primo metodo *adattivo* che dovrebbe consentire di definire man mano vengono acquisiti i dati elementari, il tempo di mediazione più appropriato al livello di turbolenza presente nel momento e nel punto di misura. Probabilmente sulla scia di questo lavoro potranno essere individuati metodi di individuazione del periodo di mediazione *T*, più rispettosi delle esigenze statistiche della turbolenza.

10.2.1.4.2 Individuazione ed eliminazione dell'evoluzione temporale della media (trend)

L'esigenza di utilizzare tempi di mediazione dell'ordine di 30÷60 minuti porta con sé spesso l'inconveniente costituito da una variazione più o meno accentuata del valor medio delle variabili meteorologiche (*trend*). Pertanto l'impiego diretto delle relazioni (10.22)÷(10.24) può produrre stime della varianza e delle covarianze abbastanza distanti dalla realtà (come si è discusso in Panofsky e Dutton, 1984) e perciò è necessario definire dei metodi per individuare ed eliminare questa evoluzione (*trend*) dalla media delle variabili.

Il Metodo di McMillen (1988)

Questo metodo utilizza come metodo di eliminazione dei *trend* un *filtro numerico RC passa-basso*. Supponiamo di considerare un segnale della variabile x (una componente del vento, la temperatura potenziale virtuale, ecc.) misurato con un tempo di acquisizione Δt (per esempio ogni 0.1 secondi) nell'intervallo temporale *T*. Ciò sta a significare che disponiamo nel periodo di mediazione di un insieme ordinato di N numeri $x_1, x_2, .., x_N$ presi agli istanti $t_0+\Delta t, t_0+2\Delta t, .., t_0+N\,\Delta t = t_0 + T$. Un filtro numerico *RC passa-basso* (chiamato anche *media mobile*) è un operatore matematico che assume in ingresso la serie temporale $[x_i]$ e produce una nuova serie temporale $[y_i]$ che presenta una evoluzione temporale molto più regolare di quella originaria avendo eliminato le oscillazioni ad alta frequenza. In pratica la serie $[y_i]$ si ottiene nel modo seguente:

$$y_i = a y_{i-1} + (1-a)x_i \qquad [10.41a]$$

in cui

$$a = \exp(-\Delta t / \tau_c) \qquad [10.41b]$$

Nella (10.41b) τ_c è il *tempo caratteristico del filtro* che determina quanto la serie di output al filtro sarà *smooth*. Più elevato sarà τ_c più regolare sarà la serie $[y_i]$. Per esempio, se si considera un sistema che realizza l'acquisizione della componente verticale del vento w e della temperatura potenziale θ, le varianze e la covarianza di queste variabili si otterranno nel modo seguente:

$$\Theta_i = a\Theta_{i-1} + (1-a)\theta_i \qquad W_i = aW_{i-1} + (1-a)w_i$$
$$\sigma_\theta = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[(\theta_k - \Theta_k)^2\right]} \qquad \sigma_w = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[(w_k - W_k)^2\right]} \qquad [10.41c]$$
$$\overline{w'\theta'} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[(w_k - W_k)(\theta_k - \Theta_k)\right]}$$

Questo metodo è stato molto impiegato, soprattutto nei sistemi di acquisizione in tempo reale degli antichi sistemi *ECM* ed ancora si utilizza. E' molto semplice, però presenta molti problemi, come è stato evidenziato in Kaimal e Finnigan (1994). Il primo problema è che in questo metodo le fluttuazioni sono date da x_i-y_i e ciò non assicura che il valor medio di queste fluttuazioni nel periodo di mediazione T sia nullo (effettivamente il valor medio delle fluttuazioni normalmente non lo è). Pertanto questo metodo impiega una definizione di media veramente molto lontana dalla teoria che sta alla base di tutta la formulazione matematica del *PBL*. Il secondo problema, sempre di tipo teorico, è che quando si impiega questa definizione di media, le caratteristiche spettrali delle fluttuazioni cambiano, producendo problemi quando è necessario calcolare il *tempo integrale caratteristico*, cioè il tempo per cui il segnale è autocorrelato. L'ultimo problema che si presenta nell'applicazione pratica di questo metodo sta nella determinazione del tempo caratteristico τ_c del filtro. Normalmente si utilizzano valori entro l'intervallo 150÷300 secondi, anche se non esiste una maniera semplice per decidere quale valore attribuire a questo parametro.

Il metodo della regressione lineare

Alla base di tale metodo c'è l'ipotesi che *qualunque tipo di evoluzione lenta di un segnale meteorologico nel periodo di mediazione T possa essere approssimata da un andamento lineare*. Pertanto, se si considera una generica variabile x_i, misurata agli istanti temporali $t_i = i\Delta t$, è semplice definire la retta di regressione come:

$$\bar{x}_i = \bar{x} + b\left(t_i - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} t_j\right) \qquad [10.42a]$$

in cui $\bar{x}$ si calcola con la (10.24) e b si ottiene dalla relazione seguente:

$$b = \frac{\sum_{k=1}^{N} x_k t_k - \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} x_k \sum_{k=1}^{N} t_k}{\sum_{k=1}^{N} t_k t_k - \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} t_k \sum_{k=1}^{N} t_k} \qquad [10.42b]$$

Ci sono molti metodi alternativi per individuare la retta di regressione. Alcuni esempi si possono trovare in Andreas e Treviño (1997) e in Gash e Culf (1996). Una discussione delle implicazioni teoriche che derivano dall'impiego di questo metodo di *detrending* è esposta in Rannik e Vesala (1999) in cui si trovano anche relazioni per correggere la stima delle varianze e delle covarianze se è richiesta una precisione molto elevata. Tuttavia, nella pratica normale, queste correzioni non vengono utilizzate.

Quando si utilizza come metodo di *detrending* la regressione lineare, la fluttuazione di x_i al tempo t_i è data da $x'_i = x_i - \bar{x}_i$ ed è semplice verificare che il valor medio di tali fluttuazioni nell'intervallo temporale T è nullo. Questa è una proprietà del metodo molto importante dal punto di vista teorico. Con

le fluttuazioni determinate con la (10.43c) è immediato stimare le varianze e le covarianze delle diverse variabili di interesse.

10.2.1.5 Scelta della frequenza di campionamento ed il problema del volume di mediazione

Il metodo *ECM* si fonda sulla stima dei parametri che definiscono la statistica dei differenti segnali meteorologici (cioè il valor medio, la varianza e le differenti covarianze con altre variabili meteorologiche). L'ipotesi fatta normalmente è che una stazione *ECM* sia capace di *catturare* tutte le fluttuazioni tipiche di questi segnali. Perché tale ipotesi sia corretta è necessario che la stazione sia in grado di misurare con una frequenza di campionamento f_c almeno uguale a due volte la massima frequenza che si vuole *catturare*, come richiede *il Teorema del Campionamento di Shannon* (Proakis e Manolakis, 1992). D'altro canto, dalla teoria spettrale del *PBL* (Kaimal e Finnigan, 1994; Trombetti e Tagliazucca, 1994) risulta che gli spettri ed i cospettri delle variabili turbolente presentano un intervallo di frequenze (*spectral window*) nel quale risultano significativamente diversi da zero. Se f è la frequenza, z la quota di misura e U la velocità media del vento, *questo intervallo spettrale tipico della turbolenza del PBL* risulta pari a circa:

$$0.005 \le fz/U \le 5 \qquad [10.44]$$

Dalla (10.44) è chiaro che esiste una relazione molto stretta tra la quota di misura, la frequenza di campionamento e la velocità media del vento. Se si vuole rispettare il Teorema del Campionamento e se si vuole che il sistema *ECM* sia capace di *catturare* le frequenze della turbolenza fino al valore massimo dell'intervallo spettrale caratteristico, è necessario che:

$$f_c z \approx 10U \qquad [10.45]$$

Se si considerano due sistemi *ECM*, uno con f_c = 10Hz e un altro con f_c = 20Hz, dalla (10.45) è semplice rendersi conto che esiste una relazione ben precisa tra la quota di misura e la velocità media del vento. In particolare, è semplice verificare che se si sta operando in una regione in cui la velocità tipica del vento è di 4 $m \cdot s^{-1}$, la altezza minima di misura dovrebbe essere 4 metri se f_c = 10Hz e 2 metri se f_c = 20Hz.

Un'altra ipotesi utilizzata nel metodo *ECM* è che la statistica individuata a partire dalle misure elementari ottenute dai singoli strumenti che compongono la stazione di misura siano rappresentative di un dato punto dello spazio. Ciò sicuramente non può essere vero, dato che:

- ogni sensore meteorologico ha una propria dimensione fisica ben precisa e non trascurabile,
- nella stazione *ECM* possono coesistere sensori differenti, posti il più possibile vicini gli uni agli gli altri. Nonostante ciò, il *volume di misura,* definito come *il volume in cui si trovano tutti i sensori,* presenta una dimensione fisica non nulla.

Se a questa porzione di spazio si attribuisce una *scala spaziale l*, dalla (10.44) e dal Teorema del Campionamento si ottiene:

$$l \approx U/f = z/10 \qquad [10.46]$$

Se la quota di misura è 2 metri, la dimensione caratteristica del volume di misura dovrà essere

dell'ordine dei 20 cm; questa scala spaziale è dello stesso ordine di grandezza del volume di misura di un anemometro sonico. Se però il volume di misura aumenta per l'introduzione di altri sensori per la determinazione del flusso verticale di altre variabili (vapor d'acqua, ecc.) per rispettare la (10.46) è necessario aumentare ulteriormente l'altezza di misura. Per esempio, se *l* diventa 1 metro, la quota di misura dovrà aumentare a 10 metri.

10.2.1.6 Correzioni per i sensori non ideali

Finora abbiamo considerato una stazione *ECM ideale*, costituita da sensori ideali, cioè da sensori che misurano le variabili micrometeorologiche con precisione infinita e con risposta istantanea senza indurre nelle misure alcun tipo di distorsione e di attenuazione. Nella realtà, la situazione spesso è ben differente. I sensori reali, infatti, introduco nella misura un'alterazione che si manifesta sia in una attenuazione del segnale, dipendente dalla frequenza delle armoniche che compongono il segnale, sia in uno sfasamento fra misura e variabile misurata, anche quest'ultima dipendente dalla frequenza dell'armonica. Quanto detto si può riassumere nel fatto che ogni sensore reale può essere visto in prima approssimazione come un filtro *passa-basso* caratterizzato da una ben precisa *funzione di trasferimento nel dominio delle frequenze*.

Per poter tentare di valutare l'entità della distorsione del segnale indotta dal sensore e quindi per poter cercare di *correggere* la stima della varianze e covarianze prodotte dal metodo *ECM*, sarebbe necessario studiare nel dettaglio tutte le cause che lungo la catena di misura conducono a questa distorsione del segnale originario. Ciò è stato fatto a varie riprese e in Moore (1986), Riβmann e Tetzlaff (1994) e Horst (1997) sono stati presentati i dettagli delle varie metodologie proposte. La materia è relativamente complessa è non è possibile trattarla adeguatamente in questa sede. Vale comunque la pena di sottolineare il lavoro presentato in Massman (2000), perché in esso è stata tentata una sintesi ordinata del lavoro finora realizzato ed anche una metodologia semplice ed efficace che consente una correzione delle misure agevole e realistica.

Consideriamo inizialmente il caso di un sensore di temperatura caratterizzato da un *tempo caratteristico* τ che fornisce nel periodo di mediazione *T* i valori di temperatura potenziale virtuale con cui stimare la varianza della temperatura stessa e le covarianze con le componenti del vento (in particolare la componente verticale). Se consideriamo, per esempio, la varianza σ_θ^2, essa, di norma, non coinciderà con la *vera varianza* $\hat{\sigma}_\theta^2$ che, detta $S_{\theta\theta}(f)$ la *densità spettrale della temperatura*, si può definire come:

$$\hat{\sigma}_\theta^2 = \int_0^\infty S_{\theta\theta}(f)\,df \qquad [10.44]$$

per due ragioni principali. Il primo motivo consiste nel fatto che nella definizione precedente si considerano le armoniche di ogni possibile frequenza, mentre nella varianza reale sono contenuti solo i contributi derivanti dalle armoniche con frequenza non inferiore alla frequenza minima $f_{min}=1/T$ e non superiori a $f_{max}=f_c/2$, dove f_c è la frequenza di campionamento impiegata nel sistema *ECM*. La seconda ragione è legata alla caratteristica *reale* del sensore che lo fa assomigliare ad un filtro *passa-basso* caratterizzato da una funzione di trasferimento del tipo:

$$G(f,\tau) = \frac{1}{\left\{1+(2\pi f\tau)^2\right\}^{1/2}} \qquad [10.45]$$

Il significato della funzione di trasferimento è semplice: se consideriamo il sensore come un sistema astratto in cui entra un segnale (segnale di ingresso) e da cui esce un segnale (segnale di uscita), allora se il segnale di ingresso fosse costituito da un'armonica di frequenza f , il sensore produrrebbe un segnale di uscita sempre armonico ma con ampiezza *deamplificata* del fattore G (la funzione di trasferimento, appunto) il cui valore numerico, come si vede, varia con la frequenza. Nella realtà, come evidenziato dai riferimenti citati, l'espressione della funzione di trasferimento G sarà molto più complessa, dovendo tener conto non solo delle caratteristiche dinamiche del sensore, ma anche della catena di misura, del periodo di mediazione e da una miriade di altri fattori.

Comunque, se volessimo esprimere la varianza misura σ_θ^2 in maniera spettrale, potremmo adottare la relazione seguente:

$$\sigma_\theta^2 = \int_{f_1}^{f_2} S_{\theta\theta}(f) \cdot G^2(f,\tau)\, df \qquad [10.46]$$

dove $f_1 = 1/T$ e $f_2 = f_c/2$. L'errore ε che si fa considerando σ_θ^2 al posto di $\hat{\sigma}_\theta^2$ sarà pari a:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\sigma_\theta^2}{\hat{\sigma}_\theta^2} = 1 - \frac{\int_{f_1}^{f_2} S_{\theta\theta}(f) \cdot G^2(f,\tau)\, df}{\int_0^\infty S_{\theta\theta}(f)\, df} \qquad [10.47]$$

Se conoscessimo perfettamente la funzione di trasferimento G, la relazione (10.47) ci permetterebbe di calcolare l'errore commesso nella stima della varianza e quindi anche la correzione da apportare alla stima per renderla più vicina al valore ideale. Un elemento di complessità presente nella relazione (10.47) è costituito dalle densità spettrali la cui espressione, per essere utilizzabile all'interno di questa relazione, deve coprire tutte le frequenze possibili. Possibili relazioni matematiche che esprimono la densità spettrale per la temperatura (come pure per le tre componenti del vento e l'umidità) possono essere trovate in Moore (1986). A titolo puramente esemplificativo, per la varianza della temperatura potenziale e nelle situazioni adiabatiche possono essere impiegate le relazioni seguenti:

$$S_{\theta\theta}(f) = \begin{cases} \dfrac{14.94\, fz/U}{(1+24\, fz/U)^{5/3}} & fz/U < 0.15 \\ \dfrac{6.827\, fz/U}{(1+12.5\, fz/U)^{5/3}} & fz/U \geq 0.15 \end{cases} \qquad [10.48]$$

Riassumendo, se si conosce τ, il tempo caratteristico equivalente del sensore, e la forma funzionale appropriata per la densità spettrale $S_{\theta\theta}(f)$, è possibile calcolare (numericamente) gli integrali presenti nella (10.47) e quindi risulta possibile stimare l'errore commesso ed apportare alla stima la dovuta correzione.

Quanto detto per la varianza di una variabile di interesse micrometeorologico (la temperatura in particolare) può essere esteso concettualmente anche alla covarianza tra due generiche variabili micrometeorologiche α e β misurate da due sensori (concettualmente distinti) caratterizzati da tempi

caratteristici equivalenti τ_α e τ_β,. Teoricamente, come nel caso della varianza, la covarianza tra queste due variabili dovrebbe essere espressa come:

$$\overline{\alpha'\beta'}_v = \int_0^\infty S_{\alpha\beta}(f)\,df \qquad [10.49]$$

in cui $S_{\alpha\beta}(f)$ è il cospettro delle due variabili. Questa covarianza teorica, a rigore, non coinciderà con la covarianza $\overline{\alpha'\beta'}$ stimata direttamente dalle misure. Se però si tiene conto delle caratteristiche dinamiche dei sensori che hanno prodotto queste misure, della catena di misura, del periodo di mediazione finito e di molti altri fattori, possiamo (almeno concettualmente) definire due differenti funzioni di trasferimento, una per ognuno dei due sensori, e quindi potremo giungere alla seguente espressione semplificata che descrive la covarianza misurata dal punto di vista spettrale:

$$\overline{\alpha'\beta'} = \int_{f_1}^{f_2} S_{\alpha\beta}(f)\cdot G(f,\tau_\alpha)\cdot \mathrm{G}(f,\hat{o}_{\hat{a}})\cdot df \qquad [10.50]$$

e quindi l'errore associato alla stima della covarianza sarà pari a:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\overline{\alpha'\beta'}}{\overline{\alpha'\beta'}_v} = 1 - \frac{\int_{f_1}^{f_2} S_{\alpha\beta}(f)\cdot G(f,\tau_\alpha)\cdot G(f,\tau_\beta)\,df}{\int_0^\infty S_{\alpha\beta}(f)\,df} \qquad [10.51]$$

Anche in questo caso, per l'impiego reale della (10.51) è necessario non solo conoscere la reale forma funzionale delle funzioni di trasferimento, ma anche l'espressione analitica dei cospettri. Anche in questo caso Moore (1986) e gli altri riferimenti citati forniscono preziose informazioni per giungere alla determinazione numerica dell'errore e quindi permettono di determinare la correzione da apportare alla covarianza stimata direttamente dalla misure. Nel citato lavoro di Massman (2000) è stato rivisto criticamente tutto quanto prodotto su questo argomento e si è giunti a delle relazioni approssimate che consentono una stima agevole delle correzioni da apportare alle misure, senza la necessità di valutare numericamente i vari integrali presenti nelle relazioni di correzione sopra riportate. Qualora fosse necessario apportare queste correzioni (caso che si ha nella pratica quando si è costretti ad usare in una stazione *ECM* sensori caratterizzati da un comportamento dinamico veramente molto lontano dall'ideale) si consiglia di applicare proprio le relazioni presentate nel lavoro di Massman (2000).

Un problema differente, anche se sempre connesso con la struttura non ideale di un sensore, è il caso della misura del flusso verticale di un gas con sensori a risposta relativamente lenta (questo è un caso molto frequente in agrometeorologia). In particolare, quando questi sensori sono di tipo *closed path*, presentano un condotto che trasporta (mediante l'aspirazione di una pompa) l'aria dall'esterno alla parte del sensore in cui avviene l'analisi. Ciò determina un *ritardo* del segnale *chimico* rispetto al segnale della componente *w* del vento. Se il condotto d'aspirazione presenta un diametro interno *D* e una lunghezza *L* e se la pompa determina una portata Γ, il segnale *chimico* avrà un *ritardo teorico* pari a:

$$\tau_L = \pi D^2 L/(4\Gamma) \qquad [10.52]$$

Prima di stimare la covarianza tra la concentrazione del gas F e w sarà necessario *sincronizzare* i due segnali, cosa che porta alla relazione seguente:

$$\overline{w'F'} = \frac{1}{N-K}\sum_{i=1}^{N-k} w'_{i-K}\, F'_i \qquad [10.53a]$$

in cui:

$$K = \tau_L / \Delta t = \tau_L f_c \qquad [10.53b]$$

Frequentemente, quando è necessario usare il metodo *ECM* per stimare il flusso verticale di un gas in agrometeorologia (per esempio vapor d'acqua, CO_2, O_3) è necessario affiancare sensori differenti che, per quanto singolarmente di dimensioni ridotte, determinano un *volume di misura complessivo* abbastanza grande. Come già detto al punto 10.2.1.5, ciò può costituire un problema serio e la relazione (10.46) pone un limite superiore alla distanza che separa i sensori. Se tecnicamente non è possibile rispettare tale relazione, sicuramente la stima delle covarianze ed in particolare la stima del flusso verticale di gas sarà affetto da un errore. La tecnica spettrale qui presentata può valutare, anche in questo caso, l'errore più probabile e può consentire di determinare la correzione da apportare alle covarianze. In Moore (1986) e in Ribmann e Tetzlaff (1994) si possono trovare i dettagli che consentono di realizzare praticamente queste correzioni.

10.2.1.7 Stima dei parametri della turbolenza dello Strato Superficiale

La conoscenza della matrice di Varianza-Covarinza del vento e dei vettori di covarianza tra le componenti del vento e la temperatura ed eventualmente anche altre variabili scalari consente la determinazione diretta dei flussi turbolenti e nelle relazioni (12.22)÷(12.24) è stata presentata la definizione standard dei flussi turbolenti. In questo paragrafo considereremo più in dettaglio quali sono i problemi pratici che si incontrano nella stima di tali parametri.

<u>La velocità di frizione</u>

Nella Letteratura scientifica coesistono molte definizioni differenti di velocità di frizione u_*. In Weber (1999) sono discusse nel dettaglio le principali definizioni proposte ed utilizzate e le loro implicazioni pratiche. Riferendoci a Weber (1999) e Stull (1988), il *flusso verticale totale dello Sforzo di Reynolds (flusso turbolento di quantità di moto)* è un vettore $\vec{\tau}$ con componenti:

$$\tau_{xz} = -\overline{\rho u' w'} \qquad \tau_{yz} = -\overline{\rho v' w'} \qquad [10.55]$$

Il suo modulo è dato da:

$$|\tau| = \left[\tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2\right]^{1/2} \qquad [10.56a]$$

cioè:

$$|\tau| = \overline{\rho} u_*^2 \qquad [10.56b]$$

una volta definita la *velocità di scala* u_* (*velocità di frizione*) come:

$$u_* = \left[\overline{u'w'}^2 + \overline{v'w'}^2\right]^{1/4} \qquad [10.56c]$$

Quindi per stimare u_* è necessario conoscere le covarianze tra le componenti orizzontali e la componente verticale del vento. Nel caso in cui si scelga di impiegare tre rotazioni del sistema di riferimento cartesiano, nella (10.56c) $\overline{v'w'}=0$ e la (10.56c) si riduce alla (10.28). E' necessario ricordare che (Garratt, 1992) se sono state applicate tre rotazioni del sistema di riferimento strumentale per poter operare in un sistema *stream-line*, per congruenza con un profilo verticale della velocità media del vento di tipo logaritmico (tipico del *SL*) è necessario che:

$$\overline{u'w'}<0 \qquad [10.57]$$

Tuttavia non è raro incontrare sperimentalmente situazioni in cui $\overline{u'w'}>0$. In questi casi nel *SL* non dovrebbe esistere un profilo verticale del vento medio di tipo monotono crescente e $\overline{u'w'}>0$ dovrebbe essere un chiaro indicatore di una situazione micrometeorologica altamente non stazionaria o del fatto che gli strumenti impiegati nella misura non possiedono le caratteristiche di risposta e di precisione adeguate per misurare le fluttuazioni del vettore vento. In effetti queste situazioni sono più frequenti nelle condizioni o molto convettive o molto stabili, quando il vento normalmente ha valori molto bassi, al limite della risoluzione degli anemometri impiegati.

Il flusso turbolento di calore sensibile

Sono possibili due definizioni per il Flusso turbolento di calore sensibile. La prima è la seguente:

$$H_0=\rho C_p\overline{w'\theta'} \qquad [10.58a]$$

che, a rigore, si indica come *Flusso Turbolento di Calore Sensibile* (Garratt, 1992). E' questo il flusso che si deve utilizzare nel bilancio energetico all'interfaccia suolo-aria. La seconda definizione è uguale alla precedente, in cui la temperatura potenziale viene però sostituita con la temperatura potenziale virtuale, cioè:

$$H_{0v}=\rho C_p\overline{w'\theta_v'} \qquad [10.58b]$$

che in Garratt (1992) è indicata come *Flusso Superficiale di Galleggiamento (Surface Buoyancy Flux)*. In ogni modo, è importante ricordare che in pratica non sempre i differenti autori fanno una chiara distinzione tra la definizione (10.58a) e la (10.58b) e frequentemente entrambe vengono indicate come *Flusso Turbolento di Calore Sensibile.*

Se nell'aria non c'è acqua liquida, la relazione tra H_0 e H_{0v} è la seguente (Stull, 1988):

$$H_{0v}=H_0\left[1+0.38\frac{e}{p}\right]+0.608\rho C_p\overline{\theta}\cdot\overline{w'q'} \qquad [10.59]$$

in cui e è la tensione di vapor d'acqua, p è la pressione atmosferica, $\overline{\theta}$ è la temperatura potenziale media, ρ è la densità dell'aria, C_p il calore specifico a pressione constante e $\overline{w'q'}$ è la covarianza tra la componente w del vento e l'umidità specifica q ($g_{acqua}\cdot g_{aria}^{-1}$).

Il flusso verticale di Calore Latente

Se il contenuto di vapor d'acqua nell'aria (cioè l'umidità) si misura come *umidità specifica* (g_{acqua}/g_{aria}), la definizione del *Flusso Turbolento di Calore Latente* è la seguente:

$$H_E = \rho\lambda\overline{w'q'} \qquad [10.60]$$

in cui λ è il *calore latente de evaporazione* ($J \cdot kg^{-1}$) .

Se, invece, l'umidità si misura come *umidità assoluta a* ($g_{acqua} \cdot m^{-3}_{aria}$), la (10.60), in prima approssimazione, diviene:

$$H_E = \frac{\lambda}{1000}\overline{w'a'} \qquad [10.61]$$

Tuttavia, in questo caso sarebbe meglio utilizzare quella che si chiama *correzione di Webb* (Webb e al., 1980), per tener conto delle fluttuazioni di densità. In particolare, secondo questa correzione, nella (10.61) si dovrebbe sostituire $\overline{w'a'}$ con la covarianza tra *w'* e la variabile seguente:

$$s' = (1 + \mu\sigma) \cdot \left[a' + \left(\bar{a}/\bar{\theta}\right)\theta'\right] \qquad [10.62]$$

dove μ = peso molecolare dell'aria/peso molecolare dell'acqua = 1.608 e $\sigma = \bar{a}/\bar{\rho}_{aria}$.

Il Flusso verticale di una qualsiasi variabile scalare

Frequentemente la concentrazione *c* nell'aria di un gas generico (CO_2, O_3, ecc.) si misura come (moli di gas·mole^{-1} di aria). Se $\overline{w'c'}$ è la covarianza tra *w'* e *c*, tenendo conto della legge di stato dei gas, si ha che il flusso turbolento verticale di *c* si può calcolare con la relazione seguente:

$$F_c = \frac{p}{0.08314 \cdot \bar{\theta}} \cdot \overline{w'c'} \qquad [10.63]$$

Se, invece, la concentrazione del gas si misura come $g_{gas} \cdot m^{-3}_{aria}$, $\overline{w'c'}$ è direttamente il flusso turbolento verticale nelle unità ($g_{gas}\ m^{-2}s^{-1}$). In questo caso, però, sarebbe meglio introdurre la correzione di Webb che sostituisce $\overline{w'c'}$ con $\overline{w's'}$ dato dalla relazione:

$$s' = c' + \mu \cdot \left(\bar{c}/\rho_{aria}\right)a' + (1 + \mu\sigma) \cdot \left(\bar{c}/\bar{\theta}\right)\theta' \qquad [10.64]$$

in cui *a'* è la fluttuazione della umidità assoluta.

Altri parametri della turbolenza dello Strato Superficiale

Il principale degli altri parametri che definiscono il livello di turbolenza nel *SL* è la *lunghezza di Monin-Obukhov L* definita come (Stull, 1988 e Garratt, 1992):

$$L = -\frac{\bar{\theta}_v}{kg} \cdot \frac{u_*^3}{\overline{w'\theta'_v}} \qquad [10.65a]$$

in cui $\bar{\theta}_v$ è la temperatura potenziale virtuale media nel *SL*, *k* è la costante di von Karman e *g* è l'accelerazione di gravità. Equivalente alla (10.65a) è la definizione seguente di *L:*

$$L = -\frac{\rho C_p \overline{\theta_v}}{kg} \cdot \frac{u_*^3}{H_{0v}} \qquad [10.65b]$$

in cui appare esplicitamente il Flusso Turbolento Verticale di Bouyancy e non H_0.

Associato ad ogni flusso verticale di una generica variabile scalare c c'è anche un *parametro di scala* definito, in generale, nella forma seguente:

$$c_* = -\frac{\overline{w'c'}}{u_*} \qquad [10.66]$$

In particolare, se c è la temperatura potenziale virtuale, si può definire la *temperatura di scala*, molto utilizzata nella Teoria della Similarità, come:

$$\theta_* = -\frac{\overline{w'\theta'_v}}{u_*} = -\frac{H_{0v}}{\rho C_p u_*} \qquad [10.67]$$

Altri parametri importanti che definiscono il livello della turbolenza nel *SL* sono le varianze delle tre componenti del vento e delle variabili scalari come la temperatura potenziale virtuale e l'umidità. Questi parametri si stimano direttamente con la (10.22).

Infine, un parametro fondamentale nella descrizione della turbolenza del *SL* è la *dissipazione di energia cinetica turbolenta* ε. Con il metodo *ECM* non è possibile stimare direttamente questa grandezza e quindi si può avere solo una sua stima indiretta mediante l'impiego delle relative Relazioni della Teoria della Similarità.

10.2.1.8 Problemi nell'impiego dell'anemometro sonico in una stazione ECM

Tutti i problemi connessi con l'impiego pratico di un anemometro sonico in una stazione dedicata al metodo *ECM* hanno come origine il fatto che la temperatura misurata da questo sensore T_s non è la normale temperatura dell'aria T, ma è invece una temperatura *contaminata* dell'umidità specifica q dell'aria (o, che è lo stesso, dalla tensione di vapore dell'aria e e della pressione atmosferica p) secondo la relazione seguente (Kaimal e Gaynor, 1991):

$$T_s = T(1 + 0.51q) \qquad [10.68a]$$

o

$$T_s = T(1 + 0.32\, e/p) \qquad [10.68b]$$

Se si confrontano queste relazioni con quelle che definiscono la temperatura virtuale T_v:

$$T_v = T(1 + 0.61q) \qquad [10.69a]$$

o

$$T_v = T(1 + 0.38\, e/p) \qquad [10.69b]$$

si può vedere che con buona approssimazione $T_s \cong T_v$. Se, inoltre, si tiene conto del principio fisico su cui si fonda il funzionamento dell'anemometro sonico, è possibile (Schotanus e al., 1983) determinare

relazioni che permettano di eliminare queste contaminazioni dalla varianza della temperatura e dalla covarianza tra la temperatura e la componente *w* del vento. In particolare, la $\sigma_{T_s}^2$ è funzione della σ_T^2 tramite la relazione seguente:

$$\sigma_{T_s}^2 = \sigma_T^2 + 1.02\overline{T}\cdot\overline{q'T'} + 0.51^2\overline{T}\cdot\sigma_q^2 + 4\frac{\overline{T}^2\overline{u}^2}{\left(\overline{c}^2\right)^2}\sigma_u^2 - \frac{4\overline{T}\cdot\overline{u}}{\overline{c}^2}\overline{u'T'} - 2.04\frac{\overline{T}^2\overline{u}}{\overline{c}^2}\overline{u'q'} \qquad [10.70a]$$

che si può semplificare come:

$$\sigma_{T_s}^2 \cong \sigma_T^2 + 1.02\overline{T}\cdot\overline{q'T'} \qquad [10.70b]$$

in cui $\overline{c}$ è la velocità media del suono; come si suggerisce in (Kaimal e Gaynor, 1991), si può porre $\overline{c}^2/T \cong 403$. Si nota immediatamente che questa correzione si può fare solo se nel sistema *ECM* è prevista la presenza anche di un sensore a risposta rapida che consente di determinare le covarianze $\overline{u'q'}$ e $\overline{q'T'}$ e la varianza σ_q^2.

Anche per la covarianza $\overline{w'T'_s}$, Schotanus e al (1983) hanno fornito una relazione di correzione, riportata qui di seguito:

$$\overline{w'T'_s} = \overline{w'T'} + 0.51\overline{T}\cdot\overline{w'q'} - 2\frac{\overline{T}\cdot\overline{u}}{\overline{c}^2}\overline{u'w'} \qquad [10.71]$$

Anche in questo caso è necessaria la presenza di un igrometro a risposta rapida nel sistema *ECM*.

E' interessante però vedere quando e se fare queste correzioni. Normalmente nelle relazioni della Teoria della Similarità (un esempio importante è la definizione della *lunghezza di Monin Obukhov*) non si usa la temperatura normale (anche se potenziale), ma proprio la temperatura virtuale (anche se potenziale virtuale). In questo caso, dato che $\sigma_{T_v}^2 \cong \sigma_{T_s}^2$ e $\overline{w'T'_v} \cong \overline{w'T'_s}$, è meglio non fare alcuna correzione. Se, invece, si sta stimando il bilancio energetico superficiale, in cui è necessario stimare H_0 e non H_{0v}, è indispensabile tener conto della correzione (10.71).

10.2.1.9 Altri problemi

Nell'applicazione pratica del metodo *ECM* ci si imbatte spesso in altri problemi di ordine pratico, più o meno importanti a seconda del tipo dei sensori impiegati e del sistema di acquisizione dati. Qui di seguito si discuteranno alcuni di tali problemi.

Aliasing

Se si considera un segnale digitale, cioè una sequenza di numeri associati a tempi successivi $t_i=t_0+i\Delta t$, il Teorema del Campionamento di Shannon (Proakis e Manolakis, 1992) afferma che sono necessari almeno due dati per ciclo per definire un'armonica di un segnale. Se, per esempio, si realizza un'acquisizione con una frequenza di 10Hz, ogni 0.1 secondi si ha una misura (numero) e la frequenza

più elevata che può essere rilevata in base al Teorema del Campionamento sarà 5Hz. Quindi, se $f = 1/\Delta t$ è la frequenza di campionamento, la massima frequenza rilevabile sarà $f_N = f/2$, che prende il nome di *frequenza di Nyquist*. Tuttavia, il segnale originario inevitabilmente contiene anche le informazioni relative alle armoniche a frequenza superiore a f_N. Questa informazione non va perduta, ma al contrario l'energia di queste armoniche viene ripartita nelle armoniche a frequenza inferiore, contaminando profondamente lo spettro del segnale. Questo fenomeno è noto come *aliasing*. Maggiori dettagli si possono trovare in Kaimal e Finnigan (1994) e Stull (1988).

Se l'uscita del sensore è solo digitale (come per esempio è il caso quando si impiega l'anemometro sonico), l'unico rimedio possibile per minimizzare gli effetti dell'aliasing è:

- acquisire con la massima frequenza possibile il segnale,

- sostituire alla sequenza originaria di misure (acquisite ad una frequenza elevatissima) una nuova sequenza di numeri costituiti dal valor medio di M campioni consecutivi. Questa nuova sequenza avrà una frequenza pari a f/M e in essa il fenomeno dell'aliasing sarà tanto minor quanto maggiore sarà M.

Se l'uscita del segnale è analogica (come per esempio capita con una termoresistenza o un sensore a risposta rapida per la misura dell'umidità), è possibile ridurre il fenomeno dell'*aliasing* impiegando un filtro analogico di tipo *passa-basso* (con una frequenza di taglio circa pari a f_N) tra l'uscita del sensore e l'ingresso del convertitore Analogico/Digitale.

<u>*Spikes*</u>
Gli *spikes* sono valori isolati del segnale che sono estremamente lontani dalla evoluzione normale del segnale stesso. Essi possono dipendere da molte ragioni come, per esempio, il rumore elettronico indotto nei sistemi di acquisizione dati o indotto direttamente dall'elettronica presente entro il medesimo sensore e anche dalle gocce di pioggia che perturbano i sensori (questo fenomeno è molto frequente nel caso dell'anemometro sonico). Per localizzare ed eliminare gli *spikes*, che possono alterare considerevolmente la stima delle variabili realizzata col metodo *ECM*, è possibile utilizzare alcuni metodi presentati in Letteratura, come per esempio quello riportato in Vickers e Mahart (1997) che si presenta nella forma seguente:

- consideriamo un segnale digitale di N dati acquisiti ogni Δt secondi. Il periodo di mediazione sia quindi $T=N\cdot\Delta t$. Consideriamo anche una finestra temporale L, in cui $L<T$ (per esempio T=60' e L=10'). L può essere posto uguale, per esempio, a circa 10 volte il tempo caratteristico euleriano del fenomeno fisico considerato. I numeri indicati nell'esempio soddisfano questo vincolo.

- la metodologia consiste nello spostare lungo il record del segnale (di lunghezza T) una finestra temporale di lunghezza L, un punto alla volta, e calcolare in questa finestra la deviazione standard σ del segnale.

- nella finestra L si localizzano gli *spikes* definiti come quei punti che stanno ad una distanza dal valor medio (della finestra) di $\pm 3.5\sigma$ e che non hanno attorno più di tre altri punti con le medesime caratteristiche. Una volta localizzati, questi spikes vengono sostituiti con l'interpolazione lineare dei punti contigui.

Individuazione delle situazioni fortemente non stazionarie

Ci sono situazioni che sono ben lungi dall'essere stazionarie o quasi stazionarie ed è importante per lo meno riconoscerle dall'analisi dei dati raccolti. In Letteratura non sono molti i lavori di ricerca dedicati a questo tema ed i metodi proposti sono sempre abbastanza soggettivi e di non semplice applicazione. In Giostra e Strafella (1995), Vickers e Mahrt (1997) e Foken e Wichura (1996) è possibile analizzare alcuni dei metodi proposti. Va comunque rilevato che, alla fine, tutti questi metodi fanno riferimento in varie forme al *Test di Stazionarietà di Bendat e Piersol* (1986).

Come esempio, è interessante presentare sinteticamente il semplice test proposto in Foken e Wichura (1996). Consideriamo una serie di due variabili, per esempio la componente w del vento e la temperatura potenziale virtuale θ_v in un periodo di mediazione T. Con la (10.23) è semplice stimare la covarianza $\overline{w'\theta'_v}$. Se si divide T in M parti uguali, ognuna con N/M misure, è sempre possibile con la (10.23), stimare le M covarianze $\overline{w'\theta'_{v\,k}}$ proprie di ciascun intervallo $k = 1,M$. A questo punto si calcoli:

$$\overline{\overline{w'\theta'_v}} \equiv \frac{1}{M-1}\sum_{k=1}^{M}\overline{w'\theta'_{v\,k}} \qquad [10.72]$$

Se tra $\overline{w'\theta'_v}$ e $\overline{\overline{w'\theta'_v}}$ esiste una differenza di più del 30%, la situazione che si sta analizzando non è stazionaria. Questo test è esageratamente restrittivo ed è meglio farlo *dopo* un *detrending lineare* dei segnali originari.

10.2.1.10 Metodologia per la utilizzazione pratica del metodo Eddy-Covariance

Supponiamo di utilizzare veramente il metodo *ECM* per stimare i parametri caratteristici della turbolenza del *SL*. In questo caso è necessario poter disporre di un insieme di apparati che lo consentano. Supponiamo inoltre di assemblare una stazione con:

- un igrometro a risposta rapida di tipo *open path* al kripton che misura l'umidità assoluta dell'aria h e invia, con un'uscita analogica, il segnale elettrico direttamente all'anemometro sonico;

- un anemometro sonico che, mediante una uscita digitale, fornisce con frequenza di campionamento f (per esempio 20Hz) sia i dati delle tre componenti del vento (u,v,w) che la temperatura T_s e la umidità assoluta (che non ha misurato direttamente, ma ha acquisito dall'igrometro e ha sincronizzato con le proprie misure);

- un computer che, mediante una porta seriale, prende tutti i dati prodotti dal sistema sonico e li immagazzina in *files* orari.

Quando si mette a punto la stazione, è importante scegliere correttamente la quota di misura. Al punto 10.2.1.2 sono stati presentati gli elementi importanti per verificare che la quota di misura stia sopra un *IBL* che eventualmente si sia sviluppato sopravvento alla stazione. Inoltre, dato che in questa ipotetica stazione si trova anche un sensore come l'igrometro che misura in un punto differente dal volume di misura dell'anemometro sonico, è importante verificare il rispetto della (10.46) che stima il limite superiore della distanza tra i differenti punti di misura. Se risultasse impossibile rispettare tale limitazione, sarà necessario, una volta ottenuta la stima del flusso turbolento di calore latente, effettuare la sua correzione con le tecniche spettrali presentate al punto 10.2.1.6. A questo punto sarà veramente

possibile operare con la nostra stazione.

Durante il funzionamento, essa produce *files* orari, come si è detto. In ciascun archivio si troveranno $N=3600f$ dati, ciascuno costituito dall'insieme seguente (u,v,w,T_s,h) e che si riferisce al tempo $t_k = k/f$ con $k=1,2,..,N$ entro l'ora corrente. Se, per esempio, f = 20Hz, N =72000. Una volta terminata la campagna sperimentale, sarà necessario elaborare tutti i *files* ottenuti per stimare i differenti parametri caratteristi della turbolenza del *SL* mediante il metodo *ECM*. Per realizzare questa elaborazione è indispensabile costruire un programma che legga ciascuno degli archivi orari ottenuti ed applichi a ciascun archivio orario una procedura standard di elaborazione, che si comporrà dei passi seguenti:

Passo 1: La prima operazione è decidere se sia necessario eliminare l'*aliasing*. Questa operazione è opzionale e può essere realizzata con il procedimento presentato al punto 10.2.1.8. Per esempio, se f = 20Hz, si potrebbe sostituire alla serie storica originale una nuova serie storia a 10Hz, ottenuta mediando a due a due i dati originali. L'eliminazione dell'*aliasing* in questo caso non sarebbe troppo efficiente, tuttavia abbassare la frequenza di campionamento della serie storica sotto i 10Hz potrebbe introdurre errori eccessivi nella stima dei differenti parametri.

Passo 2: La seconda decisione da prendere è il periodo di mediazione che si vuole impiegare. Al punto 10.1.4 sono state date indicazioni sufficienti per determinare il periodo di mediazione che potremo indicare con P (per esempio P=30'). A questo punto, la serie storica originale verrà divisa in $M=T/P$ porzioni e ciascuna porzione produrrà proprie stime dei parametri di interesse.

Passo 3: Si consideri ora una di queste M porzioni di serie storica. E' necessario localizzare ed eliminare gli *spikes*. Questa operazione è opzionale, anche se è utile farla. La metodologia presentata al punto 10.2.1.8 può essere facilmente tradotta in un procedimento di calcolo automatico. A questo punto la porzione di serie storica dovrebbe essere priva di *spikes*.

Passo 4: Sicuramente nelle differenti variabili sarà presente un trend. Il caso più evidente è la temperatura. Per eliminare i trend si può impiegare una tecnica di *detrending*, in particolare il *detrending* lineare nella forma presentata al punto 10.2.1.4.2 o in una qualsiasi altra forma equivalente.

Passo 5: Applicando le relazioni (10.22)÷(10.24) si effettua la stima della matrice di Varianza-Covarianza dei dati del vento e dei vettori di covarianza tra vento, temperatura ed umidità.

Passo 6: Si decide quante rotazioni si debbano applicare al sistema di riferimento strumentale con cui sono state realizzate le misure. Sarebbe opportuno applicare le tre rotazioni proposte al punto 10.2.1.3, però se l'angolo dell'ultima rotazione risultasse eccessivo, è meglio non andare oltre la seconda rotazione. Nel punto 10.2.1.3 sono state presentate le relazioni necessarie per trasformare la matrice di varianza-covarinza ed i vettori di covarianza originali nel nuovo sistema di riferimento.

Passo 7: A questo punto è possibile stimare in maniera definitiva i differenti parametri che caratterizzano la turbolenza entro il *SL* per mezzo delle relazioni presentate al punto 10.2.1.7.

Passo 8: Quello che manca ancora è verificare se la situazione studiata si possa definire approssimativamente stazionaria. Per far ciò è sufficiente applicare la metodologia presentata al punto 10.2.1.8.

Passo 9: Si applicano i passi precedenti alla altre porzioni di serie storica che compongono l'ora esaminata.

Quello che si è presentato è un sistema *off-line* di elaborazione dei dati acquisiti da una stazione meteorologica come quella qui considerata. Questa metodologia di elaborazione non è l'unica possibile e permette sicuramente varianti. Un esempio tipico è l'impiego di un differente sistema di *detrending*, come per esempio la media mobile di McMillen. Questa metodologia, presentata in una forma *off-line*, può anche essere utilizzata per realizzare un programma *on-line* direttamente presente sul computer della stazione che, dopo aver acquisito e memorizzato i dati elementari, li elabora direttamente e presenta i risultati ottenuti agli operatori, praticamente in tempo reale.

10.2.2 METODI BASATI SUL BILANCIO ENERGETICO SUPERFICIALE

Il punto di partenza di questa classe di metodi, per lo meno per le stime relative alle ore diurne, è rappresentato dalla relazione che esprime il bilancio energetico superficiale:

$$R_N - G = H_0 + H_E \qquad [10.73]$$

Dato che l'obiettivo è la determinazione di H_0, in qualche modo è necessario individuare un metodo per determinare i restanti termini presenti nella (10.73). Una volta noto H_0, l'unico mezzo per ottenere anche la velocità di frizione e gli altri parametri caratteristici della turbolenza del *SL* è costituito dalla conoscenza della velocità del vento ad una quota z, da cui, con l'aiuto della Relazione di Similarità del che ne descrive il profilo verticale, si ottiene la velocità di frizione u_* e tutti gli altri parametri della turbolenza del *SL*. Questo è il percorso obbligato, comune a tutti i metodi di questa famiglia.

L'ingrediente essenziale per ogni metodo di questa famiglia è la disponibilità della Radiazione Netta R_N. Come si è visto al Cap.9, ai giorni nostri ciò non costituisce più un problema, visto che sono disponibili sensori economici che ne consentono una misura accurata. Tuttavia non è raro dover studiare situazioni in cui tale misura è indisponibile e quindi risulta indispensabile una sua stima a partire da misure meteorologiche più convenzionali. In Holtslag e van Ulden (1983) e Van Ulden e Holtslag (1985) è stato proposto un metodo di stima, valido nelle ore diurne (già presentato nel Cap.3) dato dalla relazione seguente:

$$R_N = \frac{(1-r)R_g + c_1 T^6 - \sigma T^4 + c_2 N}{1 + c_3} \qquad [10.74]$$

dove R_g è la Radiazione Globale, r è il coefficiente di albedo, T è la temperatura dell'aria nei pressi del suolo (K), N è la frazione di cielo coperto, σ è la costante di Stefan-Boltzmann ($5.67 \cdot 10^{-8}$) e c_1, c_2 sono costanti pari rispettivamente a $5.31 \cdot 10^{-13}$ e 60. Per quanto riguarda c_3, il riferimento citato propone la relazione

$$c_3 = 0.38\left[\frac{(1-\alpha)+\gamma/s}{1+\gamma/s}\right] \qquad [10.75]$$

in cui γ è la costante psicrometrica, s è la derivata dell'umidità specifica rispetto alla temperatura ed α è un parametro legato al grado di umidità del suolo e di cui si parlerà nel seguito. In pratica il rapporto γ/s può essere ottenuto dalla relazione:

$$\gamma/s = \exp\left[-0.055 \cdot (T - 279)\right] \qquad [10.76]$$

Spesso, però, per semplicità, si pone c_3 pari a 0.12. L'impiego pratico della (10.74) può presentare anche altri problemi. Si potrebbe essere, per esempio, nella situazione di non conoscere la Radiazione Solare Globale R_g, ma di disporre della sola frazione di cielo coperto N. In questo caso R_g potrà essere stimato impiegando una delle relazioni presentate al punto 3.1.2.3. La ricostruzione di R_g e di R_N mediante questa tecnica è normalmente molto accurata, come si può vedere in Sozzi e al. (1999).

10.2.2.1 Il Metodo di Holtslag e Van Ulden originale

Il primo metodo che prendiamo in considerazione e, sicuramente, il più utilizzato della famiglia, è il metodo basato sul lavoro di Van Ulden e Holtslag (1985), che è stato impiegato nei processori meteorologici US_EPA METPRO (preprocessore meteorologico del modello di simulazione della dispersione degli inquinanti CTDMPLUS), AIRMET (preprocessore di AERMOD), CALMET (preprocessore di CALPUFF) ed in molti altri. In Holtslag e van Ulden (1983) ed in Galinski e Thomson (1992) sono stati presentati i risultati di alcuni confronti fatti tra le previsioni ottenute da questo metodo e le misure dirette dei parametri caratteristici della turbolenza atmosferica alle medie latitudini, mentre in Tirabassi e al. (1997) sono presentati i risultati di tali tecniche applicate ad una situazione antartica. Da questi riferimenti emerge come tali stime siano decisamente realistiche, soprattutto nelle situazioni convettive ed in presenza di terreno omogeneo e piatto, coperto da vegetazione bassa ed umida (prati del Nord Europa). La buona realisticità delle loro previsioni e la povertà dei dati meteorologici impiegati li ha resi adatti all'impiego in tutte quelle situazioni in cui si abbiano a disposizione solo misure meteorologiche di tipo aeronautico.

Il metodo presenta *due modi operativi*, uno applicabile alle *ore diurne* e l'altro alle *ore notturne*.

Modalità operativa diurna

Se si considera una generica ora diurna per cui sia noto R_N (che ovviamente sarà positivo), il primo problema che si deve affrontare è la determinazione del flusso di calore G_0 all'interfaccia suolo-aria. Ovviamente, come visto nel Cap.9, esistono metodi per la stima del flusso di calore *entro* il suolo ed in questo Capitolo si mostrerà come tale misura, con l'ausilio di misure di temperature nel terreno, possa portare ad una determinazione corretta di tale flusso. Va comunque detto che queste misure non sono molto comuni e quindi si presenta spesso la necessità di stimare G_0 in maniera più semplice. A tale proposito si può operare in due modi differenti. Il primo metodo, proposto da Holtslag e van Ulden (1983) e da Stull (1988), presuppone che G_0 ed R_N siano fortemente correlate e che G_0 possa essere parametrizzato secondo la relazione seguente:

$$G = \eta R_N \qquad [10.77a]$$

dove per η è stato proposto un valore tra 0.1 e 0.2. Il secondo metodo, proposto in Van Ulden e Holtslag (1985), è più sofisticato e cerca di considerare con maggior attenzione la relazione tra G_0 e R_N. La relazione proposta è:

$$G_0 = -A_G (T - T_0) \qquad [10.77b]$$

in cui A_G è un coefficiente empirico (pari a circa 5 W $m^{-2}K^{-1}$), T è la temperatura dell'aria e T_0 è la temperatura a z_{0h}. Scritta in questa forma, la precedente relazione non presenta una grande utilità, tuttavia, come mostrato nel riferimento citato, nelle ore diurne la differenza di temperatura tra aria e suolo è fortemente legata alla Radiazione Netta e, seguendo gli autori, alla fine si giunge alla più utilizzabile relazione seguente:

$$G_0 = \left[\frac{A_G}{4\sigma T^3}\right] \cdot c_3 R_N \qquad [10.77c]$$

in cui c_3 è la costante definita dalla (10.75), fortemente dipendente dalla temperatura e dallo stato della superficie.

A questo punto è nota l'energia (R_N-G_0) disponibile all'interfaccia suolo-aria ed il problema ora diventa lo stabilire come il suolo ripartisce tale ammontare di energia nel flusso turbolento sensibile ed in quello latente. A tale proposito, il modello di Holtslag-Van Ulden impiega l'espressione per H_0 proposta dal celebre modello di Preistley-Taylor modificato, data da:

$$H_0 = \frac{(1-\alpha)+\gamma/s}{1+\gamma/s} \cdot (R_N - G) - \alpha\beta \qquad [10.78]$$

in cui α e β sono due parametri sito-dipendenti. Come riportato nella Letteratura citata, il parametro β risulta relativamente costante e pari a circa 20 W·m^{-2}. Per quanto riguarda, invece, il parametro α, esso dipende dal tipo di suolo che si sta considerando, dalla sua umidità, dalla disponibilità di acqua e dalla vegetazione che lo ricopre ed alcuni valori caratteristici sono stati riportati in Tab.6.2.

In pratica, per la stima di H_0 nelle ore diurne si procede nel modo seguente:

Passo 1: si determina il tipo di suolo prevalente nell'area di studio e si seleziona un valore appropriato per il coefficiente α e per il coefficiente di albedo;

Passo 2: se non si dispone della misura di R_N, la si stima impiegando le relazioni presentate al Cap.3, selezionandole a seconda che si disponga o meno di R_g;

Passo 3: si determini G_0 o partendo da una misura di flusso di calore nel terreno o dalle parametrizzazione presentate;

Passo 4: si applichi la (10.78) ottenendo H_0.

Il flusso di calore sensibile può quindi essere anche stimato disponendo unicamente della misura della temperatura dell'aria e della frazione di cielo coperto, anche se la disponibilità della misura di R_g ed ancor di più di R_N migliorano sensibilmente la precisione della stima. Se a questo punto H_0 risultasse negativo, saremmo in una situazione non convettiva e la stima appena realizzata per H_0 risulterebbe decisamente troppo approssimata; è quindi conveniente interrompere a questo punto la procedura e ricominciare con la modalità operativa notturna.

Una volta noto H_0 in una situazione convettiva, il problema si sposta alla stima della *friction velocity* u_*. per cui è necessaria la conoscenza della velocità del vento ad una quota z (entro il *SL*,

naturalmente). Da questo valore di velocità e della Relazione di Similarità di Monin-Obukhov relativa al profilo verticale della velocità del vento nel *SL* si può definire la seguente procedura iterativa che converge al valore cercato di u_*:

Passo 1: si scelga un valore di z_0 appropriato alla località in esame e, in base alla temperatura dell'aria, si determini il valore corretto per ρC_p; si avrà quindi che $\overline{w'\theta'} = H_0/\rho C_p$. Si determini, inoltre un valore di primo tentativo per u_*, che si ottiene dalla Relazione di Similarità del profilo verticale della velocità media del vento ipotizzando inizialmente che $z/L = 0$. Tale stima sarà quindi data da:

$$u_* = \frac{ku}{\ln(z/z_0)} \qquad [10.79a]$$

Passo 2: si determini il valore di z/L, pari a:

$$z/L = -\frac{kgz}{T}\cdot\frac{\overline{w'\theta'}}{u_*^3} \qquad [10.79b]$$

e si calcoli il valore assunto dalla Funzione universale di Similarità $\Psi_m(z/L)$. A questo punto è possibile ottenere una nuova stima di u_*, più accurata della precedente e pari a

$$u_* = \frac{ku}{\ln(z/z_0) - \Psi_m(z/L)} \qquad [10.79c]$$

Passo 2: si iteri il Passo 1, finché la differenza riscontrata tra due stime successive di u_* non diviene inferiore (percentualmente) ad un valore prefissato. Se ciò accade, l'ultima stima di u_* è quella definitiva e la (10.79b) consente la determinazione finale del parametro di stabilità z/L.

In Hanna e Chang (1992) è presentato *un metodo non iterativo* che velocizza la stima di u_*, secondo cui:

$$u_* = \frac{ku}{\ln(z/z_0)}\{1 + d_1 \ln[1 + d_2 d_3]\} \qquad [10.80a]$$

dove:

$$d_1 = \begin{cases} 0.128 + 0.005\cdot\ln(z_0/z) & \text{se } z_0/z \le 0.01 \\ 0.107 & \text{se } z_0/z > 0.01 \end{cases} \qquad [10.80b]$$

$$d_2 = 1.95 + 32.6(z_0/z)^{0.45} \qquad [10.80c]$$

$$d_3 = \frac{H_0}{\rho C_p}\,\frac{kgz}{Tu_{*n}^3} \qquad [10.80d]$$

$$u_{*n} = ku/\ln(z/z_0) \qquad [10.80e]$$

Dato che il metodo iterativo converge normalmente in poche iterazioni, l'utilità di questo metodo diretto è abbastanza limitata.

Modalità operativa notturna

I diversi riferimenti citati trattano le *situazioni stabili* in maniere differenti. La totalità dei processori meteorologici preferisce impiegare un metodo proposto da Venkatram (1980), il cui punto di partenza sta nella constatazione che normalmente è ben verificata la relazione seguente per la temperatura di scala T_*:

$$T_* = 0.09\left(1 - 0.5N^2\right) \qquad [10.81]$$

e quindi è possibile esprimere la lunghezza di Monin-Obukhov L nel modo seguente:

$$L = Au_*^2 \qquad [10.82a]$$

dove:

$$A = T/\left(gkT_*\right) \qquad [10.82b]$$

Se si assume che $\Psi_m = -5z/L$ (come consueto nelle situazioni stabili), u_* è data dalla relazione:

$$u_* = C_{DN}u\left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left[1 - \left(\frac{2U_0}{C_{DN}^{1/2}u}\right)^2\right]^{1/2}\right\} \qquad [10.83a]$$

in cui:

$$C_{DN} = k/\ln\left(z/z_0\right) \qquad U_0^2 = 5z/\left(kA\right) \qquad [10.83b]$$

In Van Ulden e Holtslag (1985), tuttavia, è stato suggerito un metodo differente secondo cui, nelle situazioni notturne, la procedura per la determinazione di H_0 e u_* resta del tutto inalterata rispetto alla situazione diurna; l'unica variante sta nella stima di G_0. In effetti nelle ore notturne (o comunque stabili) gli Autori consigliano di impiegare direttamente la (10.77b) stimando la differenza di temperatura tra suolo ed aria con la Relazione di Similarità per la temperatura, che nelle situazioni stabili, conduce alla relazione:

$$T - T_0 = \frac{T_*}{k}\left[\ln\left(\frac{z}{z_{oh}}\right) + 5\frac{z}{L}\right] - 0.0098z_T \qquad [10.84]$$

dove z_T è la quota di misura della temperatura e z_{0h} è la lunghezza di rugosità per la temperatura che, almeno in prima approssimazione può essere posta pari ad 1/10 z_0. Chiaramente in questo caso non è più possibile determinare in un passo H_0 e quindi un possibile algoritmo è il seguente:

Passo 0: si determini il tipo di suolo prevalente nell'area di studio e si selezioni un valore appropriato per il coefficiente α, per il coefficiente di albedo, per z_0 e z_{0h} e si ponga z/L=0;

Passo 1: col valore disponibile di z/L, dalla (10.84) si stimi T-T_0 e quindi G_0. Con la (10.78) si ottiene immediatamente H_0.

Passo 2: con il valore così ottenuto per H_0, impiegando il procedimento iterativo o il metodo diretto di (Hanna e Chang, 1992), si determini il corrispondente valore di u_* e quindi un nuovo valore di z/L;

Passo 3: si iterino i Passi 1 e 2 finché il valore di H_0 non si stabilizza attorno ad un valore circa costante.

Osservazioni conclusive

Il metodo di Holtslag e Van Ulden presenta la notevole caratteristica di essere applicabile praticamente

sempre e dovunque, anche in presenza di misure meteorologiche di tipo aeronautico. Ovviamente da un tale metodo non ci si può aspettare una precisione elevatissima, soprattutto se comparata con la determinazione diretta dei parametri caratteristici della turbolenza atmosferica ottenuta con l'Eddy-Covariance, anche se le sue stime sono decisamente realistiche, come evidenziato dalle verifiche sperimentali citate in precedenza.

10.2.2.2 Il Metodo del Rapporto di Bowen

Questo metodo, celebre soprattutto nella comunità degli agrometeorologi, attualmente ha perso molta della sua importanza pratica originaria e lo presentiamo solo per motivi storici. Una volta nota la disponibilità energetica all'interfaccia suolo-aria (R_N-G_0), come essa venga ripartita tra flusso sensibile e flusso latente è determinato dal *Rapporto di Bowen* dato da:

$$B = \frac{H_0}{H_E} = \gamma \frac{\overline{w'\theta''}}{\overline{w'q'}} \qquad [10.85]$$

in cui q è l'umidità specifica e $\gamma = C_p/L_w$, dove con C_p calore specifico dell'aria e L_w calore di vaporizzazione dell'acqua. Se q è misurata in ($g_{acqua} \cdot g_{aria}^{-1}$), γ vale 0.0004 ($g_{acqua} \cdot (g_{aria}\ °K)^{-1}$. Messa in questi termini, non si capisce l'utilità della (10.85). Se però ipotizziamo di adottare una chiusura di tipo K per esprimere i flussi, B si può allora esprimere come:

$$B = \gamma \frac{d\theta/dz}{dq/dz} \qquad [10.86]$$

Almeno in teoria, realizzando misure di temperatura e di umidità specifica a due quote diverse è possibile determinare sperimentalmente B. In pratica è necessario porre attenzione al fatto che tali misure dovrebbero essere realizzate con una precisione estremamente elevata, spesso incompatibile con la strumentazione normalmente impiegata. I costi di strumentazione con un tale livello di precisione è ormai comparabile al costo dell'anemometro sonico.

Premesso ciò, se si è misurato B e se si conosce (R_N-G_0), eventualmente stimato con le correlazioni indicate a proposito del metodo di Holtslag e Van Ulden, il flusso turbolento di calore sensibile e latente sono dati dalle relazioni seguenti:

$$H_0 = \frac{B \cdot (R_N - G_o)}{1 + B} \qquad [10.87a]$$

$$H_E = \frac{(R_N - G_o)}{1 + B} \qquad [10.87b]$$

Ovviamente esiste un caso particolare, costituito dalla situazione in cui il gradiente verticale di q è nullo. In questo caso H_E è nullo e $H_0 = R_N$-G_0. Una volto noto H_0, per la stima di u_* e degli altri parametri della turbolenza del SL si procede con la procedura iterativa seguente, valida sia nelle situazioni convettive che in quelle stabili:

Passo 0: si scelga un valore di z_0 appropriato ed in base alla temperatura dell'aria si determini il valore coretto per ρC_p da cui $\overline{w'\theta'} = H_0/\rho C_p$. Si determini, inoltre, un valore di primo tentativo per u_* dalla Relazione di Similarità del profilo verticale della velocità media del vento ipotizzando

inizialmente che $z/L = 0$:

$$u_* = \frac{ku}{\ln(z/z_0)} \qquad [10.88a]$$

Dal segno del gradiente della temperatura potenziale è immediato stabilire se ci si trova in una situazione convettiva o stabile e per questo è possibile selezionare senza ombra di dubbio la forma funzionale per Ψ_m adeguata alla situazione in esame.

Passo 1: si determini il valore di z/L, pari a:

$$z/L = -\frac{kgz}{T} \cdot \frac{\overline{w'\theta'}}{u_*^3} \qquad [10.88b]$$

e si calcoli il valore assunto dalla Funzione universale di Similarità $\Psi_m(z/L)$. A questo punto è possibile ottenere una nuova stima di u_*, più accurata della precedente e pari a:

$$u_* = ku/(\ln(z/z_0) - \Psi_m(z/L)) \qquad [10.88c]$$

Passo 2: si iteri il Passo 1, finché la differenza tra due stime successive di u_* non diviene inferiore (percentualmente) ad un valore prefissato. Se ciò accade, l'ultima stima di u_* è quella definitiva e la (10.88b) consente la determinazione finale del parametro di stabilità z/L.

10.2.2.3 Il Nuovo Metodo di Holtslag

Quello che mette sempre in difficoltà nell'impiego pratico del metodo originale di Holtslag e Van Ulden è la scelta del parametro α. In effetti uno stesso suolo si può trovare in molte situazioni differenti nelle diverse stagioni o addirittura da un giorno all'altro. Si pensi al caso estivo in cui per settimane non piove e si tenderebbe a selezionare un α tipico delle aree semiaride e improvvisamente giunge una pioggia persistente e cambia completamente il contenuto di acqua del suolo e quindi di α. Enorme è la ricerca svolta per poter individuare metodi operativi che consentano di individuare valori di α che si adattino al variare delle situazioni pedologiche del terreno, ma i risultati, ottenuti soprattutto dagli agrometeorologi, sono di una complessità tale da rendere tali metodi difficilmente applicabili operativamente. De Rooy e Holtslag (1999) hanno selezionato criticamente la Letteratura disponibile ed hanno individuato un metodo di semplice applicazione che, almeno nel territorio olandese, ha dato risultati estremamente interessanti. Invece di basarsi sul modello di Priestley-Taylor, gli Autori fanno riferimento direttamente al modello di Penmann-Montheit così espresso:

$$H_0 = \frac{\gamma(R_N - G_0)}{s+\gamma} - \frac{\rho C_p(\Delta q_a - \Delta q_0)}{(s+\gamma)r_a} \qquad [10.89a]$$

$$H_E = \frac{s(R_N - G_0)}{s+\gamma} + \frac{\rho C_p(\Delta q_a - \Delta q_0)}{(s+\gamma)r_a} \qquad [10.89b]$$

Per l'impiego di queste relazioni è necessario conoscere il valore del rapporto γ/s in funzione della temperatura dell'aria. La relazione (10.76) fornisce una correlazione utile allo scopo e le relazioni seguenti:

$$\frac{\gamma}{\gamma+s}=\frac{\gamma/s}{1+\gamma/s} \qquad [10.89c]$$

$$\frac{s}{\gamma+s}=1-\frac{\gamma/s}{1+\gamma/s} \qquad [10.89d]$$

permettono la determinazione del primo addendo del membro di destra delle (10.89). Nel secondo membro di destra delle (10.89) è presente il rapporto 1/(γ+s) che, se si usa per esprimere Δq_a e Δq_0 le unità $g_{acqua} \cdot g^{-1}_{aria}$, si può stimare nel modo seguente:

$$\frac{1}{s+\gamma}=2500\,\frac{\gamma/s}{1+\gamma/s} \qquad [10.89e]$$

In queste relazioni, $\Delta q_a = q_{sat}(T)-q$ è il *deficit di umidità specifica*, cioè la differenza tra l'umidità di saturazione alla temperatura T e l'umidità che effettivamente si riscontra nell'aria; per la sua determinazione non sussistono difficoltà particolari, visto che sono sufficienti le normali misure di temperatura ed umidità relativa e le relazioni psicrometriche presentate al Cap.1. Il problema principale viene invece da Δq_0 (deficit di umidità specifica *al suolo*) che sicuramente non conosciamo. Tale variabile la ritroviamo anche nella seguente definizione di flusso latente:

$$H_E=\rho L_w\,\Delta q_0/r_s \qquad [10.90]$$

in cui r_s rappresenta la resistenza al trasferimento di vapor d'acqua. Nelle (10.89) è presenta anche la *resistenza aerodinamica* r_a data dalla relazione:

$$r_a=\frac{1}{k u_*}\left[\ln\left(\frac{z}{z_{0h}}\right)-\Psi_h\left(\frac{z}{L}\right)\right] \qquad [10.91]$$

definizione che non pone problemi, salvo presupporre la conoscenza di z_{0h} di cui già si è discusso.

Per rendere effettivamente possibile l'impiego delle (10.89) nella determinazione di H_0 e H_E, è necessario stimare Δq_0 e l'unico modo è l'impiego della relazione (10.90) in cui compare la "sfuggente" resistenza al trasferimento di vapor d'acqua r_s. E' stata prodotta un'imponente mole di lavoro volta allo studio di tale parametro, tuttavia le correlazioni ottenute soprattutto dagli agrometeorologi sono eccessivamente complesse e spesso coinvolgono informazioni che non sono facilmente disponibili nelle applicazioni pratiche. La chiave di tutto il lavoro di Holtslay e De Roy sta proprio nell'aver estratto da tutte queste correlazioni gli *elementi essenziali* che, alla fine, hanno condotto alla semplice relazione seguente:

$$r_s=a+b\Delta q_a \qquad [10.92]$$

in cui, se q è espressa in ($g_{acqua} \cdot kg_{aria}^{-1}$), le costanti numeriche a e b assumono rispettivamente i valori di 15 $s.m^{-1}$ e 7 $s.kg.m^{-1}.g^{-1}$. Eguagliando la (10.90) con la (10.89a), si ottiene:

$$\Delta q_0 = \frac{s\left(R_N G_0\right) + \dfrac{\rho C_p \Delta q_a}{r_a}}{\rho\left(s+\gamma\right)\left[\dfrac{L_w}{r_s} + \dfrac{C_p}{r_a\left(s+\gamma\right)}\right]} \qquad [10.93]$$

relazione importantissima che esprime il deficit di umidità specifica dell'aria col deficit di umidità specifica al suolo. A questo punto risulta immediata la procedura iterativa per la stima di H_0 e H_E :

Passo 0: si calcola Δq_a e dalla (10.92) si determina r_s. Si calcola un valore iniziale per u_* con la relazione (10.88a), ipotizzando inizialmente che z/L=0. Con tale valore di u_* e sempre ipotizzando z/L=0, si calcola r_a dalla (10.91). A questo punto con la (10.93) si ottiene una prima stima per Δq_0. Noto il valore di Δq_0, con la (10.89a) si ottiene la prima stima di H_0;

Passo 1: con i valori disponibili per u_* e H_0 si calcola il valore corrente di z/L;

Passo2: col nuovo valore di z/L, si ricalcola il valore appropriato per Ψ_h e Ψ_m. Col primo, si stima la resistenza r_a e col secondo u_* mediante la relazione di Similarità (10.88c). A questo punto è immediato il calcolo del nuovo valore di Δq_0 con la (10.93) e con la (10.89a) quello di H_0.

Passo 3: si iterino i Passi 1 e 2 finche H_0 e u_* non raggiungono la convergenza;

Passo 4: noto il valore finale di Δq_0, utilizzando la (10.89b) si giunge immediatamente alla stima del Flusso Turbolento di Calore Latente H_E.

L'interesse per il *Nuovo Metodo di Holtslag* sta nel fatto che il suo impiego richiede le semplici informazioni seguenti:

- una stima di z_0 e z_{0h}
- una stima (o misura) di R_N e G_0
- una misura di temperatura e di umidità ad una quota
- una misura della velocità del vento ad una quota

cioè informazioni facili da possedere. Va comunque detto che ad oggi questo metodo è stato applicato estesamente solo in Olanda e per poter entrare nel normale uso dovrebbe essere verificato in situazioni climatiche molto differenti tra loro per poterne verificare la bontà o comunque le *performances* operative con una maggior statistica.

10.2.3 METODO DEI PROFILI E DEI GRADIENTI ENTRO IL SL

10.2.3.1 Generalità

Si presentano ora due metodi di stima dei parametri caratteristici della turbolenza del *SL* basati sulla conoscenza del profilo delle velocità media del vento, della temperatura potenziale e dell'umidità. Questi profili si possono ottenere impiegando torri meteorologiche non particolarmente elevate, dato che è necessario che essi stiamo completamente entro il *SL*. La strumentazione meteorologica richiesta non deve essere necessariamente del medesimo livello di quella impiegata per il metodo Eddy-Covariance;

in particolare non è necessario impiegare sensori a risposta rapida, dato che quello che serve a questa famiglia di metodi è solo il valore medio (in un periodo di mediazione dell'ordine dell'ora). In questo caso è molto più importante la precisione dei sensori piuttosto che la loro velocità di risposta.

La *Teoria della Similarità di Monin Obukhov* sviluppata per il *SL* ha permesso di determinare, tra l'altro, delle Relazioni Analitiche che mettono in relazione i profili verticali di velocità media del vento, di temperatura potenziale medie e di umidità media con i parametri descrittori della turbolenza del *SL*. Anche se tali relazioni sono già state riportate in precedenza, le riscriviamo qui di seguito nell'ipotesi, spesso verificata, in cui sia trascurabile la presenza del *displacement height*:

$$\bar{u}(z)=\frac{u_*}{k}\left\{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)-\Psi_M\left(\frac{z}{L}\right)+\Psi_M\left(\frac{z_0}{L}\right)\right\} \qquad [10.94a]$$

$$\bar{\theta}(z)-\bar{\theta}(z_{0h})=\frac{T_*}{k}\left\{\ln\left(\frac{z}{z_{0h}}\right)-\Psi_H\left(\frac{z}{L}\right)+\Psi_H\left(\frac{z_{0h}}{L}\right)\right\} \qquad [10.94b]$$

$$\bar{q}(z)-\bar{q}(z_{0q})=\frac{q_*}{k}\left\{\ln\left(\frac{z}{z_{0q}}\right)-\Psi_Q\left(\frac{z}{L}\right)+\Psi_Q\left(\frac{z_{0q}}{L}\right)\right\} \qquad [10.94c]$$

Nel Cap. 4 sono state presentate le correlazioni che esprimono le funzioni universali Ψ_M, Ψ_H e Ψ_Q ed all'inizio del capitolo sono state illustrate le tecniche per la determinazione pratica di z_0, z_{oh} e z_{oq}. Da queste relazioni si vede immediatamente come sia possibile costruire *due metodi indiretti* per la determinazione dei parametri della turbolenza. Il primo si riferisce alle situazioni, che si incontrano più frequentemente nella pratica, in cui sia disponibile la misura del valor medio della velocità del vento, della temperatura e della umidità a due quote diverse. In effetti ciò che si richiede è in qualche modo legato al gradiente di tali variabili ed è per questo che un tale metodo prende il nome di *Metodo del Gradiente (GM)*. Il secondo, invece, prevede la disponibilità di una torre meteorologica in cui si misurino una o più di tali variabili a più di due livelli. Più che di un gradiente, questo metodo ha bisogno di un vero e proprio profilo e per questo il metodo che ne risulta si può indicare col nome *di Metodo dei Profili (PM*).

10.2.3.2 Il metodo del Gradiente

Il metodo dei gradienti (*GM*) è sicuramente il metodo indiretto più noto e più utilizzato per la stima dei parametri della turbolenza del *SL*. Come detto, tale metodo richiede la conoscenza:

- della *velocità media del vento* $\overline{u_1}$ e $\overline{u_2}$ alle quote z_1 e z_2
- della *temperatura potenziale media* $\overline{\theta_3}$ e $\overline{\theta_4}$ alle quote z_3 e z_4
- dell'*umidità media dell'aria* $\overline{q_5}$ e $\overline{q_6}$ alle quote z_5 e z_6

Dalle relazioni di Similarità (10.94) si ha che:

$$\Delta u=\overline{u_1}-\overline{u_2}=\frac{u_*}{k}\left\{\ln\left(\frac{z_1}{z_2}\right)-\Psi_M\left(\frac{z_1}{L}\right)+\Psi_M\left(\frac{z_2}{L}\right)\right\} \qquad [10.95a]$$

$$\Delta\theta=\overline{\theta_3}-\overline{\theta_4}=\frac{T_*}{k}\left\{\ln\left(\frac{z_3}{z_4}\right)-\Psi_H\left(\frac{z_3}{L}\right)+\Psi_H\left(\frac{z_4}{L}\right)\right\} \qquad [10.95b]$$

$$\Delta q = \overline{q_5} - \overline{q_6} = \frac{q_*}{k}\left\{\ln\left(\frac{z_5}{z_6}\right) - \Psi_Q\left(\frac{z_5}{L}\right) + \Psi_Q\left(\frac{z_6}{L}\right)\right\} \qquad [10.95c]$$

Se si vuol tener conto anche della presenza dell'umidità nella definizione della *lunghezza di Monin Obukhov L*, è opportuno definire:

$$\theta_* \cong T_* + 0.608\overline{\theta}\cdot q_* \qquad [10.96]$$

e quindi si ha che:

$$\frac{1}{L} = \frac{kg}{\overline{\theta}}\frac{T_* + 0.608\overline{\theta}\cdot q_*}{u_*^2} \qquad [10.97]$$

Se si considera che nel *SL* si può porre $\overline{\theta} \cong \left(\overline{\theta_3} + \overline{\theta_4}\right)/2$, è immediato verificare che il sistema di equazioni costituito dalle (10.95) e (10.90) è *chiuso* e quindi, almeno in teoria, risolvibile, pertanto la conoscenza della velocità del vento, della temperatura potenziale e dell'umidità a due quote diverse (purché entro il *SL*) permette di stimare u_*, T_*, q_* e quindi anche z/L, H_0 ed H_E.

Questa metodologia di stima appena delineata è la versione di base del *metodo del gradiente*. E' molto comune tuttavia che una stazione meteorologica non disponga della misura del gradiente di umidità. Anche in questo caso è possibile l'impiego del metodo *GM*, come frequentemente si è fatto (Brekowicz e Prahm, 1982; Holtslag, 1984; Launiainen e Vihma, 1990), introducendo la semplificazione che $H_{0v} \approx H_0$, cioè che $\theta_* \approx T_*$. In questo caso si ha che la (10.96) diventa:

$$\frac{1}{L} = \frac{kg}{\overline{\theta}}\frac{T_*}{u_*^2} \qquad [10.98]$$

ed il sistema che è necessario risolvere sarà costituito questa volta dalle equazioni (10.95)e (10.98). Questa è la versione più nota del metodo *GM*. E' interessante vedere che ponendo le (10.95) nella (10.98) si giunge alla seguente relazione che esprime direttamente *L*, del tutto equivalente al sistema di equazioni indicato:

$$L = \left(\frac{\overline{\theta}\cdot\Delta u^2}{g\cdot\Delta\theta}\right)\cdot\frac{\ln\left(\frac{z_3}{z_4}\right) - \Psi_H\left(\frac{z_3}{L}\right) + -\Psi_H\left(\frac{z_4}{L}\right)}{\left[\ln\left(\frac{z_1}{z_2}\right) - \Psi_M\left(\frac{z_1}{L}\right) + -\Psi_M\left(\frac{z_2}{L}\right)\right]^2} \qquad [10.99]$$

Frequentemente, si dispone della misura della velocità media del vento ad una sola quota. Anche in questo caso è possibile applicare il metodo *GM*, purché si conosca la lunghezza di rugosità z_0. Infatti, in questo caso, le relazioni (10.95) diventano:

$$\overline{u}(z) = \frac{u_*}{k}\left\{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \Psi_M\left(\frac{z}{L}\right) + \Psi_M\left(\frac{z_0}{L}\right)\right\} \qquad [10.100a]$$

$$\Delta\theta = \overline{\theta_3} - \overline{\theta_4} = \frac{\theta_{**}}{k}\left\{\ln\left(\frac{z_3}{z_4}\right) - \Psi_H\left(\frac{z_3}{L}\right) + \Psi_H\left(\frac{z_4}{L}\right)\right\} \qquad [10.100b]$$

da cui è ancora possibile costruire un'unica equazione in funzione di L che presenta la medesima forma funzionale della (10.99) solo che questa volta $\Delta\overline{u} = \overline{u} - 0 = \overline{u}$ e $z_2 = z_0$. In questa versione del *GM*, è sufficiente la conoscenza della velocità del vento ad una sola quota, anche se è comunque indispensabile conoscere la rugosità z_0 che si deve determinare con uno dei metodi già presentati in questo Capitolo.

La precisione di stima dei parametri caratteristici della turbolenza del *SL* ed in particolare di H_0 dipende ovviamente dalla precisione con cui sono stati stimati u_* e T_*.. Berkowicz e Prahm (1982) hanno mostrato che, nel caso in cui si utilizzi una sola misura di velocità media del vento (cosa che comunque gli Autori consigliano vivamente), l'errore δu_*, nella stima della velocità di frizione è legato all'errore δz_0 nella stima della rugosità superficiale ed all'errore δu nella stima della velocità del vento dalla relazione seguente:

$$\frac{\delta u_*}{u_*} = \frac{\delta u}{u} + \frac{\delta z_0}{z_0 \ln(z/z_0)} \qquad [10.101]$$

Nelle condizioni normali, il primo termine del secondo membro è dominante e quindi un errore nella determinazione della lunghezza di rugosità non produrrà effetti catastrofici sulla stima della velocità di frizione. Gli autori hanno studiato anche l'errore nella stima di T_*. Disgraziatamente è il quoziente di due termini numericamente piccoli e di conseguenza risulta inevitabile che la sua stima sia poco precisa.

Si può vedere facilmente che qualunque sia la scelta delle Funzioni di Similarità Ψ_M e Ψ_H, l'equazione (10.99) ammette solamente una soluzione reale, che può essere ottenuta con i normali metodi del Calcolo Numerico. Uno dei metodi più promettenti (e più comodi) è il *metodo iterativo* che, tuttavia, richiede per la sua convergenza condizioni abbastanza restrittive che non è facile verificare nel caso in esame Nonostante ciò, i vari Autori hanno evidenziato che *sperimentalmente* la convergenza del metodo iterativo è praticamente sempre verificata, soprattutto nelle situazioni convettive. Nelle condizioni stabili, finora si è visto che il metodo converge sempre se si utilizzano per le Funzioni di Similarità, le espressioni (4.13c) e (4.19c).

Se ora consideriamo il caso in cui sia disponibile la misura della velocità del vento ad una sola, la rugosità superficiale e due misure di temperatura potenziale, il processo iterativo che conduce alla stima dei parametri della turbolenza del SL è costituito dai passi seguenti:

Passo 1: si usino le equazioni (10.100), ponendo $1/L = 0$ (il che significa annullare le funzioni Ψ_M e Ψ_H) ed in questo modo si ottiene una prima stima per u_* e T_*

Passo 2: con tali valori di u_* e T_* si può così realizzare una prima stima di $1/L$;

Passo 3: il valore stimato di $1/L$ venga introdotto nelle equazioni (10.100) in modo da ottenere una nuova stima di u_* e T_*;

Passo 4: si ritorni al Passo 2 e si ripeta la procedura finché $1/L$ si stabilizza attorno ad un valore

praticamente costante.

Questa procedura iterativa è abbastanza rapida e, in situazioni non patologiche, con poche iterazioni (3÷5) stabilizza il valore di *1/L* attorno all'equilibrio. Una volto noto *1/L* è immediata la stima di u_*, T_* e quindi anche di H_0.

10.2.3.3 Il metodo dei profili

Il metodo dei profili (*PM*) è unico dal punto di vista *logico*, ma si presenta in forme differenti a seconda che sia disponibile il profilo verticale di una sola variabile o di più variabili. In Letteratura si trovano pochi lavori sull'argomento. Nieuwstadt (1978) ha discusso un metodo di identificazione dei parametri del *SL* a partire dal profilo della velocità media del vento e dal profilo della temperatura potenziale, mentre in Lo (1979) è stato presentato un metodo analogo, basato sulla conoscenza del solo profilo verticale del vento. In Sozzi e al. (2000) è stato sviluppato un nuovo metodo per la stima dei parametri del *SL*, sempre basato sulla conoscenza del solo profilo della velocità media del vento, particolarmente specializzato al caso in esame e che può essere implementato anche in un sistema di acquisizione *in tempo reale*.

Nonostante sia possibile definire un algoritmo risolutivo in presenza di profili di varie variabili di interesse micrometeorologico, qui di seguito si presenterà l'algoritmo dedicato al caso in cui sia disponibile il solo profilo verticale della velocità del vento ed in particolare supponiamo che:

- siano disponibili N dati U_i, con $i = 1,\ldots,N$ e $N > 2$, della velocità media del vento, ottenute con la maggior precisione possibile alle quote z_i poste entro il *SL*. Questa condizione è molto restrittiva e difficile a verificarsi, a causa della indeterminazione insita nella definizione dell'estensione verticale del *SL* ed alla sua variabilità durante la giornata. L'esperienza mostra che la cosa più sicura è realizzare le misure a quote non superiori a poche decine di metri dal suolo;

- si conosca a priori la rugosità superficiale z_0. In teoria questa variabile potrebbe essere determinata assieme alle altre incognite del problema, tuttavia la forma funzionale della relazione che descrive il profilo ed il fatto che z_0 dipenda dalla direzione di provenienza del vento non consigliano tale procedimento;

- il periodo di mediazione utilizzato per il calcolo delle velocità medie del vento sia maggiore del tempo di scala caratteristico della turbolenza atmosferica Dato che in condizioni fortemente convettive questo tempo di scala è maggiore di 15 minuti, per sicurezza è conveniente utilizzare tempi di mediazione di 30-60 minuti.

Se è applicabile la Teoria della Similarità, la relazione (10.94a) dovrebbe essere in accordo con i dati di velocità del vento misurati una volta noti i valori di u_* e L, e quindi è evidente che il funzionale:

$$F(u_*, L) = \sum_{i=1}^{N} \left\{ U_i - \frac{u_*}{k} \left[\ln\left(\frac{z_i}{z_0}\right) - \Psi_M\left(\frac{z_i}{L}\right) + -\Psi_M\left(\frac{z_0}{L}\right) \right] \right\}^2 \qquad [10.102]$$

somma degli errori tra i valori misurati della velocità del vento e le stima fatte con la Similarità, deve necessariamente diminuire con l'aumentare della precisione di stima di u_* e L . Il problema di identificazione proposto è un problema di ottimizzazione non lineare ai Minimi Quadrati, la cui

formulazione generale è del tipo (McKeown, 1980 e Bard, 1974):

$$\min F = \sum_{i=1}^{N} f_i^2(\underline{x}) \qquad \underline{x} \in \Re^m \qquad [10.103]$$

dove con $\underline{x}$ si è indicato il vettore (*m-dimensionale*) dei parametri da determinare (in questo caso *m=2*) e la discussione si limiterà al caso con $N > m$ cioè al caso in cui il numero di punti sperimentali sia superiore al numero di parametri. Ignoriamo per il momento la reale forma funzionale di F. In generale, se indichiamo con $\underline{f}$ il vettore colonna:

$$[f_1(\underline{x}), f_2(\underline{x}), \cdots, f_M(\underline{x})]^T \qquad [10.104a]$$

si ha che:

$$F = \underline{f}^T \underline{f} \qquad [10.105b]$$

Il problema che ora ci poniamo è quello di determinare il valore del *gradiente* e della *matrice Hessiana* di F. Per fare ciò, se deriviamo F rispetto a x_j otteniamo:

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = 2\sum_{j=1}^{N} f_j \frac{\partial f_j}{\partial x_i} \qquad [10.106c]$$

e quindi il *gradiente* della funzione obiettivo risulta, in termini generali, pari a:

$$\nabla F(\underline{x}) = 2\mathbf{J}^{\mathbf{T}} \underline{f} \qquad [10.106d]$$

in cui **J** è la *matrice Jacobiana* (N x m) associata a F, data da:

$$J_{pq} = \frac{\partial f_p}{\partial x_q} \qquad [10.106e]$$

Derivando nuovamente si ottiene:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x_i \partial x_k} = 2\left\{\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{\partial f_j}{\partial x_k}\frac{\partial f_j}{\partial x_i} + f_j \frac{\partial^2 f_j}{\partial x_i x_k}\right]\right\} \qquad [10.106f]$$

e quindi la *matrice Hessiana* risulta data da:

$$\nabla^2 F(\underline{x}) = 2(\mathbf{J}^{\mathrm{T}}\mathbf{J} + \mathbf{B}) \qquad [10.106g]$$

Come si sa, un punto P dello spazio dei parametri corrisponde ad un *minimo globale* se il valore della funzione obiettivo in tale punto risulta minore o uguale al valore che detta funzione assume in qualsiasi altro punto ammissibile dello spazio. Se invece tale comportamento si ha solo in un intorno di P, allora questo punto si chiamerà *minimo locale*. Senza entrare nei dettagli delle condizioni di ottimalità (che si

possono trovare per esempio in Archetti e al., 1984,) si può affermare che:

- una *condizione necessaria* perché un punto P sia un *ottimo locale* del problema dato è che:

$$\nabla F(\underline{P}) = \underline{0} \qquad [10.107]$$

- una *condizione necessaria e sufficiente* perché un punto P sia un *minimo locale* del problema dato è che , oltre alla condizione precedente, sia soddisfatta anche la condizione

$$\nabla^2 F(\underline{P}) = \text{matrice definita positiva} \qquad [10.108]$$

  Se questa condizione è soddisfatta in ogni punto ammissibile dello spazio dei parametri, la funzione obiettivo sarà convessa e il punto P sarà un *minimo globale*.

A priori non è possibile dimostrare che la condizione di ottimalità globale sia soddisfatta per il problema posto dal metodo dei profili; in effetti si può solo dire che $\boldsymbol{J}$ è, nel caso peggiore, semidefinida positiva e $\boldsymbol{B}$ è simmetrica, però a priori non si può affermare che sia definita positiva o semidefinida positiva. Pertanto, non è possibile dimostrare l'esistenza di un minimo globale ma è comunque sempre possibile cercare un minimo locale (come spesso si fa nelle applicazioni pratiche).

Rimandando a Murray (1972) e McKeown (1980) per una rassegna esaustiva sui possibili algoritmi risolutivi del problema generale, qui consideriamo solo *l'algoritmo di Newton* base; tale algoritmo è di tipo iterativo ed al passo *k-esimo* aggiorna la stima del vettore dei parametri $\underline{x}$ fatta al passo *k-1* sulla base del valore assunto dal gradiente e dalla matrice Hessiana al passo precedente, nel modo seguente:

$$\underline{x}_k = \underline{x}_{k-1} - H^{-1} \bullet \underline{q} \qquad [10.109]$$

dove, per semplicità, con $\underline{q}$ si è indicato il vettore gradiente e con $\boldsymbol{H}$ la matrice Hessiana. Spesso nei problemi pratici di stima parametrica non si usa direttamente la matrice $\boldsymbol{H}$ nella relazione precedente, ma una sua forma semplificata. In questo caso si è scelta la semplificazione seguente:

$$H = \mathbf{J}^{\mathrm{T}} \mathbf{J} \qquad [10.110]$$

Se il metodo iterativo (10.109) fa uso della semplificazione (10.110) allora, prende il nome di *metodo di Gauss-Newton*. Su questa semplificazione si basa anche il metodo Levenberg-Marquardt (Bard, 1974), frequentemente usato nella stima parametrica non lineare. In pratica la semplificazione (10.110) esprime gli elementi di $\boldsymbol{H}$ solo mediante le derivate prime del funzionale. Le motivazioni che portano a trascurare la matrice $\boldsymbol{B}$ in un problema di identificazione parametrica fondato su un modello realistico (come è il caso in esame) è discusso in Press et al. (1992).

Nel caso dell'applicazione di questo metodo alla stima dei parametri del *SL* sulla base della conoscenza del profilo verticale della velocità media del vento si può affermare quanto segue. E' immediato vedere che il metodo si presenterà in una forma differente a seconda che si stiano considerando situazioni convettive o stabili, dato che le funzioni di Similarità nei due casi sono differenti. Come sia possibile tener conto di ciò sarà chiaro nel seguito. Questa differenza si riscontra anche nella scelta dei parametri che si vuol ottimizzare In particolare considerazioni di stabilità numerica dell'algoritmo consigliano ciò che segue:

- *nelle situazioni convettive*:

$$\underline{x}^T = [a,b] = [u_*/k, -16/L] \qquad [10.111a]$$

- *nelle situazioni stabili:*

$$\underline{x}^T = [a,b] = [u_*/k, 1/L] \qquad [10.111b]$$

In generale, le due componenti del vettore gradiente saranno definite come:

$$q_a = \frac{\partial F}{\partial a} = -2\sum_{i=1}^{N}\left[\Delta u_i \cdot \left(\ln\left(\frac{z_i}{z_0}\right) - \Psi_M(bz_i) + \Psi_M(bz_0)\right)\right] \qquad [10.112a]$$

$$q_b = \frac{\partial F}{\partial b} = +2a\sum_{i=1}^{N}\left[\Delta u_i \cdot \left(\frac{\partial \Psi_M(bz_i)}{\partial b} - \frac{\partial \Psi_M(bz_0)}{\partial b}\right)\right] \qquad [10.112b]$$

in cui:

$$\Delta u_i = u_i - a\left[\ln\left(\frac{z_i}{z_0}\right) - \Psi_M(bz_i) + \Psi_M(bz_0)\right] \qquad [10.112c]$$

Nelle *situazioni convettive*, utilizzando per Ψ_M la forma funzionale (4.12a), si ha che:

$$\frac{\partial \Psi_M}{\partial b} = \frac{z}{x(1+x)(1+x^2)} \qquad [10.113a]$$

dove

$$x = (1 - 16\,z/L)^{1/4} \qquad [10.113b]$$

mentre nelle *situazioni stabili*, utilizzando la (4.13c), si ha che:

$$\frac{\partial \Psi_M}{\partial b} = -a_1 z - a_2\left[z + a_3 z - a_4 b z^2\right]\cdot \exp(-a_4 bz) \qquad [10.113c]$$

La matrice ***H***, *nella la forma semplificata* (10.110) tipica de un metodo di Gauss-Newton, è simmetrica e le sue componenti sono:

$$h_{11} = 2\sum_{i=1}^{N}\left[\ln\left(\frac{z_i}{z_0}\right) - \Psi_M(bz_i) + \Psi_M(bz_0)\right]^2 \qquad [10.114a]$$

$$h_{12} = h_{21} = 2a\sum_{i=1}^{N}\left[\left(\ln\left(\frac{z_i}{z_0}\right) - \Psi_M(bz_i) + \Psi_M(bz_0)\right)\cdot \left(\frac{\partial \Psi_M(bz_i)}{\partial b} - \frac{\partial \Psi_M(bz_0)}{\partial b}\right)\right] \qquad [10.114b]$$

$$h_{22} = 2a^2\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{\partial \Psi_M(bz_i)}{\partial b} - \frac{\partial \Psi_M(bz_0)}{\partial b}\right]^2 \qquad [10.114c]$$

Come conseguenza di tutto questo, l'algoritmo iterativo proposto è quello della relazione (10.109), cioè:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}_{k} - \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{vmatrix}_{k}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \end{bmatrix}_{k} \qquad [10.115]$$

Ricordano che:

$$Det(H) = h_{11}h_{22} - (h_{12})^2 \qquad [10.116a]$$

e che:

$$H^{-1} = \frac{1}{Det}\begin{vmatrix} h_{22} & -h_{12} \\ -h_{12} & h_{22} \end{vmatrix} \qquad [10.116b]$$

la stima dei parametri al passo *k-esimo* si ottiene con le relazioni:

$$\begin{cases} a_{k+1} = a_k - \dfrac{h_{22} \cdot q_a - h_{12} \cdot q_b}{Det} \\ b_{k+1} = b_k - \dfrac{h_{11} \cdot q_b - h_{12} \cdot q_a}{Det} \end{cases} \qquad [10.117]$$

Questo è l'algoritmo iterativo che risolve il problema di stima dei parametri a partire dalla conoscenza di z_0 e del profilo verticale della velocità media del vento. Tale processo si conclude quando il valore stimato dei parametri raggiunge l'equilibrio, cioè quando la variazione percentuale massima di un parametro tra due iterazioni successive risulta inferiore ad un valore ε (per esempio 0.1%). Una volta stimati a e b, dalle (10.111) è immediato stimare u_* e L e, quindi, anche T_*. Sebbene non sia semplice determinare analiticamente la velocità di convergenza di un metodo come questo, sperimentalmente si è visto che normalmente la si raggiunge con un numero molto limitato di iterazioni, ciò che permette il suo impiego anche in un sistema di acquisizione ed elaborazione *real-time*.

Ogni metodo iterativo ha bisogno di una inizializzazione. In questo caso si procede nel modo seguente.

Consideriamo inizialmente u_*. Per definizione, questo parametro è sempre positivo Se si considera la velocità media del vento U ad una quota z, u_* sarà dato da:

$$u_* = \frac{kU}{\ln(z/z_0) - \Psi_M(z/L) + \Psi_M(z_0/L)} \qquad [10.118a]$$

Se la situazione analizzata fosse adiabatica, Ψ_M sarebbe zero e la relazione precedente si trasformerebbe in:

$$u_*^{ad} = \frac{kU}{\ln(z/z_0)} \qquad [10.118b]$$

E' semplice vedere che:

- nelle situazioni ***convettive*** $u_* \geq u_*^{ad}$
- nelle situazioni ***stabili*** $u_* \leq u_*^{ad}$

Da tutto ciò risulta che una stima iniziale per u_* potrebbe essere:

$$u_* = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{kU_i}{\ln(z_i/z_0)} \qquad [10.119]$$

Consideriamo ora L. Dato che a priori, quando si analizza un profilo verticale della velocità del vento, non si conosce quale sia la stabilità, la migliore stima iniziale per L è il valore infinito, cioè $1/L$ uguale a zero.

A questo punto abbiamo tutti gli elementi per definire la struttura di un possibile metodo di calcolo che si comporrà dei passi seguenti:

1. si leggano i dati di velocità del vento alle differenti quote di misura e si stimi il valore di z_0 in accordo con la direzione di provenienza del vento;

2. si calcolino i valori iniziali per u_* e L e, quindi per a e b;

3. si risolva il problema di stima parametrica utilizzando il metodo descritto con le (10.117) in cui si pongono i valori delle componenti del gradiente e della matrice Hessiana calcolate mediante le (10.112) e (10.114) facendo l'ipotesi che la situazione analizzata sia convettiva. Una volta noto il risultato, si calcola il residuo mediante la (10.102);

4. si ripeta il passo precedente, questa volta facendo l'ipotesi di essere in una situazione stabile. Anche questa volta si calcoli il residuo;

5. la situazione che si sta analizzando sarà quella che presenterà il residuo minimo e quindi i valori dei parametri *a e b* saranno quelli che si riferiscono a tale situazione;

6. mediante la (10.111) si ottiene il valore definitivo per u_* e L e da questi è semplice stimare T_* e H_0

10.2.4 METODI FLUX-VARIANCE

Anche see l'Eddy-Covariance è il metodo principale impiegato per la stima dei parametri della turbolenza del *SL*, non sono rari i casi in cui lo strumento necessario a questa tecnica, cioè l'anemometro sonico, risulti indisponibile o impossibile da installare. Una situazione tipica è quella in cui non ci sia un'adeguata alimentazione elettrica, cosa che è la regola quando si realizzano campagne sperimentali in siti particolarmente disagiati. Un secondo caso tipico di impossibilità dell'applicazione del metodo di Eddy-covariance è costituito da campagne sperimentali che richiedono molti punti di misura. Equipaggiare tutti questi punti di misura potrebbe richiedere uno sforzo finanziario incompatibile con le risorse disponibili. Tutto ciò spinge quindi ad individuare tecniche alternative che abbiano le seguenti caratteristiche:

- siano basate su sensori relativamente economici,
- richiedano un'alimentazione elettrica molto contenuta,
- siano affidabili nella stima dei parametri del *SL*.

Da queste esigenze sono nate le diverse tecniche note col nome di *Flux-Variance*, spesso differenti tra

loro, ma tutte accomunate da una unica filosofia: *sfruttare, per la determinazione di H_0 e u_*, le Relazioni di Similarità di alcune variabili meteorologiche, soprattutto ma non esclusivamente quelle relative alle varianze.*

10.2.4.1 La tecnica di base

La temperatura è, per varie ragioni, la grandezza meteorologica che più si presta ad essere impiegata in questa tecnica. La prima ragione sta nel fatto che una termocoppia, anche a risposta estremamente rapida, ha un costo molto basso. La seconda risiede nel fatto che essa può essere facilmente collegata a Data Logger che richiedono un'alimentazione elettrica ridottissima (bastano poche batterie per assicurare il funzionamento per lunghi periodi) e che garantiscono una frequenza di campionamento adeguata al calcolo della varianza. Immaginiamo quindi di disporre:

- del valor medio e della deviazione standard della temperatura ad una generica quota *z*, purché entro il *SL* (se il suolo presenta un *zero-plane displacement height d* non nullo, in tutte le relazioni che presenteremo la quota *z* andrà sostituita da *z-d*);

- di alcune informazioni aggiuntive che consentano di stabilire se ci si trova in situazioni convettive o stabili (una misura di gradiente di temperatura o una misura di Radiazione Netta R_N per esempio).

Dalla Teoria della Similarità si ha che:

$$\frac{\sigma_T}{|T_*|} = a \cdot \left(1 + b|z/L|\right)^{-1/3} \quad \text{per } z/L < 0 \qquad [10.120a]$$

$$\frac{\sigma_T}{T_*} = a \cdot \left(1 + d\, z/L\right)^{-1} \quad \text{per } z/L > 0 \qquad [10.120b]$$

Secondo Kaimal e Finnigan (1994) i valori tipici per i coefficienti a, b e d valgono rispettivamente 2, 9.5 e 0.5. Consideriamo ora le situazioni convettive ed in particolare le situazioni prossime alla *free convection* (che secondo Sorbjan (1989) si ha per $|z/L|>0.1$). In questo caso la (10.120a) diventa:

$$\frac{\sigma_T}{|T_*|} = A \cdot |z/L|^{-1/3} \qquad [10.120c]$$

dove $A = a \cdot b^{-1/3}$ (cioè $A = 0.94$). In questo caso, dalla relazione precedente e dalla definizione di *z/L*, dopo alcuni passaggi algebrici, si ottiene la relazione seguente:

$$H_0 = \rho C_p \cdot \sqrt{\frac{kzg}{T} \cdot \frac{\sigma_T^3}{A^3}} \qquad [10.121]$$

Abbiamo affermato quindi che *nelle situazioni convettive*, prossime alla *free-convection* (in pratica quando $|z/L|>0.1$), la sola misura del valor medio e della deviazione standard della temperatura è sufficiente per la determinazione del flusso sensibile di calore H_0. Questa tecnica è stata molto usata ed esempi di impiego si possono trovare in Lloyd e al. (1991), Padro (1993) e Katul e al. (1995). Il suo ovvio difetto è che si può applicare solo nelle situazioni convettive (lontane dalla adiabaticità).

Se oltre a σ_T, disponiamo anche di σ_q (dove q è l'umidità specifica dell'aria), sempre nelle situazioni convettive prossime alla *free-convection*, è possibile stimare anche il flusso di calore latente H_E. Infatti, come è noto (si veda a tal proposito al Cap.4) per q vale la Relazione di Similarità:

$$\frac{\sigma_q}{|q_*|} = \alpha\left(1+\beta|z/L|\right)^{-1/3} \qquad [10.122a]$$

che, in condizioni prossime alla *free-convection,* diviene

$$\frac{\sigma_q}{|q_*|} = B|z/L|^{-1/3} \qquad [10.122b]$$

in cui $B = \alpha\beta^{-1/3}$. In Andreas e al. (1998) i coefficienti α, β e B assumono rispettivamente i valori 4.1, 28.4 e 1.34. Dalla (10.122b) si ha che:

$$\frac{kgz}{T}\left(\frac{\sigma_q}{B}\right)^3 = \frac{\overline{w'q'}^3}{\overline{w'\theta'}} \qquad [10.123]$$

Dal rapporto tra la (10.120c) e la (10.122b) si ottiene l'interessante relazione seguente, valida però solo in condizioni di *free convection:*

$$\frac{\overline{w'q'}}{\overline{w'\theta'}} = \frac{A}{B}\cdot\frac{\sigma_q}{\sigma_T} \qquad [10.124a]$$

da cui è immediato ottenere il flusso latente di calore H_E, dato dalla relazione seguente:

$$H_E = \rho\lambda\overline{w'q'} = \rho\lambda\frac{A}{B}\cdot\frac{\sigma_q}{\sigma_T}\cdot\overline{w'\theta'} \qquad [10.124b]$$

Quindi la disponibilità contemporanea di σ_T e di σ_q consente di determinare non solo il flusso di calore sensibile H_0, ma anche il flusso latente H_E, risultato estremamente rilevante.

Se invece di conoscere σ_q, conoscessimo σ_F, dove F è una generica grandezza scalare (per esempio la concentrazione di $C0_2$, O_3), misurata in ($g_F \cdot m^{-3}$) e volessimo determinarne il flusso turbolento verticale nelle situazioni prossime alla *free-convection*, potremmo fare le considerazioni seguenti (Wesely, 1988). Per prima cosa potremmo supporre (cosa verificata in pratica) che per σ_F valga nelle condizioni convettive una Relazione di Similarità simile alla (10.120a), ovviamente con valori a priori differenti per i coefficienti presenti (anche se spesso si preferisce mantenere quelli validi per il vapor d'acqua), relazione che in condizioni prossime alla *free-convection*, si ridurrà ancora un volta nella stessa forma della (10.120b). Se ipotizziamo che $A/B \approx 1$, ragionando come fatto nel caso dell'umidità, è facile vedere che:

$$\overline{w'F'} \approx \frac{\sigma_F}{\sigma_T}\overline{w'\theta'} \qquad [10.124c]$$

Come si può vedere, questa tecnica, applicata nelle situazioni convettive e prossime alla *free convection*, consente di stimare H_0 (ed eventualmente H_E e $\overline{w'F'}$ se sono disponibili σ_q e σ_F), ma *non* permette di stimare gli altri parametri caratteristici della turbolenza del *SL*.

In teoria nulla vieterebbe di rifare questi ragionamenti anche nelle situazioni altamente stabili, anche se l'incertezza sulla reale forma funzionale delle Relazioni di Similarità sono molto elevate. Infatti, se si considera valida la relazione (10.120b), quando z/L è molto elevato, la relazione di Similarità assumerebbe la forma asintotica:

$$\frac{\sigma_T}{T_*} = \frac{a}{d}(z/L)^{-1} \qquad [10.125a]$$

da cui è facile ottenere la relazione seguente:

$$u_* = \sqrt{\frac{d}{a}\frac{kgz}{T}\sigma_T} \qquad [10.125b]$$

Se, come alcuni autori affermano, il parametro d nella (10.120b) è nullo, al posto della relazione precedente si otterrebbe:

$$T_* = \frac{\sigma_T}{a} \qquad [10.125c]$$

Anche nel caso stabile, quindi questa tecnica non consente la determinazione di tutti i parametri che caratterizzano la turbolenza del *SL*.

10.2.4.2 Tecniche avanzate

Le modifiche che si possono apportare alla tecnica *Flux-Variabe Base* sono solo limitate dalla fantasia dell'operatore, dalla disponibilità di misure e di Relazioni di Similarità appropriate e sicure. Qui di seguito elenchiamo una serie di possibilità che sono state applicate in alcune situazioni sperimentali o che lo potrebbero essere realisticamente.

Misure di Temperatura ad una quota

Consideriamo il caso in cui sia possibile realizzare misure veloci di temperatura ad una generica quota z (entro il *SL*), da cui ottenere σ_T e misure sempre veloci e sempre realizzate alla medesima quota z della differenza di temperatura ΔT tra due punti diversi distanti r. Ciò si può realizzare disponendo di due misure di temperatura veloce o meglio di una sola termocoppia con i due giunti di misura posti alla stessa quota, ma distanti r, per esempio una decina di centimetri. In tal caso alla quota z disporremmo non solo di σ_T, ma anche del parametro di struttura C_T^2. Tale parametro può essere ottenuto come:

$$C_T^2 = \overline{\Delta T^2} \Big/ r^{2/3} \qquad [10.126a]$$

Va inoltre ricordato che, nel caso si disponga di una sola misura veloce di temperatura e del valore della velocità media del vento u, invocando l'ipotesi di Taylor *del congelamento della turbolenza* è possibile comunque determinare il parametro di struttura mediante la relazione seguente:

$$C_T^2 = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N-1}\left(T_i - T_{i+1}\right)^2}{\left(u \cdot dt\right)^{2/3}} \qquad [10.126b]$$

in cui N è il numero di misure di temperatura rilevate nel periodo di mediazione e dt è l'intervallo temporale tra una misura e la successiva. Come è noto, C_T^2 ammette la seguente Relazione di Similarità:

$$\frac{C_T^2 z^{2/3}}{T_*^2} = a_T\left(1 + b_T\left|z/L\right|\right)^{-2/3} \qquad \text{per } z/L < 0 \qquad [10.127a]$$

$$\frac{C_T^2 z^{2/3}}{T_*^2} = a_T\left(1 + d_T\ z/L\right) \qquad \text{per } z/L > 0 \qquad [10.127b]$$

Si ricorda che in Kaimal e Finnigan (1994) sono stati proposti per a_T, b_T e d_T rispettivamente i valori 5, 6.4 e 3.

Se consideriamo le *situazioni convettive* (non necessariamente prossime al limite della *free convection*) e rimaneggiamo le relazioni (10.120a) e (10.127a), otteniamo:

$$\left|z/L\right| = \frac{G-1}{b_T - Gb} \qquad [10.128a]$$

in cui:

$$G = \left(\frac{a_T}{a^2} \cdot \frac{\sigma_T^2}{C_T^2 z^{2/3}}\right)^{3/2} \qquad [10.128]$$

Sostituendo ora nella (10.120a) la (10.128a) si ottiene il valore di $|T_*|$ e dalla definizione di z/L alla fine si giunge anche alla stima di u_* e quindi di H_0. Il metodo di stima quindi è:

- diretto, nel senso che non richiede una procedura iterativa,
- completo, nel senso che è in gradi di stimare tutti i parametri di interesse.

Misura della deviazione standard della temperatura e della componente verticale della velocità del vento

Si immagini di disporre della misura di T, σ_T e di σ_w. Riferendoci nuovamente a quanto presentato nel Cap.4, è noto come per la componente verticale del vento valga la seguente Relazione di Similarità:

$$\frac{\sigma_w}{u_*} = \gamma\left(1 + \delta\left|z/L\right|\right)^{1/3} \qquad \text{per } z/L < 0 \qquad [10.129a]$$

$$\frac{\sigma_w}{u_*} = \gamma\left(1 + \eta\left|z/L\right|\right) \qquad \text{per } z/L > 0 \qquad [10.129b]$$

In Kaimal e Finnigan (1994) i parametri γ, δ e η vengono attribuiti rispettivamente i valori 1.25, 3 e 0.2. Anche in questo caso è possibile definire una tecnica di stima dei parametri della turbolenza del *SL* nel

modo seguente.

Nella *condizioni convettive*, dalla (10.120a) si ottiene:

$$|T_*| = \frac{\sigma_T}{a}\left(1 + b|z/L|\right)^{1/3} \qquad [10.130a]$$

mentre dalla (10.129a) risulta:

$$u_* = \frac{\sigma_w}{\gamma\left(1+\delta|z/L|\right)^{1/3}} \qquad [10.130b]$$

che, introdotte nella definizione di z/L portano alla relazione seguente:

$$\left|\frac{z}{L}\right| = \frac{kzg}{T}\cdot\frac{\gamma^2}{a}\frac{\sigma_T}{\sigma_w^2}\cdot\left(1+b\left|\frac{z}{L}\right|\right)^{1/3}\left(1+\delta\left|\frac{z}{L}\right|\right)^{2/3} \qquad [10.130c]$$

in cui l'unica incognita è *z/L*. La (10.130c) è un'equazione che può essere risolta numericamente, per esempio col metodo *di Newton-Raphson*, oppure con la seguente procedura iterativa:

Passo 1: si ponga *z/L* = 0. In questo modo dalla (10.130a) e (10.130b) si può determinare una prima stima per le grandezze u_* e $|T_*|$.

Passo 2: col valore corrente di u_* e $|T_*|$ si ottenga una nuova stima di $|z/L|$ che, introdotta nelle (10.130a) e (10.130b), consente una stima aggiornata di questi due parametri.

Passo 3: si ripeta il Passo 1 finché le stime di u_* e $|T_*|$ raggiungono la convergenza, cioè variano percentualmente meno di un valore ε prefissato. A questo punto è immediato il calcolo di H_0.

Nel *caso stabile*, la situazione è del tutto analoga. Considerando la (10.120b) e la (10.128b) si ha che:

$$T_* = \frac{\sigma_T}{a}\left(1 + d\,z/L\right) \qquad [10.131a]$$

$$u_* = \frac{\sigma_w}{\gamma\left(1+\eta\,z/L\right)} \qquad [10.131b]$$

Applicando anche in questo caso una procedura iterativa del tutto simile a quella proposta per il caso convettivo, si ottiene il valore di u_* e T_* e quindi di *z/L* e H_0.

Va sottolineato ora il fatto che è indispensabile possedere informazioni aggiuntive per poter discriminare fra situazioni convettive e situazioni stabili. Se ciò è possibile, il metodo proposto è completo, nel senso che, sia nelle situazioni convettive che in quelle stabili, è in grado di stimare l'insieme completo dei parametri che definiscono la turbolenza entro il *SL*. Tuttavia, nonostante queste buone qualità del metodo, il suo interesse pratico è limitato, visto che se si è in grado di misurare σ_w e σ_T, quasi sicuramente si sarà in grado anche di applicare le tecniche di Eddy-Covariance per la determinazione

dei parametri descrittori della turbolenza nel *SL*, visto che implicitamente si ammette di poter disporre di un anemometro sonico.

Misure di σ_T e della covarianza tra la componente verticale del vento e la temperatura

Questo metodo è molto curioso ed a prima vista insolito. Molto frequentemente nelle campagne sperimentali viene impiegato l'anemometro sonico monoassiale (si veda in proposito quanto detto al Cap.9) e da tale sensore, che normalmente produce un'uscita analogica, è immediato conoscere σ_T e $\overline{w'\theta'}$. In realtà da tale sensore si può ottenere anche σ_w, e ciò consentirebbe l'impiego di un metodo alternativo che vedremo successivamente. Consideriamo separatamente il caso convettivo dal caso stabile, che possiamo distinguere senza ambiguità dal segno della covarianza tra w e la temperatura potenziale, senza bisogno di informazioni aggiuntive.

Nelle *condizioni convettive* si consideri la (10.120a). Dato che $\overline{w'\theta'}$ è noto, dopo alcuni noiosi passaggi algebrici si giunge alla relazione seguente:

$$u_* = \left(a^3 \frac{\overline{w'\theta'}^3}{\sigma_T^3} - b \frac{kgz}{T} \overline{w'\theta'} \right)^{1/3} \qquad [10.132]$$

Noto u_* è immediata la stima di z/L.

Nel *caso stabile*, si parte dalla (10.120b) e si ottiene l'equazione seguente:

$$u_*^3 - a \frac{\overline{w'\theta'}}{\sigma_T} u_*^2 + d \frac{kgz}{T} \overline{w'\theta'} = 0 \qquad [10.133a]$$

Un'alternativa per risolvere l'equazione precedente è costituita dal metodo di Newton-Raphson secondo cui uno zero di una generica equazione $f(u_*)$ è ottenuto mediante una procedura iterativa che al passo *k-esimo* è espressa dalla relazione:

$$(u_*)_k = (u_*)_{k-1} - \frac{f(u_*)_{k-1}}{\dfrac{df(u_*)_{k-1}}{du_*}} \qquad [10.133b]$$

in cui:

$$f(u_*) = u_*^3 - a \frac{\overline{w'\theta'}}{\sigma_T} u_*^2 + d \frac{kgz}{T} \overline{w'\theta'} \qquad [10.133c]$$

$$\frac{df(u_*)}{du_*} = 3u_*^2 - 2a \frac{\overline{w'\theta'}}{\sigma_T} u_* \qquad [10.133d]$$

Dato che la procedura iterativa richiede un valore iniziale (*first guess*) per u_*, tale valore può essere ottenuto dalla (10.133a) trascurando la terza potenza di u_*, cioè ponendo come *valore di primo tentativo il seguente*:

$$u_* = \sqrt{\frac{d}{a} \frac{kgz}{T} \sigma_T} \qquad [10.133e]$$

Misure di σ_w e della covarianza tra la componente verticale del vento e la temperatura

Come abbiamo notato a proposito del metodo precedente, un'alternativa all'impiego di σ_T quando si abbia a disposizione un anemometro sonico monoassiale è quella di impiegare σ_w, anch'essa disponibile. In tal caso il metodo di stima che ne deriva è il seguente.

Se consideriamo le *situazioni convettive*, dalla Relazione di Similarità per la componente *w* del vento (10.129a), dopo alcuni passaggi algebrici si ha che:

$$\sigma_w^3 = \gamma^3 u_*^3 + \gamma^3 \delta \frac{kzg}{T} \overline{w'\theta'} \qquad [10.134a]$$

da cui si ha immediatamente che:

$$u_* = \left(\frac{\sigma_w^3 - \gamma^3 \delta \frac{kzg}{T} \overline{w'\theta'}}{\gamma^3} \right)^{1/3} \qquad [10.134b]$$

Nelle situazioni stabili, invece, la relazione di Similarità da considerare è la (10.129b) da cui si ottiene l'equazione seguente:

$$\sigma_w = \gamma u_* + \gamma \eta \frac{kgz}{T} \frac{\overline{w'\theta'}}{u_*^2} \qquad [10.135a]$$

che conduce all'equazione di terzo grado:

$$\gamma u_*^3 - \sigma_w u_*^2 + \gamma \eta \frac{kgz}{T} \overline{w'\theta'} = 0 \qquad [10.135b]$$

Anche in questo caso l'equazione può essere risolta numericamente applicando il metodo di Newton-Raphson (12.147b) in cui però:

$$f(u_*) = \gamma u_*^3 - \sigma_w u_*^2 + \gamma \eta \frac{kgz}{T} \overline{w'\theta'} \qquad [10.135c]$$

$$\frac{df(u_*)}{du_*} = 3\gamma u_*^2 - 2\sigma_w u_* \qquad [10.135d]$$

Anche questa volta è necessario un valore di primo tentativo da attribuire a u_* per innescare il metodo iterativo che può essere ottenuto dalla (10.135b) trascurando il termine cubico:

$$u_* = \sqrt{\gamma \eta \frac{kgz}{T} \frac{\overline{w'\theta'}}{\sigma_w}} \qquad [10.135e]$$

Anche questo metodo, come il precedente, è in grado di fornire una stima per u_* nel caso in cui sia

disponibile un anemometro sonico monoassiale. E' consigliabile probabilmente impiegare entrambe le procedure e attribuire ad u_* il valore medio dei due valori ottenuti. Fatto ciò, la determinazione di T_* e z/L è immediata.

Misura diretta di u_* e misura veloce di temperatura

Questo potrebbe essere il caso in cui si abbia a disposizione un anemometro triassiale meccanico ad elica (tripropeller di tipo Gill, per esempio) ed una termocoppia o una termoresistenza a risposta rapida. Applicare direttamente il metodo Eddy-Covariance tra la componente verticale del vento e la temperatura potrebbe non essere semplice in termini pratici e comunque richiederebbe una buona dose di correzioni spettrali per tener conto dell'errore commesso nella stima del flusso verticale di calore sensibile a causa dell'effetto *passa-basso* indotto dall'elica verticale dell'anemometro. Una procedura alternativa potrebbe essere invece quella di stimare direttamente col metodo Eddy-Covariance u_* e di stimare separatamente σ_T. In questo caso è possibile definire la procedura seguente.

Nelle *condizioni convettive*, dalla (10.120a), dopo alcuni passaggi algebrici, si ottiene la seguente equazione cubica in $|T^*|$:

$$|T_*|^3 \frac{a^3}{\sigma_T^3} - b\frac{kgz}{T}\cdot\frac{|T_*|}{u_*^2} - 1 = 0 \qquad [10.136a]$$

La soluzione per questa equazione può essere trovata impiegando ancora una volta il metodo di Newton-Raphson, in cui però avremo:

$$f(|T_*|) = |T_*|^3 \frac{a^3}{\sigma_T^3} - b\frac{kgz}{T}\cdot\frac{|T_*|}{u_*^2} - 1 \qquad [10.136b]$$

$$\frac{df(|T_*|)}{d|T_*|} = 3|T_*|^2 \frac{a^3}{\sigma_T^3} - b\frac{kgz}{T}\cdot\frac{1}{u_*^2} \qquad [10.136c]$$

Nel *caso stabile*, la procedura si basa sulla (10.120b) che conduce, dopo alcuni passaggi algebrici, alla relazione seguente:

$$T_* = \frac{1}{\left(\frac{a}{\sigma_T} - d\frac{kgz}{Tu_*^2}\right)} \qquad [10.137b]$$

Anche questo metodo è un metodo completo, a patto di poter disporre di un mezzo alternativo in grado di decidere se la situazione considerata è convettiva o meno.

Misura della velocità media del vento e della σ_T

Questo caso, dal punto di vista pratico, si verifica quando sono disponibili un anemometro convenzionale ed un termometro veloce. Sembrerebbe un caso disperato, tuttavia la filosofia Flux-Variance ci suggerisce comunque una procedura di stima, purché sia possibile:

- stimare la rugosità superficiale z_0,
- determinare se si sta operando in situazioni convettive o stabili.

Il metodo, nel *caso convettivo*, ci si basa sia sulla (10.120a) che sulla relazione di Similarità del profilo verticale medio del vento secondo cui:

$$u = \frac{u_*}{k}\left\{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \Psi_m\left(\frac{z}{L}\right)\right\} \qquad [10.138a]$$

in cui la forma funzionale per la funzione di Similarità Ψ_m è quella relativa alle situazioni convettive (si veda per essa il Cap.4). Da queste relazioni si ottengono facilmente le due relazioni seguenti:

$$|T_*| = \frac{\sigma_T}{a}\left(1 + b\left|\frac{z}{L}\right|\right)^{1/3} \qquad [10.138b]$$

$$u_* = ku \Big/ \left\{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \Psi_m\left(\frac{z}{L}\right)\right\} \qquad [10.138c]$$

L'unica incognita è z/L e si può quindi innestare il processo iterativo seguente:

Passo 1: posto z/L=0 come valore di innesco, dalla (10.138b) si ottiene $|T_*|$ e dalla (10.138c) u_*.,

Passo 2: con valori correnti di $|T_*|$ e u_* si determina una stima di z/L che, introdotta nelle (10.138b) e (10.138c), consente di stimare i valori aggiornati per questi due parametri,

Passo 3: si ripete il Passo 2 finché $|T_*|$ e u_* non raggiungono un valore di equilibrio. Questi saranno i valori finale. Da essi si realizzerà la stima definitiva per z/L. H_0 risulterà quindi pari a $\rho C_p u_* |T_*|$.

Il *caso stabile* non è molto differente. Varrà ancora la (10.138c) solo che la forma funzionale per Ψ_m sarà quella relativa alle situazioni stabili (si veda Cap.4), mentre al posto della (10.138b) si adotterà la relazione seguente:

$$|T_*| = \frac{\sigma_T}{a}\left(1 + d\left|\frac{z}{L}\right|\right) \qquad [10.138d]$$

Si utilizzerà quindi una procedura iterativa del tutto simile a quella predisposta per il caso convettivo.

Quello che abbiamo ottenuto è interessante: con la filosofia Flux-Variance è possibile stimare i parametri descrittori della turbolenza del *SL* anche a partire da una stazione di misura molto tradizionale.

Misura del parametro di struttura della temperatura e della velocità del vento

Se la nostra stazione semplice (equipaggiata con un anemometro ed un termometro veloce) possiede un anemometro tradizionale, ma con una buona dinamica, è possibile mettere a punto un metodo totalmente imperniato sui parametri di struttura. Immaginiamo, inoltre, che per semplicità i due strumenti stiano alla medesima quota z e che presso la stazione sia possibile ottenere informazioni per discriminare le situazioni convettive da quelle stabili.

Dalle misure di temperatura è immediato ricostruire il parametro di struttura C_T^2 (si veda la 10.126b), mentre per il vento il parametro di struttura C_V^2 sarà dato da:

$$C_V^2 = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N-1}(u_i - u_{i+1})^2}{(U \cdot dt)^{2/3}} \qquad [10.139]$$

in cui con u si è indicata la velocità istantanea del vento e con U la velocità media. Mentre per C_T^2 sono valide le Relazioni di Similarità (10.127), per C_V^2 varranno le relazioni di Similarità seguenti:

$$\frac{C_V^2 z^{2/3}}{u_*^2} = a_V\left(1 + b_V|z/L|\right)^{2/3} \qquad z/L \le 0 \qquad [10.140a]$$

$$\frac{C_V^2 z^{2/3}}{u_*^2} = a_V\left(1 + d_V\ z/L\right)^{2/3} \qquad z/L > 0 \qquad [10.140b]$$

Consideriamo ora il *caso convettivo*. Dalla (10.127a) e dalla (10.140a) si ottiene:

$$u_* = \sqrt{\frac{C_V^2 z^{2/3}}{a_V\left(1 + b_V|z/L|\right)^{2/3}}} \qquad [10.141a]$$

$$|T_*| = \sqrt{\frac{C_T^2 z^{2/3} \cdot \left(1 + b_T|z/L|\right)^{2/3}}{a_T}} \qquad [10.141b]$$

A questo punto si può innescare una procedura iterativa composta dai passi seguenti:

Passo 1: posto z/L=0 come valore di innesco, dalla (10.141b) si ottiene $|T_*|$ e dalla (10.141a) u_*.;

Passo 2: con valori correnti di $|T_*|$ e u_* si determina una stima di z/L che, introdotta nella (10.141b) e nella (10.141a) consentono di stimare i valori aggiornati per questi due parametri;

Passo 3: si ripete il Passo 2 finché $|T_*|$ e u_* non raggiungono un valore di equilibrio. Questi saranno i valori finale. Da essi si realizzerà la stima definitiva per z/L e quindi anche per H_0.

Per quanto riguarda il *caso stabile*, la procedura è la stessa, solo che al posto delle (10.141a) e (10.141b) si impiegheranno le relazioni seguenti:

$$u_* = \sqrt{\frac{C_V^2 z^{2/3}}{a_V\left(1 + d_V\left(z/L\right)\right)^{2/3}}} \qquad [10.141c]$$

$$|T_*| = \sqrt{\frac{C_T^2 z^{2/3}}{a_T\left(1 + d_T\left(z/L\right)\right)}} \qquad [10.141d]$$

10.2.5 METODO SURFACE RENEWAL

La ricerca di metodi per determinare il flusso turbolento di calore sensibile dalla sola misura della temperatura non si esaurisce con il metodo *Flux-Variance*, infatti nella comunità degli agrometeorologi è stata proposto ed impiegato un metodo curioso che ha mostrato risultati incoraggianti e che passa sotto il nome di *Suface Renewal.*

La base su cui si fonda tale metodo è la constatazione, già fatta al Cap.6, che l'andamento temporale della temperatura, a differenza delle tre componenti del vento, è di tipo *fortemente anisotropo* e ciò rappresenta *l'impronta* lasciata dalle strutture termiche coerenti nel segnale della temperatura. Un possibile modello concettuale che tenti di spiegare un tale andamento della temperatura, per lo meno nelle ore convettive, è il seguente. Nei pressi della superficie si vengono a formare delle bolle di aria che ingrandiscono progressivamente, *concentrando aria calda in regioni limitate*. Tali bolle progressivamente aumentano la propria estensione verticale fino a staccarsi dal suolo e salire verso il *Mixed Layer*. Una volta che una bolla ha lasciato il suolo, il suo posto viene preso da una nuova bolla d'aria (c'è quindi un *rinnovamento di aria*) che dopo un periodo di *quiescenza*, riprende il processo di riscaldamento, ridando luogo ad una nuova bolla che progredirà nel tempo in maniera analoga.

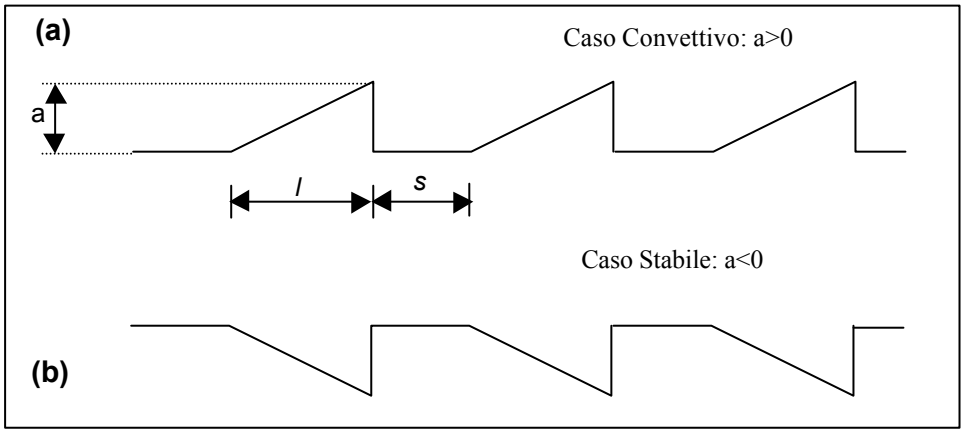

Fig.10.3: schematizzazione della struttura a rampe della temperatura nelle condizioni convettive (a) e nelle condizioni stabili (b) (Spano, 1995)

Analizzando gli andamenti della temperatura nei pressi del suolo, soprattutto nelle ore convettive in cui il fenomeno è più evidente, si può notare in essi un *tipico andamento a dente di sega* a cui risulta sovrapposto un *rumore* del tutto casuale. Nella *Fig.10.3*, vengono presentati due andamenti ideali della temperatura (privi del rumore *turbolento*) rispettivamente per le situazioni convettive e per quelle stabili. Se consideriamo la parte (a) della figura notiamo due cose. Innanzitutto l'asse x è il tempo perché stiamo ipotizzando di analizzare l'andamento della temperatura nel tempo, tuttavia se applichiamo l'ipotesi di Taylor, l'asse dei tempi può trasformarsi nello spazio lungo la direzione del vento mediante la solita trasformazione $x = ut$ dove u è la velocità media del vento. Quindi questa struttura del segnale della temperatura la possiamo considerare indifferentemente valida nel tempo (mediante una misura in un punto dello spazio iterata nel tempo) o nello spazio (molte misure nella direzione sottovento nello stesso istante temporale). La seconda considerazione sta nel fatto che questo segnale (ricordiamo che per il momento lo consideriamo privo di rumore) è costituito dalla successione approssimativamente regolare di strutture a rampa caratterizzate da:

- un *lento incremento lineare della temperatura* (indichiamo con *a* l'aumento della temperatura dell'aria in questo processo di riscaldamento lineare e con *l* la durata del processo di riscaldamento)

- seguito da un *crollo improvviso della temperatura*, associato al distacco dal suolo della bolla d'aria, fino a raggiungere il valore di temperatura posseduto dall'aria prima dell'inizio del riscaldamento lineare;

- seguito ancora da una *fase di quiescenza*, di durata *s*, durante il quale la temperatura non varia apprezzabilmente.

Come indicato nella parte (b) della figura, anche se con minor chiarezza, questa struttura a rampe è presenta anche durante le ore stabili: l'unica differenza sta nel fatto che *a* risulta negativo.

Che ci sia una parentela tra il flusso turbolento di calore sensibile e questa *struttura a rampe* è intuitivo, tuttavia la sua espressione quantitativa non era immediata. In Katul e al. (1996) e Paw U e al. (1995) è presentata una dettagliata discussione quantitativa di questa *parentela* che conduce alla relazione seguente:

$$H_0 = \alpha \rho C_p \frac{a}{l+s} z \qquad [10.142]$$

in cui α è un fattore dipendente, in ultima analisi, dal tipo di suolo e dalla quota di misura. In Snyder e al. (1996) si è mostrato che se le misure sono fatte ben al di sopra della vegetazione, $\alpha = 1$.

Il problema ora si riconduce ad individuare le caratteristiche medie delle rampe presenti in un segnale di temperatura che sono necessarie per la stima di H_0 mediante la (10.142). A tal proposito ci si rifà al lavoro di Van Atta (1977). Si definisce funzione di struttura di ordine *n* la quantità seguente:

$$S^n(r) = \frac{1}{M-j} \sum_{i=1+j}^{M} \left(T_i - T_{i-j}\right)^n \qquad [10.143]$$

in cui *M* è il numero di dati disponibili nell'intervallo di misura, ottenuti ad istanti temporali distanziati di *dt,* ed *r* è il ritardo tra due misure di temperatura e quindi pari a $r=j \cdot dt$. Come evidenziato da Van Atta (1977), è necessario che valga la relazione seguente: $r \ll l+s$. Nel citato lavoro, Van Atta dimostra inoltre come sia possibile individuare una relazione analitica che consenta la determinazione dell'ampiezza della rampa. Tale relazione è la seguente:

$$a^3 + pa + q = 0 \qquad [10.144a]$$

in cui:

$$p = 10S^2(r) - \frac{S^5(r)}{S^3(r)} \qquad [10.144b]$$

$$q = 10S^3(r) \qquad [10.144c]$$

La (10.144a) è un'equazione algebrica di terzo grado ed in termini del tutto generali ammetterebbe tre soluzioni. Ovviamente di esse una sola rappresenta fisicamente l'ampiezza *a* della rampa. La condizione per cui esiste una sola soluzione reale (e altre due soluzioni complesse e coniugate) è, come

noto, la seguente:

$$R = (p/3)^3 + (q/2)^2 > 0 \qquad [10.145a]$$

cioè:

$$R = \frac{1}{27}\left(10S^2(r) - \frac{S^5(r)}{S^3(r)}\right)^3 + \frac{1}{4}\left(10S^3(r)\right)^2 > 0 \qquad [10.145b]$$

Se è soddisfatta questa equazione, la soluzione cercata è la seguente:

$$a = \left(-\frac{q}{2} + \sqrt{R}\right)^{1/3} + \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{R}\right)^{1/3} \qquad [10.145c]$$

Sempre dal lavoro di Van Atta citato, il *periodo della rampa l+s* è calcolabile mediante la relazione seguente:

$$l + s = -\frac{a^3 r}{S^3(r)} \qquad [10.145d]$$

A questo punto le relazioni fin qui presentate consentono di determinare il flusso turbolento di calore sensibile, come delineato chiaramente in Spano e al. (1996). Resta come ultimo punto la scelta del valore di *r*, cioè del *time lag* tra la coppia di misure di temperatura. In Spano e al. (1996) si suggeriscono *time-lags* compresi nell'intervallo 0.25÷1 secondi. L'unico problema che presenta questo metodo è, come nel caso del metodo Flux-Variance Base, l'impossibilità di determinare gli altri parametri che caratterizzano la turbolenza del *SL*.

10.2.6 METODI SPETTRALI

10.2.6.1 Generalità

Tutti i metodi di stima visti in precedenza sono basati sull'analisi delle misure micrometeorologiche *nel dominio del tempo*. Questa non è ovviamente l'unica visuale di analisi possibile; come già abbiamo avuto occasione di sottolineare nel Cap.5, un altro angolo visuale interessante con cui analizzare i fenomeni micrometeorologici è quello del dominio delle frequenze che conduce a risultati notevoli dal punto di vista teorico. Nei punti che seguono si cercherà di approfondire dal punto di vista pratico questa visuale estremamente interessante e promettente e finora non completamente sfruttata nelle applicazioni.

10.2.6.2 Costruzione dello spettro di una variabile meteorologica

Si consideri inizialmente un generica variabile *u(t)* (per esempio la componente *u* del vento). Come già visto al Cap.5, per tale *segnale meteorologico* è possibile definire la *Funzione di Autocovarianza* come:

$$R_u(\tau) = \overline{u'(t) \cdot u'(t+\tau)} \qquad [10.146a]$$

dove τ è il *time lag,* mentre la definizione della *Densità Spettrale* è la seguente:

$$S_u(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_u(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} \, d\tau \qquad [10.146b]$$

cioè *la densità spettrale altro non è che la Trasformata di Fourier della Funzione di Autocorrelazione*. Trascurando altri problemi di ordine pratico che presenta l'impiego diretto della (10.146b), la cosa che va immediatamente messa in luce è il fatto seguente. Si può facilmente dimostrare (Bendat e Piersol, 1986) che, detta $\Im(g)$ la trasformata di Fourier di una generica funzione g(t) e $\Im^*(g)$ la sua complessa coniugata, per ogni frequenza angolare ω vale la relazione seguente:

$$\Im(R_u(\tau)) = \Im(u(t)) \cdot \Im^*(u(t)) \qquad [10.146c]$$

cioè *la trasformata di Fourier della funzione di Autocovarianza di u è pari al prodotto della trasformata di Fourier di u per la propria complessa coniugata*. Questo risultato importantissimo ci consente nel seguito di ignorare in pratica la Funzione di Autocorrelazione e di concentrare tutta la nostra attenzione sulla sola trasformata di Fourier del segnale *u*.

In pratica non disporremo mai di un segnale *u*, continuo nel tempo, ma solo di una sequenza di misure u_i, *i=0,1,2,..,N-1,* ottenute agli istanti $t_i=t_0+i\Delta t$. Ciò significa che il campionamento del segnale è stato condotto con una *frequenza di campionamento* $f_c = 1/\Delta t$ e l'intera *finestra di osservazione* sarà pari a $T=N\Delta$t. Visto che il campionamento del segnale viene realizzato a tempi discreti, per il Teorema del Campionamento (Bendat e Piersol, 1986) si ha che le armoniche con frequenza superiore a:

$$f_N = \frac{1}{2\Delta t} \qquad [10.147]$$

vengono di fatto perse (come entità individuali) ed il loro contenuto energetico viene *ripartito* tra le frequenze inferiori dando luogo al fenomeno dell'*aliasing*, di cui si parlerà successivamente. La frequenza f_N (espressa in Hz) prende il nome di *frequenza di Nyquist*; pertanto la *finestra spettrale di lavoro* sarà costituita da tutte le frequenze comprese nell'intervallo 1/T÷1/(2ΔT).

Senza ripercorrere tutti gli sviluppi teorici ottimamente esposti in Bendat e Piersol (1986) ed in Stull (1988), possiamo dire che la *densità spettrale* di *u* è data dalla relazione:

$$S_{uu}(f_k) = \frac{2}{N^2} \left| U_i(f_k) \right|^2 \qquad \text{per } k = 1,2,\ldots,N/2 \qquad [10.148a]$$

in cui U_i è la *Trasformata di Fourier Discreta* della sequenza u_i. Le frequenze f_k presenti nella relazione precedente sono pari a:

$$f_k = \frac{k}{T} = \frac{k}{N\Delta t} \qquad [10.148b]$$

Le relazioni (10.148) sono la base su cui si fonda la determinazione numerica dello spettro di una variabile, che in pratica si riconduce alla determinazione della Trasformata di Fourier Discreta (*DFT*)

della variabile *u*. Tuttavia, come evidenziato molto bene in Bendat e Piersol (1986), Stull (1988) e Kaimal e Finnigan (1994), prima di arrivare alla determinazione della *DFT* è necessario realizzare una serie di azioni volte al *condizionamento del segnale originario*. La procedura di condizionamento del segnale prevede i seguenti passi operativi:

1. *despiking*
2. *detrending*
3. *tapering*

Despiking

Il segnale discreto u_i nella maggioranza dei casi pratici sarà stato ottenuto da un anemometro sonico o da un termometro veloce, come una termocoppia o una termoresistenza sottile; in tutti questi casi, per molte ragioni differenti, è possibile che occasionalmente si siano introdotti nel segnale degli *spikes*, cioè dei picchi di durata brevissima e di ampiezza molto superiore ai valori *naturali* presentati dal segnale. Fra le tante possibili cause di ciò possiamo annoverare i disturbi elettromagnetici indotti nella catena di acquisizione ed anche cause naturali, come l'effetto della pioggia che raggiunge gli emettitori e i ricevitori di un anemometro sonico. Sta di fatto che è praticamente impossibile avere segnali totalmente privi di *spikes*. E' interessante però verificare che cosa comporta la presenza di uno *spike*. Se, per esempio, considerassimo un segnale sempre nullo in cui si è infiltrato un solo *spike* e ne calcolassimo lo spettro, invece di uno spettro completamente nullo, come dovrebbe essere lo spettro di un segnale costante nel tempo, troveremmo lo spettro rappresentato nella *Fig.10.4*, in cui la densità spettrale alle varie frequenze risulta costante. Pertanto, la presenza di *spikes* nel segnale risulta del tutto equivalente (Stull, 1989) dal punto di vista spettrale alla contaminazione del segnale da parte di un *rumore bianco*. Dato che certamente siamo interessati ad eliminare questi contributi spuri alla densità spettrale, è conveniente che prima di realizzare la *DFT* di u_i venga applicato una opportuna procedura di *despiking*, del tutto analoga a quella presentata a proposito del metodo di Eddy-Covariance.

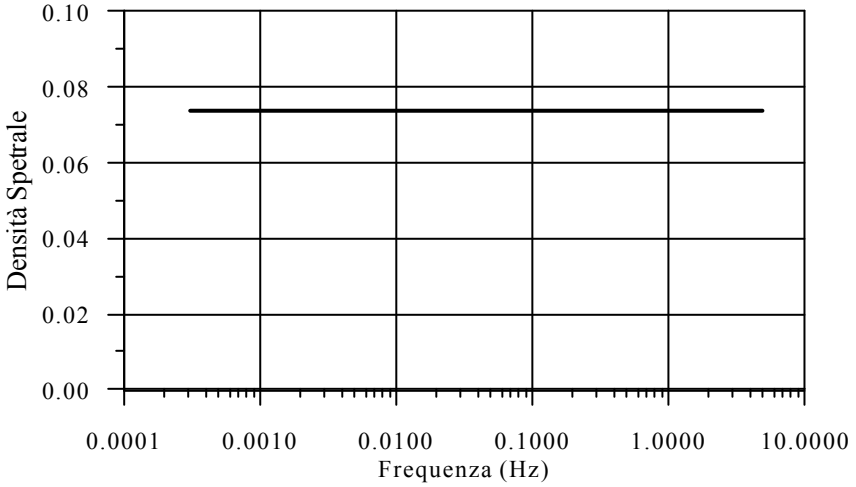

Fig.10.4: spettro di uno spike isolato.

Detrending

Come abbiamo già avuto occasione di discutere a proposito del metodo di Eddy-Covariance, è abbastanza normale che nel segnale discreto u_i sia presente un *trend*, cioè un'armonica con frequenza inferiore alla frequenza minima campionata (che è pari a *1/T*). Che effetto ha nello spettro di *u* la

presenza di un *trend*? Per evidenziarlo in maniera chiara, immaginiamo di costruire lo spettro di un segnale che, nel periodo di osservazione *T,* presenta un andamento perfettamente lineare. Lo spettro atteso dovrebbe essere nullo visto che nel segnale non è presente alcuna armonica *campionabile*. Viceversa lo spettro che si ottiene è quello presentato in *Fig.12.5*. Quello che avrebbe dovuto essere uno spettro nullo a tutte le frequenze è diventato invece uno spettro con una forma abbastanza complessa, che presenta le densità spettrali maggiori nella parte a bassa frequenza della *finestra spettrale* considerata. Dato che questo tipo di spettro ricorda quello di una luce rossa, normalmente si asserisce che l'effetto del trend sullo spettro di un segnale è del tutto equivalente all'introduzione nel segnale stesso di un *rumore rosso* (Stull, 1988). Per minimizzare questa contaminazione indesiderata, è opportuno *detrendizzare* il segnale, con le tecniche presentate a tal proposito nell'ambito del metodo Eddy-Covariance.

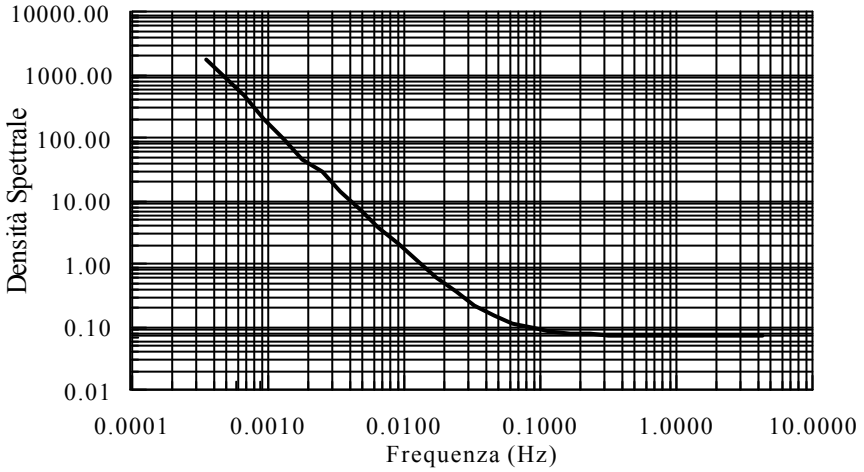

Fig.10.5: spettro di un segnale perfettamente lineare (rumore rosso).

<u>*Tapering*</u>

Finora non abbiamo sottolineato a sufficienza che l'*ipotesi di base* della *DFT* è che il segnale da trasformare sia *periodico*, cosa che ovviamente non è nella realtà che stiamo considerando. E' possibile determinare quale sia l'impatto (detto *leakage*) sullo spettro di *u* (non periodico) del fatto che impieghiamo la *DFT* (che lo ritiene periodico) ed i dettagli di ciò possono essere trovati facilmente in Bendat e Piersol (1986). Nella pratica si è dimostrato che tale fenomeno può essere minimizzato impiegando la tecnica nota come *tapering,* secondo cui, il segnale originario u_i viene filtrato con un opportuno *filtro numerico* dando luogo ad un nuovo segnale U_i che ha le stesse caratteristiche spettrali del segnale originario, ma risulta praticamente immune dagli effetti del *leakage*. Una delle tecniche usate più comunemente è quella di impiegare il *Filtro di Hanning*, che nel nostro caso, è definito come:

$$w(i) = 1 - \cos^2\left(\frac{i\pi}{N-1}\right) \qquad i=0,1,..,N\text{-}1 \qquad \text{[10.149a]}$$

ottenendo quindi il nuovo segnale discreto U_i, dato da:

$$U_i = w(i)\cdot u_i \qquad i=0,1,..,N\text{-}1 \qquad \text{[10.149b]}$$

Il filtro di Hanning non è l'unico filtro impiegato nell'analisi spettrale. Va citato anche il *filtro di*

Hamming, consigliato in Kaimal e Kristensen (1991) e definito come:

$$w_h(i) = 0.54 + 0.46 \cdot \cos\left(\frac{2\pi\,(i - N/2)}{N}\right) \qquad i=0,1,..,N-1 \qquad [10.149c]$$

Costruzione numerica dello spettro

Una volta ottenuto il segnale condizionato, cioè depurato dagli effetti indesiderati derivanti dalla presenza di *spikes* e *trend* e dalla non periodicità intrinseca, è possibile realizzare la *DFT* del segnale U_i. La *DFT* è un operatore matematico che trasforma la sequenza ordinata di N numeri reali U_i in una sequenza ordinata di N numeri complessi $F_i = Fr_i + j{\cdot}Fi_i$, dove j è l'unità immaginaria. Per una data frequenza $f_i = i/(N\Delta t)$, per $i=0,1,2,..,N-1$, i due coefficienti Fr_i e Fi_i sono dati dalle relazioni seguenti:

$$Fr_0 = \sum_{k=1}^{N} U_k \qquad [10.149a]$$

$$Fr_i = \sum_{k=1}^{N} U_k \cdot \cos\left(\frac{2\pi ik}{N}\right) \qquad [10.149b]$$

$$Fi_0 = 0 \qquad [10.149c]$$

$$Fi_i = \sum_{k=1}^{N} U_k \cdot \sin\left(\frac{2\pi ik}{N}\right) \qquad [10.149d]$$

Non si usano praticamente mai le relazioni precedenti per il calcolo pratico della *DFT* di un segnale, vista la loro pesantezza numerica. Si preferisce, invece, impiegare la *FFT* (*Fast Fourier Transform*) di cui sono disponibili moltissime routines. In *APPENDICE 10.1* è presentato un insieme di routines *FORTRAN* che realizzano la *DFT* di un generico segnale discreto condizionato U_i con un algoritmo di *FFT* tratto da Proakis e Manolakis (1992). Il problema maggiore che si ha impiegando la *FFT* è che il numero dei campioni U_i non può essere qualsiasi, ma deve essere esattamente una potenza di 2. Vedremo poi che ciò potrà essere utile. Per il momento immaginiamo che, se disponiamo di N campioni di U_i e m è il più grande intero per cui $N \geq 2^m$, considereremo solo i primi 2^mcampioni della serie.

Quando si è ottenuta la *DFT* di U_i costituito da N campioni dove N è esattamente una potenza di due, la sua densità spettrale si ottiene facilmente. Per prima cosa si può dimostrare che per il Teorema del Campionamento avremo un valore di densità spettrale in corrispondenza di ogni frequenza $f_k = k/(N\Delta t)$, per $k = 1,2,..,N/2$. In pratica se il segnale u_i è stato campionato alla frequenza di 10Hz e sono stati considerati $N = 2^{15}$=32768 campioni, la finestra temporale considerata sarà pari a 3276.8 secondi (circa 55 minuti), mentre lo spettro si estenderà dalla frequenza minima $0.3{\cdot}10^{-3}$ Hz a 5Hz. Premesso ciò, per ogni $f_k = k/(N\Delta t)$ la relativa densità spettrale $S_{UU}(k)$ (che come si vedrà non è pari a $S_{uu}(k)$ *della 10.148a*) è data da:

$$S_{UU}(k) = \frac{2}{N^2}\left(Fr(k)^2 + Fi(k)^2\right) \qquad [10.150]$$

Si è già visto nel Cap.5 che nel caso di un segnale continuo $U(t)$ vale la relazione seguente:

$$\sigma_U^2 = \int_0^f S_{UU}(f) \cdot df \qquad [10.151]$$

e la cosa varrà anche ora nel caso discreto. In particolare la (10.151) si ridurrà alla relazione seguente:

$$\sigma_U^2 = \sum_{k=1}^{N/2} S_{uu}(k) = \frac{2}{N^2} \sum_{k=1}^{N/2} \left(Fr(k)^2 + Fi(k)^2 \right) \qquad [10.152]$$

che ci consente di calcolare molto semplicemente la varianza di U_i, una volta nota la sua *DFT*. Attenzione, però, che la (10.152) ci fornisce il valore della varianza del segnale U_i dopo il *tapering*, cioè dopo un filtraggio digitale, e quindi non è sperabile che tale varianza coincida esattamente con la varianza del segnale discreto u_i. In particolare, la prima varianza sarà sempre inferiore alla seconda, indicandoci che l'operazione di *tapering* ha prodotto una *perdita di energia del segnale*. Per *ristabilire* la varianza originaria è necessario (Kaimal e Finnigan, 1994 e Bendat e Piersol, 1986) impiegare la relazione seguente

$$S_{uu}(f_k) = \alpha \cdot S_{UU}(f_k) \qquad [10.153]$$

in cui α dipende dal filtro numerico impiegato nel processo di *tapering*. Se si è impiegato il *filtro di Hanning*, α varrà 2.67 (Bendat e Piersol, 1986), mentre se si è impiegato il filtro di *Hamming* α varrà 2.52 (Kaimal e Finnigan, 1994).

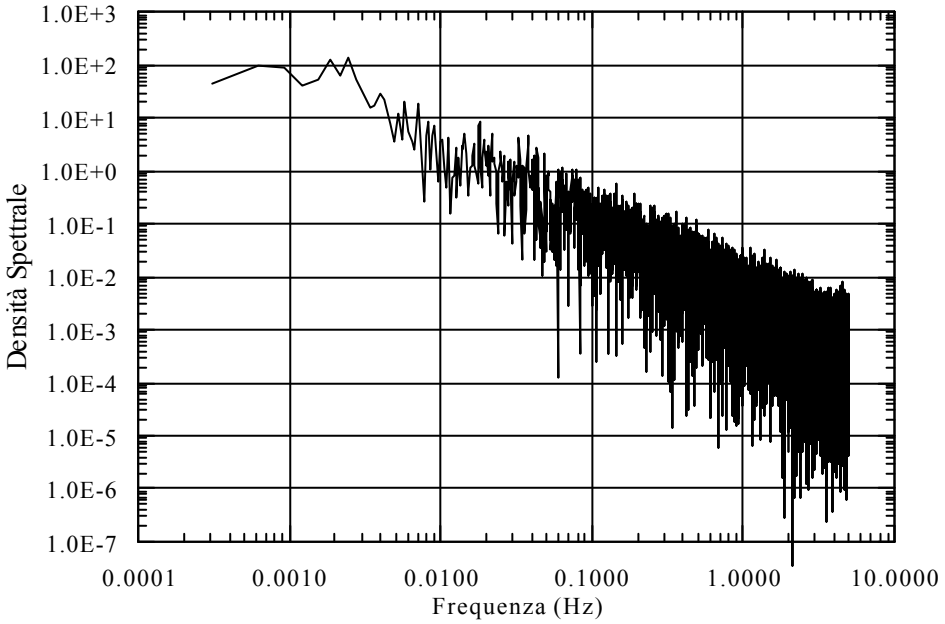

Fig.10.6: spettro grezzo della variabile u.

Consideriamo ora un ultimo aspetto di ordine pratico. Come si è detto è normalmente necessario impiegare un algoritmo di *FFT* per realizzare la *DFT* del segnale, ma la *FFT* presenta la grave restrizione di non accettare un numero N di campioni u_i che non sia pari ad una potenza di 2. Così facendo, inevitabilmente nella realizzazione dello spettro non si impiega l'intera informazione disponibile. Per sfruttare a nostro vantaggio questo problema si può considerare un aspetto importante legato alla metodologia con cui si è costruito lo spettro. Consideriamo un segnale discreto u_i costituito da N campioni e sia m il più grande intero per cui $N \geq M=2^m$. Consideriamo inizialmente i primi M campioni (contati a partire dal primo) e costruiamo lo spettro $(S_{uu}(k))_1$ e successivamente consideriamo la sequenza u_j, $j=N-M+1,..,N$ (cioè gli ultimi M campioni della serie) ed anche per tale sequenza

calcoliamo lo spettro $(S_{uu}(k))_2$. A questo punto lo spettro medio tra i due, cioè:

$$S_{uu}(k)=\frac{1}{2}\left(\left(S_{uu}(k)\right)_1+\left(S_{uu}(k)\right)_2\right) \qquad per\ k = 1,2,..,N/2 \qquad [10.153b]$$

ha l'interessante caratteristica di essere meno contaminato dal fenomeno di *leakage* ed inoltre di essere meno irregolare.

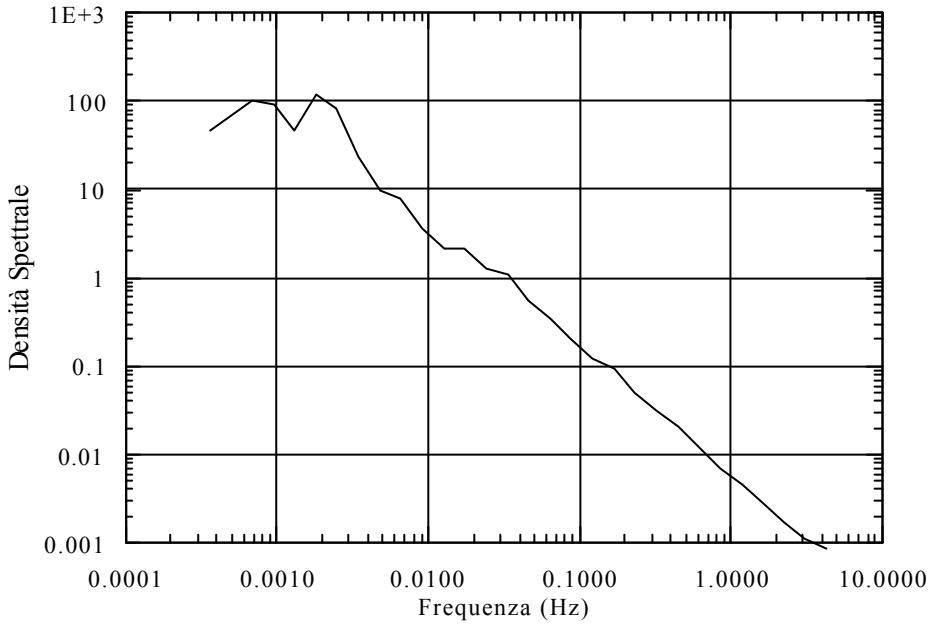

Fig.10.7: spettro regolarizzato (media a blocchi) della variabile u.

Alla fine di questa procedura si quindi ottenuto lo spettro del segnale discreto u_i, che però si presenta estremamente irregolare, come si può vedere nella *Fig.10.6*. Tale irregolarità può avere varie cause che però possono essere ricondotte al fatto complessivo che l'operazione di *condizionamento del segnale originario* non è in grado di eliminare altri tipi di irregolarità (noti come *rumore blu*) di varia natura strumentale. Pertanto è consigliabile, prima di impiegare nelle operazioni di stima gli spettri ottenuti, effettuarne una regolarizzazione che può essere condotta semplicemente nel modo seguente (Kaimal e Finnigan, 1994):

- si consideri l'intera finestra spettrale caratterizzata dalla frequenza minima f_{min} e dalla frequenza massima f_{max}. Si considerino $m+1$ frequenze definite come:

$$F_k = f_{\min}\cdot\exp\left((k-1)\frac{\ln(f_{\max})-\ln(f_{\min})}{m}\right) \qquad per\ k=1,2,..,m+1 \qquad [10.154]$$

- si consideri ora l'intervallo di frequenze tra F_k e F_{k+1}. A tale intervallo verrà attribuita la frequenza F^*_k pari alla media delle frequenze che cadono in tale intervallo ed una densità spettrale $S^*_{uu}(k)$ pari al valore medio delle densità spettrali che cadono in tale intervallo spettrale. Pertanto, lo spettro originariamente composto da numerosissime densità spettrali, si ridurrà ad uno spettro costituito da m densità spettrali attribuite ad altrettante frequenze. E' immediato rendersi conto che abbiamo

semplicemente realizzato una *mediazione a blocchi* dello spettro originario che ci ha consentito di passare da uno spettro composto da *N/2* densità spettrali (dell'ordine di parecchie migliaia) ad uno spettro costituito da *m* valori (normalmente dell'ordine delle decine) e ciò ha contribuito ad una sua sostanziale regolarizzazione senza comunque indurre una sua distorsione.

Applicando questa procedura di regolarizzazione allo spettro di *Fig. 10.6* otteniamo (con *m* pari a 30) lo spettro di *Fig.10.7*, decisamente più regolare e comprensibile.

La tecnica di costruzione degli spettri mediante la *DFT* non è l'unica possibile e nemmeno la migliore. Essa viene normalmente indicata col termine *stima non parametrica*, indicando con ciò il fatto che tale tecnica non impiega alcuna informazione *a priori* sulla forma funzionale dello spettro. La cosa, a rigore, non è completamente vera ed una breve discussione sull'argomento la si può trovare in Press (1992). Esistono però altre tecniche che vanno sotto il nome di *tecniche di stima parametrica spettrale*, che vengono ampiamente utilizzate in molte aree della Fisica, ma ancora troppo raramente in Micrometeorologia. Un esempio interessante e raro è presentato in Petenko e Bezverkhnii (1999).

E' oltre lo scopo di questo libro presentare i dettagli di questa tecnica. Rimandiamo gli interessati a Percival e Walden (1993) e a Candy (1988). Qui di seguito presentiamo una breve introduzione ad uno di questi metodi, noto come *Metodo della Massima Entropia* MESA (Maximum Entropy Spectral Analysis). Mentre nel metodo classico l'ipotesi di base era che il segnale che si stava studiando fosse la sovrapposizione di un numero infinito di funzioni trigonometriche di varia ampiezza, per il metodo *MESA* il segnale è proprio come lo abbiamo introdotto, cioè la realizzazione nel tempo di un processo stocastico. Consideriamo un segnale discreto $\{u_i;\ i = 1,2,\ldots\}$ a media nulla e privo di *trend* (per esempio l'evoluzione nel tempo della temperatura dell'aria privata del valor medio e di un *trend* eventualmente presente). A priori non è facile dire molto di un tale segnale, tuttavia sfruttando la classificazione proposta da Box e Jenkins (1976), possiamo ipotizzare che esso possa essere rappresentato come:

$$u_i = b_{1,p}u_{i-1} + b_{2,p}u_{i-2} + \ldots. + b_{p,p}u_{i-p} + \varepsilon_i \qquad [10.155]$$

un tale processo prende il nome di *Processo Autoregressivo di ordine p* o, più brevemente *AR(p),* e richiede che il valore u_i, assunto dalla variabile al tempo t_i, dipenda:

- dalla combinazione lineare dei valori assunti dalla stessa variabile in *p* istanti precedenti, pesati da opportuni coefficienti $b_{i,p}$;
- dalla realizzazione di un processo stocastico gaussiano ε a media nulla e varianza σ^2_p (rumore bianco o White Noise Process).

Questo *modello stocastico* si presta molto bene a rappresentare le variabili micrometeorologiche da esso è nato un celebre modello per la dispersione di inquinanti in estremamente realistico. Comunque, la cosa più importante è che le proprietà di un processo *AR(p)* sono state ampiamente studiate e, tra i vari risultati ottenuti, emerge il fatto che lo spettro di $\{u_i\}$ deve avere la forma seguente:

$$S_{uu}(f) = \frac{a}{\left|1 - \sum_{i=1}^{p} \exp(-j2\pi f i \Delta t)\right|^2} \qquad [10.156]$$

In pratica, la stima dello spettro di u si riduce alla determinazione dei p coefficienti $b_{i,p}$ e del coefficiente a. Nei citati riferimenti sono presentati tutti i dettagli analitici che giustificano la (10.156) ed i metodi più adatti all'identificazione dei $p+1$ coefficienti presenti in tale relazione.

Il primo problema pratico che incontriamo nell'applicazione reale del metodo *MESA* sta nell'identificare il valore di p, cioè il *grado* del processo autoregressivo. Anche se nei riferimenti citati viene trattato il problema, non esiste finora un metodo univoco per operare una tale scelta. La sua applicazione nei casi di interesse micrometeorologico suggerisce che un valore di p dell'ordine delle decine è più che sufficiente per *catturare* l'essenza del fenomeno. In pratica il metodo *MESA*, come prima cosa, richiede che vengano stimati, sulla base della serie storica da analizzare, i $p+1$ coefficienti presenti nella (10.156), quindi, per ogni frequenza compresa nell'intervallo $f_{\min} \div f_{\max}/2$, la (10.156) fornisce la relativa densità spettrale. Si può quindi stimare la densità spettrale solo alle frequenze desiderate, evitando le $N/2$ stime obbligatorie richieste dalla *FFT*. In *Fig.10.8* viene presentato lo spettro della componente u del vento ottenuta:

- con la *FFT* senza regolarizzazione (riga irregolare grigia)
- con la *FFT* con regolarizzazione (riga tratteggiata)
- col metodo *MESA* (riga continua)

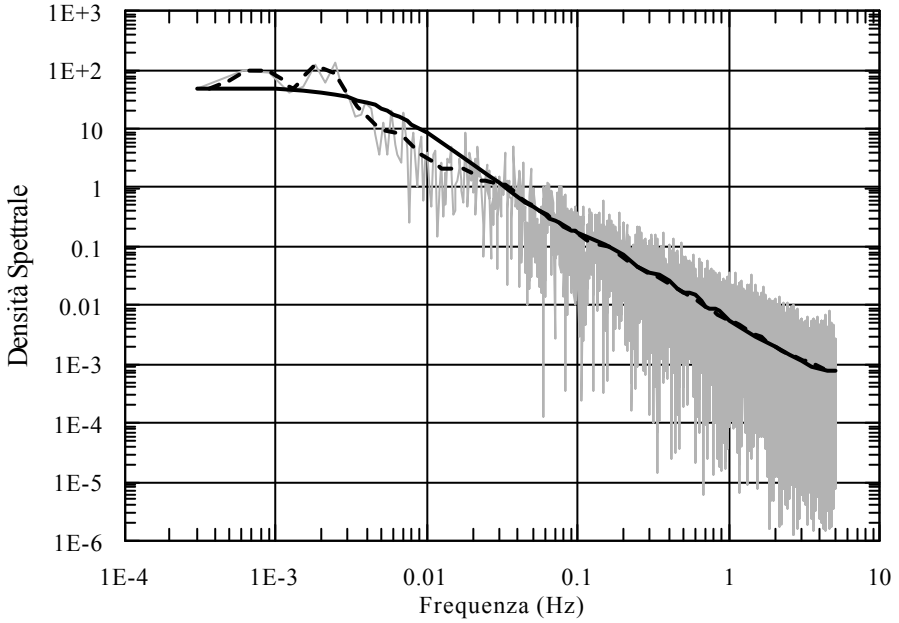

Fig.10.8: confronto tra lo spettro ottenuto con la FFT, lo spettro ottenuto dalla FFT con regolarizzazione e lo spettro ottenuto col metodo MESA.

Analizzando tale figura si nota immediatamente come il metodo *MESA* produca *naturalmente* uno spettro regolare, cosa molto utile alle alte frequenze dove si va a sovrapporre al metodo *FFT* regolarizzato, ma altrettanto utile alle basse frequenze dove la *FFT* regolarizzata permane irregolare. Viste le ottime caratteristiche del metodo *MESA*, varrebbe la pena usarlo più frequentemente. Un problema, però, è la disponibilità di programmi di calcolo adeguati. A tal proposito, in APPENDICE 10.2 è presentato un insieme di routines *FORTRAN* (tratte da Press e al., 1992) che realizzano la stima spettrale *MESA* per un generico segnale discreto U_i, a media nulla e privo di *spikes* e di *trend*.

10.2.6.3 Costruzione dei cospettri di due variabili meteorologiche

Consideriamo due variabili meteorologiche, per esempio la componente verticale del vento w e la temperatura potenziale virtuale θ. Anche in questo caso non saranno disponibili i *segnali continui* delle due variabili, ma avremo a disposizione solo i valori (w_i,θ_i) ottenuti ad istanti temporali discreti $i=0,1,2,..,N-1$ separati da Δt (periodo di campionamento = 1/frequenza di campionamento) entro il periodo di mediazione $T = N\Delta t$.

Per tutti i dettagli teorici sui vari tipi di cospettri si rimanda al Cap.5. Qui a noi interessa ottenerli praticamente e per questo ci riferiremo a Bendat e Piersol (1986) e Stull (1989). La procedura per ottenerli inizia con la determinazione della *DFT* dei due singoli segnali, generando in corrispondenza di una generica frequenza $f_i=i/N\Delta t$ le *DFT* relative, costituite dai numeri complessi:

$$W(i) = Wr_i + j \cdot Wi_i \qquad [10.157a]$$

$$\Theta(i) = \Theta r_i + j \cdot \Theta i_i \qquad [10.157b]$$

A questo punto è possibile definire il *cospettro* nel modo seguente:

$$Co_{w\theta}(k) = \frac{2}{N^2}\left(Wr(k)\cdot\Theta r(k) + Wi(k)\cdot\Theta i(k)\right) \qquad [10.158]$$

L'importanza del *cospettro* in Micrometeorologia risiede nel fatto che esso è *imparentato* con la covarianza $\overline{w'\theta'}$ dalla relazione seguente:

$$\overline{w'\theta'} = \frac{2}{N^2}\sum_{k=1}^{N/2}\left(Wr(k)\cdot\Theta r(k) + Wi(k)\cdot\Theta i(k)\right) \qquad [10.159]$$

Sono poi definibili anche le entità spettrali seguenti, decisamente meno importanti in Micrometeorologia:

- lo *spettro di quadratura*,dato da:

$$Q_{w\theta}(k) = \frac{2}{N^2}\left(Wi(k)\cdot\Theta r(k) - Wr(k)\cdot\Theta i(k)\right) \qquad [10.160]$$

- lo *spettro di coerenza*, dato da:

$$Coh(k) = \frac{Q_{w\theta}^2(k) + Co_{w\theta}^2(k)}{S_{ww}(k)\cdot S_{\theta\theta}(k)} \qquad [10.161]$$

10.2.6.4 Metodi spettrali diretti

Non sarà sfuggito al Lettore un notevole parallelismo tra la costruzione degli spettri e dei cospettri ed il metodo Eddy-Covariance, basato sulla Matrice di Varianza-Covarianza del vento e sui vettori di Covarianza tra le componenti del vento e la temperatura potenziale-virtuale (ed eventualmente tra le componenti del vento ed una qualsiasi variabile scalare). In effetti questo parallelismo esiste, visto che nel *ECM* abbiamo scelto di rimanere nel dominio del tempo, mentre ora decidiamo di rimanere nel

dominio delle frequenze. E' immediato delineare un metodo diretto di tipo spettrale per la stima dei parametri del *SL* e tale metodo consta dei passi seguenti:

Passo 0: una volta ottenute le misure elementari $(v_{xi}, v_{yi}, v_{zi}, \theta_i)$, per esempio da un anemometro ultrasonico, dove v_{xi}, v_{yi} e v_{zi} sono le componenti del vettore vento rispetto al sistema di riferimento strumentale, la prima operazione da fare è la rotazione degli assi cartesiani per calcolare le componenti del vento rispetto al locale sistema cartesiano *stream-line*. Per fare ciò, si procede come visto nel caso del metodo ECM individuando i tre angoli di rotazione θ, φ, ψ. Quindi si procederà alle tre rotazioni necessarie di ogni singolo vettore vento $\underline{V}_i=(v_{xi}, v_{yi}, v_{zi})$ nel modo seguente:

$$\underline{\text{prima rotazione}}: \left(v_{x1i}, v_{y2i}, v_{z3i}\right)=\begin{bmatrix} \cos\theta & sen\theta & 0 \\ -sen\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} v_{xi} \\ v_{yi} \\ v_{zi} \end{bmatrix} \qquad [10.162a]$$

$$\underline{\text{seconda rotazione}}: \left(v_{x2i}, v_{y2i}, v_{z2i}\right)=\begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & sen\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -sen\varphi & 0 & \cos\varphi \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} v_{x1i} \\ v_{y1i} \\ v_{z1i} \end{bmatrix} \qquad [10.162b]$$

$$\underline{\text{terza rotazione}}: (u, v, w)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & sen\psi \\ 0 & -sen\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \qquad [10.162c]$$

ed il risultato finale è la sostituzione delle componenti del vento v_{xi}, v_{yi}, v_{zi} con le componenti (u_i, v_i, w_i) rispetto al sistema di coordinate *stream-line*.

Passo 1: si calcola la *DFT* dei quattro segnali discreti, applicando le opportune operazioni di *despiking*, *detrendind* e *tapering*.

Passo 2: si calcola la varianza delle singole variabili mediante la (10.152) dopo aver opportunamente regolarizzato lo spettro.

Passo 3: si calcolano le covarianze $\overline{u'w'}$, $\overline{v'w'}$ e $\overline{w'\Theta'}$ mediante la (10.159) e quindi il valore di u_*, T_* ed H_0, e, una volta calcolato il valor medio della temperatura, risulta immediato anche il calcolo di L.

Il metodo di stima diretta dei parametri del *SL* per via spettrale come si vede non è più complicato del metodo *ECM* e non richiede molto più tempo di calcolo. Presenta però due vantaggi decisivi:

- le eventuali correzioni da apportare agli spettri per tener conto della loro risposta non ideale, sono le stesse presentate a proposito del metodo *ECM*, ma sono applicabili in maniera molto più naturale;

- la possibilità di vedere visivamente spettri e cospettri consente di individuare senza difficoltà situazioni anomale corrispondenti a casi di forte non stazionarietà del *PBL*. Ciò si deduce dalla differenza tra le forme spettrali canoniche e quelle che si vedono, differenze frequentemente legate

alla presenza di picchi non previsti o alla inesistenza *dell'inertial subrange*.

Disponendo degli spettri delle diverse variabili è poi possibile stimare il tasso di dissipazione di energia cinetica turbolenta ε e il tasso di distruzione della varianza di temperatura N_θ in maniera *meno indiretta*. Infatti, come si è visto nel Cap.5, *nell'inertial subrange* si ha che:

$$S_{uu}(f)=\alpha_u\left(\frac{U}{2\pi}\right)^{2/3}\varepsilon^{2/3}f^{-5/3} \qquad [10.163a]$$

$$S_{vv}(f)=\alpha_v\left(\frac{U}{2\pi}\right)^{2/3}\varepsilon^{2/3}f^{-5/3} \qquad [10.163b]$$

$$S_{ww}(f)=\alpha_w\left(\frac{U}{2\pi}\right)^{2/3}\varepsilon^{2/3}f^{-5/3} \qquad [10.163c]$$

$$S_{\theta\theta}(f)=\alpha_T\left(\frac{U}{2\pi}\right)^{2/3}\varepsilon^{-1/3}N_\theta f^{-5/3} \qquad [10.163d]$$

in cui $\alpha_u = 0.5\pm0.05$, $\alpha_v = \alpha_w = 4/3\alpha_u$ e $\alpha_T = 0.8$, U è la velocità media del vento e z è la quota di misura. Pertanto, per quanto già detto, si può ritenere di essere sull'inertial subrange quando $fz/U>2$ e, se si sta utilizzando un anemometro ultrasonico, il termine di tale intervallo sostanzialmente coincide con la frequenza $f_c \le U/(2\pi d)$ dove d è il *path* dell'anemometro. Pertanto, potremo indicare come estremo inferiore *dell'inertial subrange* la frequenza $f_1=2U/z$ e come estremo superiore la frequenza $f_2=f_c$. Se consideriamo una delle tre componenti del vento (per esempio la componente u), un modo statisticamente corretto per determinare il valore di ε è il seguente. Consideriamo, per esempio la componente u del vento. L'integrale:

$$I_{12}=\int_{f_1}^{f_2}S_{uu}(f)df \qquad [10.164a]$$

può essere determinato per via numerica una volta che sia stata ricostruita la densità spettrale S_{uu} con la procedura descritta in precedenza. Infatti, se l'*inertial subrange* copre l'intervallo tra le frequenza f_1 e f_2, tutte le S_{uu} corrispondenti alle frequenze di questo intervallo saranno relative all'*inertial subrange*. Dato che la differenza tra una frequenza e l'altra è $df = 1/(N\Delta t)$, utilizzando per esempio il metodo dei trapezi si ha:

$$I_{12}=\frac{1}{2N\Delta t}\left[S_{uu}(F_{k1})+2\sum_{j=k1+1}^{k2-1}S_{uu}(f_j)+S_{uu}(f_{k2})\right] \qquad [10.164b]$$

D'altro canto, dalla (10.163a) tale integrale deve valere anche:

$$I_{12}=\frac{3}{2}\alpha_u\left(\frac{U}{2\pi}\right)^{2/3}\varepsilon^{2/3}\cdot\left[f_1^{-2/3}-f_2^{-2/3}\right] \qquad [10.164c]$$

pertanto:

$$\varepsilon=\left\{\frac{2}{3\alpha_u}\left(\frac{2\pi}{U}\right)^{2/3}\frac{I_{12}}{\left(f_1^{-2/3}-f_2^{-2/3}\right)}\right\}^{3/2} \qquad [10.164d]$$

Questo metodo, essendo basato su tutti i valori di densità spettrale ottenuti entro l'*inertial subrange,* dovrebbe presentare notevoli doti di *robustezza.* La medesima procedura può essere applicata anche a S_{vv} e S_{ww}.

Una volta noto ε (o dallo spettro di u o da quello di v o w), per ottenere N_θ è necessario impiegare lo spettro della temperatura. Anche in questo caso, detto:

$$I_{T12} = \int_{f_1}^{f_2} S_{\theta\theta}(f)df \qquad [10.165a]$$

che può essere stimato in modo numerico analogamente a quanto fatto per lo spettro di u, è facile verificare che:

$$N_\theta = \frac{2}{3\alpha_T}\left(\frac{2\pi}{U}\right)^{2/3}\frac{\varepsilon^{1/3} I_{T12}}{\left(f_1^{-2/3} - f_2^{-2/3}\right)} \qquad [10.165b]$$

10.2.6.5 Metodi spettrali indiretti

Molti sono i possibili metodi indiretti di stima di tipo spettrale per la determinazione dei parametri del *SL*. Sicuramente il più celebre è il metodo chiamato *inertial dissipation* che è stato sviluppato per consentire la determinazione dei parametri del *SL* con strumentazione posta sopra navi oceanografiche il cui movimento di rollio e beccheggio ne rendeva impossibile la determinazione con il metodo *ECM*. Dettagli su tale tecnica possono essere trovati in Fairall e Larsen (1986), Fairall e al. (1990) e Lange e Businger (1988), anche se in Hicks e Dyer (1972) già veniva presentata una tecnica del tutto simile. L'ipotesi di base era che questi movimenti della nave avrebbero contaminato lo spettro delle componenti orizzontali del vento solo nella parte a bassa frequenza, lasciandone inalterata la parte ad alta frequenza ed in particolare l'*inertial subrange*. La strumentazione necessaria era quindi costituita da un anemometro (non necessariamente triassiale) ma dotato di una dinamica appropriata e da un termometro a risposta rapida.

Il metodo inizia con la determinazione dello spettro della componente u del vento e della temperatura potenziale virtuale (per poter ottenere tale variabile senza l'anemometro sonico è indispensabile poter disporre non solo di un termometro a risposta rapida, ma anche di un igrometro a risposta rapida e dalla combinazione dei due segnali, determinare quindi il segnale della temperatura potenziale virtuale). Mediante le relazioni (10.164) e (10.165) si determina dagli spettri misurati il valore di ε e di N_θ. A questo punto, dal quanto detto al Cap. 5, si ha che i parametri di struttura C^2_v e C^2_T sono legati allo spettro di u e di θ dalle relazioni seguenti:

$$C_v^2 = 4\alpha_u \varepsilon^{2/3} \qquad [10.166a]$$

$$C_T^2 = 4\alpha_T N_\theta \varepsilon^{-1/3} \qquad [10.166b]$$

quindi, noti ε *e* N_θ, risultano immediatamente noti C^2_v e C^2_T. Va poi ricordato (si veda Cap.4) che per i due parametri di struttura valgono le seguenti Relazioni di Similarità (Kaimal e Finnigan, 1994):

$$\frac{C_v^2 z^{2/3}}{u_*^2} = \begin{cases} 4\left(1+0.5\left|z/L\right|\right)^{2/3} & \text{per } z/L<0 \\ 4\left(1+5\,z/L\right)^{2/3} & \text{per } z/L>0 \end{cases} \qquad [10.167a]$$

$$\frac{C_T^2 z^{2/3}}{T_*^2} = \begin{cases} 5\left(1+6.4\left|z/L\right|\right)^{-2/3} & \text{per } z/L<0 \\ 5\left(1+3\,z/L\right) & \text{per } z/L>0 \end{cases} \qquad [10.167b]$$

Nelle *situazioni convettive* si può procedere col metodo iterativo seguente:

Passo 1: si ipotizzi che z/L =0. In questo caso si ha che:

$$u_*^2 = \frac{C_v^2 z^{2/3}}{4} \qquad [10.168a]$$

$$\left|T_*\right| = \sqrt{\frac{C_T^2 z^{2/3}}{5}} \qquad [10.168b]$$

e quindi:

$$\frac{z}{L} = \frac{kgz}{T} \cdot \frac{\sqrt{\frac{C_T^2 z^{2/3}}{5}}}{\frac{C_v^2 z^{2/3}}{4}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \frac{kgz^{2/3}}{T} \frac{\sqrt{C_T^2}}{C_v^2} \qquad [10.168c]$$

In questo modo risulta disponibile una stima preliminare del parametro di stabilità z/L.

Passo 2: con il valore corrente si determini la nuova stima per u_* e T_* data da:

$$u_*^2 = \frac{C_v^2 z^{2/3}}{4\left(1+0.5\left|z/L\right|\right)^{2/3}} \qquad [10.169a]$$

$$\left|T_*\right| = \sqrt{\frac{C_T^2 z^{2/3}}{5\left(1+6.4\left|z/L\right|\right)^{-2/3}}} \qquad [10.169b]$$

che conducono ad una nuova stima di z/L

Passo 3: si iteri il passo 2 finché u_* e T_* non si stabilizzano attorno ad un valore di equilibrio. A questo punto è immediata la stima dell'ultimo parametro rimanente, cioè H_0.

La procedura impiegata nelle *situazioni stabili* è sostanzialmente la stessa e si articola nei passi seguenti:

Passo 1: si ipotizzi che z/L =0. In questo caso si ha che u_* e T_* di primo tentativo saranno ancora dati dalle (10.168a) e (10.168b) e quindi z/L dalla (10.168c).

Passo 2: con il valore corrente si determini la nuova stima per u_* e T_* data da:

$$u_*^2 = \frac{C_v^2 z^{2/3}}{4(1+5z/L)^{2/3}} \qquad [10.170a]$$

$$|T_*| = \sqrt{\frac{C_T^2 z^{2/3}}{5(1+3z/L)}} \qquad [10.170b]$$

che conducono ad una nuova stima di z/L.

Passo 3: si iteri il passo 2 finché u_* e T_* non si stabilizzano attorno ad un valore di equilibrio. A questo punto è immediata la stima dell'ultimo parametro rimanente, cioè H_0.

Ovviamente, perché tale metodo possa essere ritenuto completo è necessario poter distinguere tra situazioni convettive e situazioni stabili.

10.2.7 METODI APPLICABILI A MISURE SODAR

La relativamente scarsa diffusione dei sistemi *remote-sensing* non ha consentito per il momento la standardizzazione di metodi di stima dei parametri del *PBL*. Nonostante ciò, qui di seguito verranno presentati schematicamente alcuni metodi che o sono stati impiegati nell'elaborazione dei dati prodotti dal SODAR o lo potrebbero essere.

Metodo di Weill

In Weill e al. (1980) è stato proposto un metodo per l'elaborazione dei dati di σ_w prodotti da un *SODAR* durante le *situazioni convettive*. Il punto di partenza è costituito dalla considerazione che, in condizioni stazionarie, l'equazione di bilancio dell'energia cinetica turbolenta ad una generica quota z (questa volta entro il *PBL* e non necessariamente entro il *SL*) può essere approssimata nel modo seguente:

$$\sigma_w^2 \cong A\left\{z\left[\overline{u'w'}\frac{du}{dz} + \delta\frac{g}{T}\overline{w'\theta'}\right]\right\}^{2/3} \qquad [10.171a]$$

in cui A e δ sono delle costanti. Nel *PBL* in condizioni di elevata convettività, la produzione di turbolenza meccanica risulta trascurabile, per cui la (10.171a) può essere così semplificata:

$$\sigma_w^2 \cong 1.4\left[z\frac{g}{T}\overline{w'\theta'}\right]^{2/3} \qquad [10.171b]$$

Questa relazione può essere *manipolata* algebricamente in modo da ottenere un legame tra il profilo verticale del flusso turbolento di calore sensibile locale ($\overline{w'\theta'}$ alla quota generica z) e la variabile σ^3_w/z, riducendosi alla relazione seguente:

$$\frac{\sigma_w^3}{z} \cong 1.67\frac{g}{T}\overline{w'\theta'} \qquad [10.171c]$$

Si consideri ora l'equazione fluidodinamica relativa alla temperatura potenziale media entro il *PBL*. Se si trascura la subsidenza ed il calore latente, se si assume un'omogeneità orizzontale e se si ricorda che

nello strato rimescolato la temperatura potenziale media presenta un gradiente verticale praticamente nullo, tale equazione si riduce a:

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = -\frac{\partial \overline{w'\theta'}}{\partial z} \qquad [10.172]$$

Il significato di questa equazione è che, ad un generico istante, la variazione con la quota del flusso turbolento di calore sensibile è una costante e quindi che *il suo profilo è lineare.* Pertanto, se al posto della generica espressione per il flusso di calore sensibile locale si sostituisce una relazione lineare che parte dal valore assunto al suolo e si riduce con la quota, si otterrà:

$$\frac{\sigma_w^3}{z} = 1.67 \frac{g}{T} \overline{w'\theta'}_0 \cdot \left(1 - \frac{z}{h'}\right) \qquad [10.173]$$

in cui $\overline{w'\theta'}_0$ è il flusso di calore sensibile al suolo e *h'* è la quota a cui lo stesso si annulla. E' stato inoltre dimostrato (Andrè e al., 1978) che σ^2_w presenta un massimo alla quota $z = 0.3h_2$, dove h_2 è la sommità dello strato di entrainment e che tra *h'* e h_2 vale la relazione $h' = 0.7h_2$. In pratica *h'* è molto prossima, ma in generale superiore, alla sommità del *ML*.

Ritornando alla (10.173), si ha immediatamente che:

$$\frac{\sigma_w^3}{z} = 1.67 \frac{g}{T} \overline{w'\theta'}_0 - 1.67 \frac{g}{T} \overline{w'\theta'}_0 \frac{z}{h'} \qquad [10.174a]$$

Posto

$$a = 1.67 \frac{g}{T} \overline{w'\theta'}_0 \qquad [10.174b]$$

$$b = -1.6 \frac{g}{T} \cdot \frac{1}{h'} \overline{w'\theta'}_0 \qquad [10.174c]$$

la (10.174a) si trasforma in una relazione lineare tra σ_w^3 / z e *z*. Disponendo di misure *SODAR* di σ_w a varie quote, è possibile determinare i coefficienti *a* e *b* mediante l'applicazione del Metodo dei Minimi Quadrati, ottenendo le grandezze incognite $\overline{w'\theta'}_0$ ed *h'*. Dalla prima grandezza è immediato il calcolo di H_0, dato da $H_0 = \rho C_p \overline{w'\theta'}_0$, mentre dalla seconda è possibile una stima della sommità dello strato di *entrainment* h_2.

Va sottolineato che il metodo si applica solo in condizioni convettive e nel fare il *best fitting* dei dati *SODAR* conviene trascurare le prime quote (quelle più vicine al suolo) per eliminare indesiderati effetti dovuti alla turbolenza meccanica. Questo metodo ha potenzialità estremamente limitate dato che può essere applicato solo in situazioni convettive e che è in grado di stimare il solo flusso di calore sensibile al suolo.

Metodo dei profili di Similarità

Un modo differente di procedere è quello che si basa sulle relazioni di Similarità valide entro tutto il *PBL*, sia nelle situazioni convettive che in quelle stabili. Tra le tante possibili, se consideriamo quella proposta da Weil (1990), data dall'equazione seguente:

$$\sigma_w^3 = u_*^3\left(1.6 - \frac{z}{z_i}\right)^{3/2} + 1.2 w_*^3 \frac{z}{z_i}\cdot\left(1 - 0.98\frac{z}{z_i}\right)^{3/2} \qquad [10.175a]$$

vediamo che essa può essere applicata sia in condizioni convettive che in condizioni stabili, dato che in queste ultime la velocità convettiva di scala risulta nulla. Immaginiamo di possedere il profilo verticale di σ_w prodotto da un *SODAR* durante situazioni convettive ed immaginiamo anche che tale profilo si estenda a quote non troppo elevate, per cui $z/z_i << 1$. In questo caso, sviluppando in serie di Taylor le potenze presenti nella relazione precedente, si ottiene:

$$\sigma_w^3 = 2.02 u_*^3 - 1.9\frac{u_*}{z_i} z + 1.2\frac{g}{T}\overline{w'\theta'}_0 z - 1.76\frac{\overline{w'\theta'}_0}{z_i} z^2 \qquad [10.175b]$$

Nel caso in cui il profilo di σ_w si estenda fino a quote per cui non sia più verificata la condizione $z/z_i << 1$, u_* e H_0 potranno essere determinati direttamente dalla (10.175a) applicando un metodo di *fitting non lineare* (Bard, 1974).

Ritornando nuovamente alla (10.175b), è interessante notare come essa sia parabolica in z e quindi, impiegando un *fitting parabolico* e le misure prodotte dal *SODAR* risulta possibile una determinazione diretta di u_* e H_0. Il metodo quindi risulta completo, nel senso che è in grado di stimare i parametri descritti della turbolenza del *SL* ed in più potrebbe fornire anche una stima dell'altezza del *PBL* z_i.

Nelle situazioni stabili, dato che w_* risulta nulla, la (10.175a) si riduce alla forma seguente:

$$\sigma_w^3 = u_*^3\left(1.6 - \frac{z}{z_i}\right)^{3/2} \qquad [10.175c]$$

cioè

$$\sigma_w^2 = 1.6 u_*^2 - \frac{u_*^2}{z_i} z \qquad [10.175d]$$

Da questa relazione lineare in z, mediante dei Minimi Quadrati lineari è semplice stimare u_* e z_i .

In questo caso il metodo non risulta completo, visto che non è in grado di stimare H_0.Va comunque ricordato che il *SODAR* produce anche il profilo verticale della velocità media del vento. Con l'aiuto della Relazione di Similarità relativa al profilo verticale del vento medio e scegliendo per la funzione di Similarità Ψ_m la forma funzionale:

$$\Psi_m = -5\, z/L \qquad [10.175e]$$

si otterrà, dopo alcuni passaggi algebrici, la relazione seguente:

$$ku(z)/u_* = \ln(z) = -\ln(z_0) + \frac{5}{L} z \qquad [10.175f]$$

Noto u_* (dal profilo di σ_w) e posto $y = ku(z)/u^* - ln(z)$ e $x = z$, la relazione precedente risulta una relazione lineare in z che, col metodo dei Minimi Quadrati, consente la determinazione di L ed anche di z_0. A questo punto è immediata la stima di H_0.

10.3 STIMA DEL FLUSSO DI CALORE ALL'INTERFACCIA SUOLO-ARIA

Come abbiamo visto nel Cap.9, è relativamente semplice misurare il flusso di calore *G entro il suolo*, ad una profondità *z* spesso molto piccola (di regola pochi centimetri). Il problema però sta nel fatto che tale valore non sempre è prossimo a G_0, il flusso di calore all'interfaccia suolo-aria, che è un parametro fondamentale nel bilancio energetico superficiale. In questo paragrafo affrontiamo brevemente il problema della determinazione di G_0, disponendo della misura G alla profondità z (si noti che in questo paragrafo l'asse z è positivo verso il basso e la sua origine è posta in corrispondenza dell'interfaccia aria-suolo). Già abbiamo presentato metodi semiempirici per la stima di G_0 quando si sia completamente sprovvisti di misure nel suolo ed in questa sede tali metodi non verranno ripetuti.

Come già detto, l'equazione che descrive la variazione della temperatura T del suolo nel tempo e con la profondità è la seguente:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = K_s \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \qquad [10.176a]$$

dove K_s è la *diffusività termica del suolo*, che può variare col tempo e con la profondità e che non è semplice né stimare né misurare. Se, in qualche modo fossimo in grado di risolvere questa equazione, avremmo la possibilità di determinarne il valore corretto all'istante di interesse e, sperabilmente, in corrispondenza della superficie.

D'altro canto, il flusso di calore ad una data profondità z è legato al gradiente locale di temperatura dalla relazione seguente:

$$G = -k_s \frac{\partial T}{\partial z} \qquad [10.176b]$$

in cui $k_s = \rho C_s K_s$, dove ρ e C_s sono rispettivamente la densità e la capacità termica del suolo. Anche in questo caso, l'obiettivo è quello di determinare il parametro k_s.

Infine, la variazione di flusso di calore nel suolo è legato alla variazione locale di temperatura dalla relazione seguente:

$$\rho C_s \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial G}{\partial z} \qquad [10.176c]$$

Immaginiamo una situazione sperimentale come quella presentata nella *Fig.10.9,* in cui non solo si misura ad istanti temporali discreti (separati da un intervallo di tempo Δt) il flusso di calore G alla profondità z_1, ma anche la temperatura T_1 e T_2 alla profondità z_1 e z_2, scelte in modo tale che $z_2 = 2z_1 = 2\Delta z$.

Per prima cosa, in ogni istante temporale di interesse (che indicheremo con il generico indice k) è possibile determinare un valore approssimato per la temperatura all'interfaccia suolo-aria. Infatti quello che sappiamo è che il profilo di temperatura nel terreno è molto regolare e quindi T_0 (cioè la temperatura all'interfaccia) potrà essere approssimata estrapolando linearmente le temperature T_1 e T_2,

ottenendo:

$$T_0 = T_1 - z_1 \frac{T_2 - T_1}{z_2 - z_1} = 2T_1 - T_2 \qquad [10.177]$$

Questo tipo di approssimazione può essere fatta ad ogni istante k.

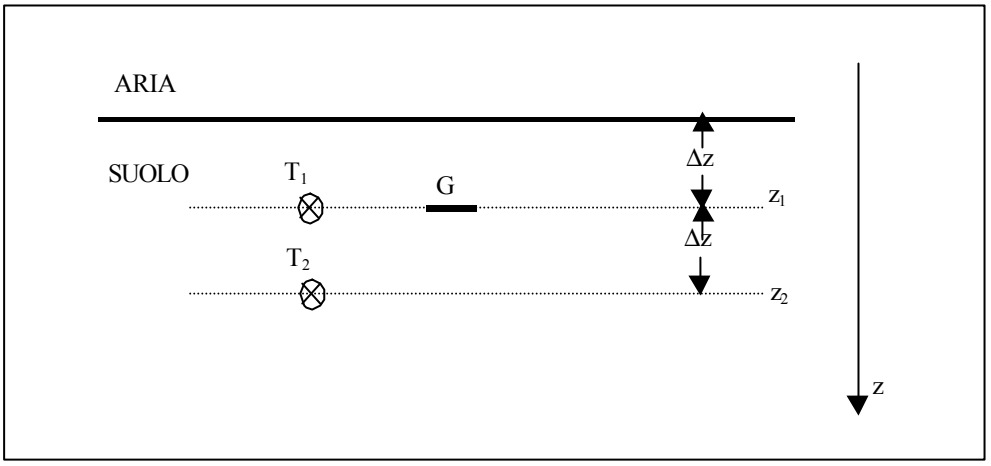

Fig. 10.9: disposizione delle misure di temperatura e di flusso di calore nel suolo.

Consideriamo, ora la (10.176a). Possiamo approssimare tale equazione differenziale alle differenze finite impiegando uno schema *backward* per il tempo ed uno *schema centrale* per le profondità, ottenendo per la quota z_1 in cui si misura anche G la relazione seguente:

$$\frac{T_1^k - T_1^{k-1}}{\Delta t} = K_s \frac{T_2^k - 2T_1^k + T_0^k}{(\Delta z)^2} \qquad [10.178a]$$

cioè:

$$K_s = \frac{(\Delta z)^2}{\Delta t} \cdot \frac{T_1^k - T_1^{k-1}}{T_2^k - 2T_1^k + T_0^k} \qquad [10.178b]$$

da cui otteniamo il valore di K_s all'istante considerato alla profondità z_1.

Se prendiamo in esame la (10.176b) e la discretizziamo alle differenze finite, otteniamo:

$$G^k = -k_s \cdot \frac{T_2^k - T_0^k}{2\Delta z} \qquad [10.179a]$$

da cui si ha che il parametro k_s alla quota z_1 può essere approssimato dal valore:

$$k_s = -G^k \frac{2\Delta z}{T_2^k - T_0^k} \qquad [10.179b]$$

quindi, noto k_s e K_s, avremo che alla quota z_1:

$$\rho C_s = \frac{k_s}{K_s} \qquad [10.179c]$$

Consideriamo, infine la (10.176c). Se la integriamo tra la profondità 0 e la profondità z_1 e riteniamo che in questo strato di suolo (tra l'altro molto piccolo) ρC_s non vari ed, in particolare, mantenga il valore posseduto alla profondità z_1, avremo:

$$G_0 - G = \rho C_s \int_0^{z_1} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) \cdot dz \qquad [10.180a]$$

che potrà essere approssimato come:

$$G_0 = G + \rho C_s \left[\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{z_1} - \left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{z0} \right] \cdot \Delta z / 2 \qquad [10.180b]$$

ottenendo:

$$G_0 = G + \rho C_s \cdot \frac{\Delta z}{2\Delta t} \cdot \left\{ \left(T_1^k - T_1^{k-1} \right) - \left(T_0^k - T_0^{k-1} \right) \right\} \qquad [10.180c]$$

10.4 DETERMINAZIONE DELL'ALTEZZA DEL PBL

In questo ultimo paragrafo affrontiamo il problema della determinazione dell'estensione verticale del *PBL*. Come abbiamo sottolineato fin dal Cap.1, il *PBL* reale presenta caratteristiche profondamente differenti se si trova in condizioni convettive o in condizioni stabili e quindi è giusto suddividere la trattazione nei due casi estremi. Vale la pena comunque sottolineare una circostanza importante: la definizione dell'estensione di questo strato dipende molto dai fenomeni che vogliamo considerare. Chi studia la fisica del *PBL*, in fondo non è interessato a definire una generica *estensione verticale del PBL*, ma piuttosto è interessato a definire con la maggior precisione possibile:

- nel caso convettivo, la sommità dello Strato Rimescolato (*ML*) e dello strato di Entrainment (*EL*), che presentano proprietà fisiche differenti;

- nel caso stabile, l'estensione verticale dello strato sede di rilevante turbolenza atmosferica (ovviamente di origine meccanica) e, separatamente, quella dello strato di inversione, che rappresenta e quantifica il raffreddamento radiativo del sistema.

Ma, come abbiamo avuto occasione di sottolineare, il *PBL* è anche una sorta di *trappola* per gli inquinanti emessi nel suo interno (prevalentemente al suolo) e quindi è ovvio che chi si occupa prevalentemente della simulazione della dispersione degli inquinanti in aria veda questo sistema fisico come un *dominio spaziale* dotato di una certa individualità e ne definisca la sua estensione verticale come quella quota al di sotto della quale sono intrappolati gli inquinanti. Le due visuali non sempre sono coincidenti. In effetti la stessa terminologia è differente; nel gergo dei modellisti della dispersione degli inquinanti infatti, questa *altezza efficace del PBL* prende il nome di *altezza di rimescolamento*. E' istruttivo ricordare la bella definizione dell'altezza di rimescolamento data da Beyrich (1997): *"l'altezza di rimescolamento è l'altezza di quello strato di atmosfera adiacente al suolo in cui gli inquinanti o ogni altro costituente emesso nel suo interno o inglobato per entrainment diviene*

ben rimescolato o per convezione o per turbolenza meccanica con un tempo di scala dell'ordine dell'ora".

10.4.1 DETERMINAZIONE DELL'ESTENSIONE VERTICALE DEL PBL CONVETTIVO

Prima ancora di tentare una sua quantificazione, è necessario premettere che per una sua misurazione è necessario disporre di un apparato che lo consenta. Come sottolineato in Seibert e al. (1998) finora non è disponibile uno *strumento che misuri l'altezza del PBL* e quindi l'unica cosa che possiamo fare è dedurre tale informazione dal comportamento di alcune variabili fisiche misurate in quota.

10.4.1.1 Stima dai radiosondaggi

Da quanto visto al Cap.9, ad oggi non disponiamo di molti sensori capaci di misurare in quota. Nonostante tutto, il mezzo più impiegato e meno controverso è il *radiosondaggio*. Purtroppo durante un radiosondaggio non si misura la turbolenza ma solo il profilo verticale della temperatura, dell'umidità e della velocità e direzione del vento e da questi profili dobbiamo dedurre l'estensione verticale del *PBL*. Sicuramente la strategia migliore da adottare è quella di costruire dai profili della temperatura e dell'umidità il profilo della temperatura potenziale virtuale. Una volta disponibile tale profilo, inizia l'analisi che per il momento è condotta praticamente sempre in maniera quasi-manuale.

Il primo passo dell'analisi è la *regolarizzazione dei profili* che inevitabilmente presentano irregolarità dovute a molte cause differenti. Sono state proposte molte regole per regolarizzare profili sperimentali, più o meno complesse. Una possibilità semplice è costituita dal sostituire ad ogni temperatura potenziale θ_k, relativa alla quota z_k, la media tra questo valore e quello rilevato alla quota immediatamente superiore. Questa procedura può essere iterata per alcune volte (2 o 3 volte) e normalmente consente di eliminare gran parte delle irregolarità. A questo punto dell'analisi è necessario precisare quale punto di vista si adotta. Se il punto di vista adottato è quello del Micrometeorologo, allora probabilmente si cercherà la *sommità del ML* (si veda Kaimal e al., 1982 e Coulter, 1979) e visivamente ciò non è quasi mai difficile a farsi, come ben evidenziato nella *Fig. 10.10*, in cui tale quota è indicata come z_T (e non z_i come di consueto).

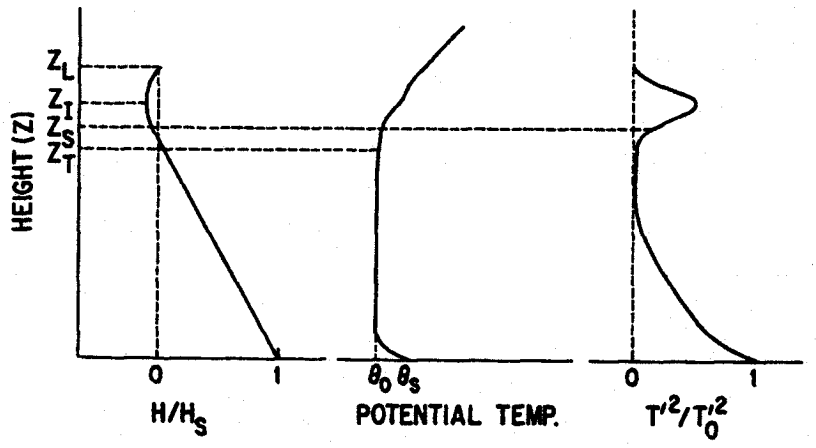

Fig.10.10: profili schematici del flusso turbolento di calore, della temperatura potenziale e della varianza della temperatura entro un PBL convettivo (Kaimal e al., 1982).

Realizzare questa determinazione in maniera automatica è un po' più complesso e richiede l'impiego delle trasformate *wavelets*. Vista la complessità dell'argomento evitiamo di darne dettagli, rimandando, per esempio, al lavoro di Cohn e Angevine (2000) in cui si presenta l'impiego di questa tecnica proprio per la determinazione dell'estensione verticale del *PBL*. Comunque consigliamo di non fidarsi troppo di eventuali metodi completamente automatici, dato che essi non sono in grado di discriminare tra una *vera* inversione alla sommità del *PBL* attuale ed eventuali *residual layer* (si ricordi quanto detto al Cap.1) che spesso presentano inversioni molto più evidenti e pronunciate, ma a quote decisamente più elevate. Normalmente la quota così determinata è indicata come z_i ed è proprio quella quota che con tale simbolo compare nella maggior parte delle Relazioni di Similarità del *PBL*. Spesso ciò non è detto esplicitamente, tranne in molti lavori aventi come autore Kaimal.

Non sono rari i casi in cui, nonostante la regolarizzazione del profilo della temperatura potenziale, permanga una notevole dose di ambiguità nella determinazione di tale parametro. Può quindi essere conveniente analizzare in parallelo anche il profilo verticale di altre variabili meteorologiche rilevate dal radiosondaggio. Nella *Fig.10.11* sono presentati dei profili idealizzati della temperatura potenziale, del flusso verticale di calore sensibile (che purtroppo non si misura con un radiosondaggio), dell'umidità specifica dell'aria e della velocità del vento. Confrontando i propri profili con questi profili idealizzati, dovrebbe essere possibili riconoscere z_i o da una repentina caduta dell'umidità o da un progressivo aumento dello *shear* del vento.

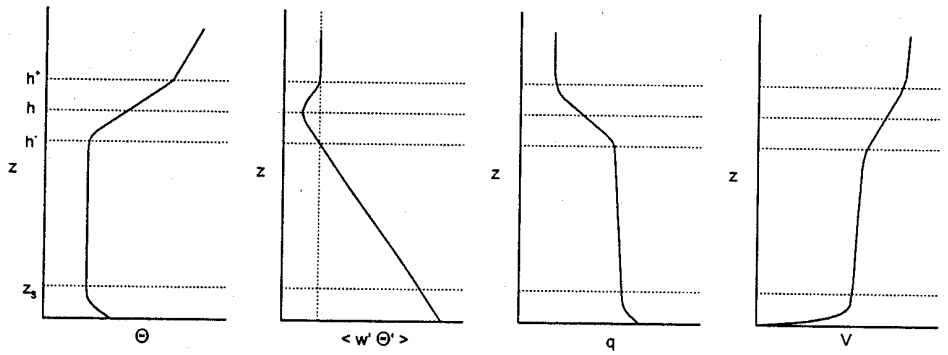

Fig.10.11: profilo verticale nel PBL convettivo della temperatura potenziale, del flusso di calore sensibile, dell'umidità specifica e della velocità del vento (Seibert e al., 1998).

Nella *Fig.10.11* sono evidenziate diverse quote caratteristiche. Quelle che sono indicate come z_i ed h^+ non hanno bisogno di commenti particolari, rappresentando la base e la sommità dello strato di *entrainment*, mentre h è la quota a cui corrisponde il valore minimo (negativo) di flusso verticale di calore sensibile. Anche se questa quota è probabilmente la più interessante dal punto di vista fisico, non è certo rilevabile con i dati di un radiosondaggio.

Un'ultima considerazione deve essere dedicata doverosamente al caso in cui ci sia una copertura nuvolosa. Come già detto tali casi sono i più difficili da trattare ed i più controversi, anche perché non abbiamo considerato nella nostra trattazione il *PBL* con pesante copertura nuvolosa. Per i dettagli conviene riferirsi a Stull (1989), comunque quello che è certo è che l'estensione verticale del *PBL* non potrà essere superiore alla quota della base delle nuvole, che possono essere individuate come la quota in corrispondenza della quale si riscontra il massimo avvicinamento tra la temperatura dell'aria a bulbo secco e quella a bulbo umido, grandezze normalmente sempre misurate durante un radiosondaggio.

10.4.1.2 Stima dai sistemi remote sensing

In attesa di un esteso impiego del *Wind Profiler*, l'unico sistema *remote sensing* impiegato in pratica è il *SODAR*. Tale sistema, come detto, è effettivamente in grado sia di misurare alcune delle caratteristiche della turbolenza del *PBL* che il profilo verticale del vento. Quello che interessa maggiormente nel caso della determinazione dell'estensione verticale del *PBL* è il profilo dell'eco di ritorno ed il profilo di σ_w. In sostanza, ad una quota prossima a z_i e ad h (normalmente intermedia tra le due) il profilo dell'eco di ritorno presenta un massimo relativo, mentre il profilo di σ_w presenta un'inarrestabile discesa. In effetti, al contrario di un radiosondaggio, il *SODAR* è sensibile proprio alla turbolenza, cioè proprio alla causa stessa dell'esistenza del *PBL*. Sarebbe un mezzo di indagine estremamente promettente se non presentasse una controindicazione decisiva: raramente la quota massima raggiunta da un *SODAR* supera i 600 metri e ciò limita molto l'applicabilità di un tale sistema. Di fatto la sua principale utilità è limitata alle prime ore del giorno e quindi utile per indagare l'evoluzione iniziale dell'accrescimento del *PBL*.

10.4.2 DETERMINAZIONE DELL'ESTENSIONE VERTICALE DEL PBL STABILE

Come si può supporre per quanto già detto a proposito del *PBL* stabile, questa situazione è la più difficile da trattare. Prendiamo in considerazione la *Fig.10.12* in cui sono presentati tre tipici profili di temperatura potenziale (ideali) rappresentanti rispettivamente (*a*) una situazione con vento debole e forte stabilità, (*b*) vento moderato e (*c*) vento forte.

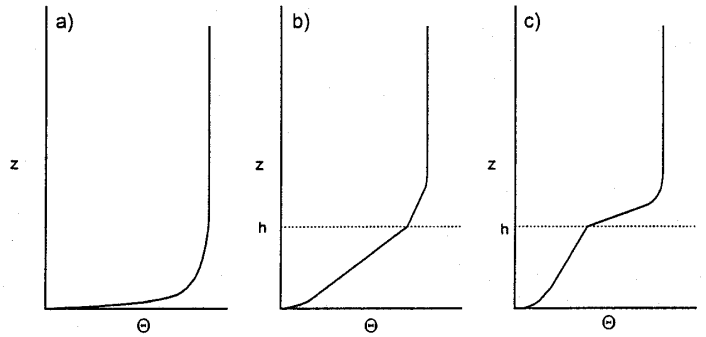

Fig. 10.12: profilo verticale della temperatura potenziale in un PBL stabile (a-vento debole, b-vento medio, c-vento forte) da (Seibert e al., 1998).

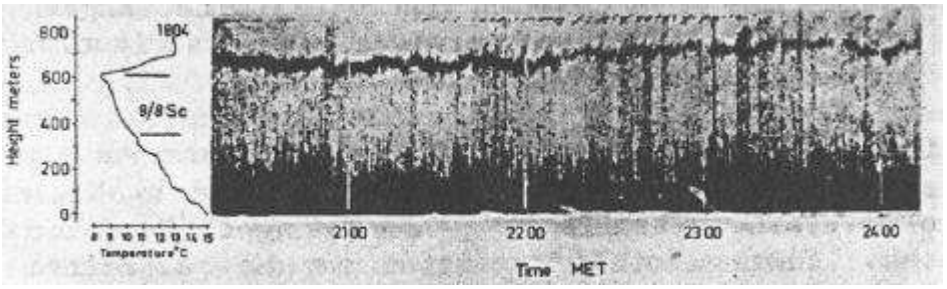

Fig.10.13: eco SODAR durante le ore stabili (Neff e Coulter, 1986).

Nel primo caso la situazione sarà altamente intermittente e la turbolenza estremamente bassa, localizzata in poche decine di metri dal suolo e quindi parlare di altezza del *PBL* (*h)* è veramente difficile. In questa situazione l'unico modo per quantificarla è l'analisi dell'eco del SODAR. Infatti il SODAR presenterà un profilo dell'eco piuttosto forte fino ad una quota in corrispondenza della quale crollerà bruscamente, come si può vedere in *Fig.10.13*.

Nel caso (*b*) e (*c*) quello che si nota nel profilo della temperatura potenziale è un tratto rettilineo, dopo la grande inversione con base al suolo. L'altezza del *PBL* potrebbe essere localizzata in corrispondenza della fine di questo tratto rettilineo. Anche in questi casi il *SODAR* risulta un aiuto prezioso, visto che l'eco di ritorno diminuirà al di sopra dello strato con base al suolo in cui è confinata la turbolenza.

Nel caso (*c*) il profilo dell'eco potrebbe presentarsi più complesso del previsto, tuttavia la regola grossolana di considerare terminato il *PBL* quando l'eco non cresce più può essere una strategia appropriata.

APPENDICE 10.1

Data un vettore **x** di *N* elementi, la routine *FOURIER* realizza la *DFT* del segnale x e produce i vettori **xr** e **xi** che sono rispettivamente la parte reale e la parte immaginaria della *DFT* di **x**. Se ier non è uguale a zero, *N* non è una potenza di 2.

```
!    ================================================================
       Subroutine FOURIER(N,x,xr,xi,ier)
!    ================================================================
!    Calcolo della DFT del vettore x
!
!    INPUT:
!            N = numero di elemnti del vettore (potenza di 2)
!            x = vettore di cui si vuole la DFT
!    OUTPUT:
!            xr = parte reale della DFT
!            xi = parte immaginaria della DFT
!            ier = 0 (nessun problema)
!                  1 (N non e' potenza di 2)
!    Da: Proakis e Manolakis (1992)
!    ----------------------------------------------------------------
     REAL,    ALLOCATABLE    :: wr(:)
     REAL,    ALLOCATABLE    :: wi(:)
     REAL     x(N),xi(N),xr(N)
!
     ier = 1
     DO i=1,15
          m  = i
          n2 = 2**i
          IF(N.EQ.n2) Then
                    ier = 0
                    EXIT
          Endif
     EndDO
     IF(ier.EQ.1) RETURN
     ALLOCATE(wr(N),wi(N))
!
     DO i=1,N
             xr(i) = x(i)
             xi(i) = 0.
     EndDO
!
     Call WTABLE(N,wr,wi)
     Call FFT(N,xr,xi,wr,wi)
!
     DEALLOCATE(wr,wi)
     RETURN
     END
!
!    ================================================================
     Subroutine FFT(N,xr,xi,wr,wi)
!    ================================================================
     REAL xr(N),xi(N),wr(N),wi(N)
     n2 = N
     DO i=1,m
```

```
          n1 = n2
          n2 = n2/2
          i1 = 1
          i2 = N/n1
          DO j=1,n2
               c  = wr(i1)
               s  = wi(i1)
               i1 = i1 + i2
               DO k=j,N,n1
                    l = k+n2
                    tempr = xr(k)-xr(l)
                    xr(k) = xr(k)+xr(l)
                    tempi = xi(k)-xi(l)
                    xi(k) = xi(k)+xi(l)
                    xr(l) = c*tempr+s*tempi
                    xi(l) = c*tempi-s*tempr
               EndDO
          EndDO
     EndDO
!
     Call BITRV(N,xr,xi)
!
     RETURN
     END
!
!    ================================================================
     Subroutine WTABLE(N,wr,wi)
!    ================================================================
     REAL wr(N),wi(N)
!
     wn = 6.2831853/FLOAT(N)
!
     DO k=1,N
          phi   = wn*(k-1)
          wr(k) = COS(phi)
          wi(k) = SIN(phi)
     EndDO
!
     RETURN
     END
!
!    ================================================================
     Subroutine BITRV(N,xr,xi)
!    ================================================================
     REAL xr(N),xi(N)
!
     j  = 1
     n1 = N-1
!
     DO i=1,n1
          IF(i.LT.j) Then
                     temp  = xr(j)
                     xr(j) = xr(i)
                     xr(i) = temp
                     temp  = xi(j)
                     xi(j) = xi(i)
                     xi(i) = temp
          Endif
```

```
            k = N/2
            DO WHILE(k.LT.j)
                    j = j-k
                    k = k/2
            EndDO
            j = j+k
      EndDO
!
      RETURN
      END
```

APPENDICE 10.2

La Subroutine *FORTRAN* SPE_MESA produce la determinazione dello spettro a Massima Entropia di un segnale **x** di Ndata. La routine principale e le routines secondarie sono scritte ispirandosi a Press e al., 1992.

```
!      ======================================================================
       Subroutine SPE_MESA(dt,Ndata,x,mpoli,Nf,F,Sx)
!      ======================================================================
!      Stima dello Spettro col Metodo di Massima Entropia!
!      Input:
!             dt    = intervallo di tempo tra due misure consecutive (sec.)
!             Ndata = numero di dati della serie di misure
!             x     = vettore delle misure
!             Mpoli = numero di poli p
!             Nf    = numero di frequenze per cui si vuole lo spettro
!             F     = vettore delle frequenze
!      Output:
!             Sx    = vettore delle densità spettrali
!                                                                          da !
       Press e al., (1992)
!      ----------------------------------------------------------------------
       REAL x(Ndata)
       REAL F(Nf),Sx(Nf)
       REAL dxx(mpoli)

!      Calcolo dei coefficienti del processo AR(Mpoli)
       Call MEMCOF(x,Ndata,mpoli,xmsx,dxx)
!
!      Calcolo delle densità spettrali.
       DO i=1,Nf
              fdt   = F(i)*dt
              Sx(i) = 2.*dt*EVLMEM(fdt,dxx,mpoli,xmsx)
       EndDO

       RETURN
       END
!
!      ======================================================================
      SUBROUTINE MEMCOF(data,n,m,xms,d)
!      ======================================================================
       INTEGER             m,n,MMAX,NMAX
       REAL          xms,d(m),data(n)
       PARAMETER     (MMAX=100,NMAX=40000)
       REAL          wk1(NMAX),wk2(NMAX),wkm(MMAX)
!      ----------------------------------------------------------------------
       IF (m.gt.MMAX.or.n.gt.NMAX) PAUSE 'workspace too small in memcof'

       p = 0.
       DO j=1,n
              p = p + data(j)**2
       EndDO
       xms      = p/n
       wk1(1)   = data(1)
       wk2(n-1) = data(n)
```

```
      DO j=2,n-1
            wk1(j)   = data(j)
            wk2(j-1) = data(j)
      EndDO

      DO k=1,m
            pneum = 0.
            denom = 0.
            DO j=1,n-k
                  pneum = pneum + wk1(j)*wk2(j)
                  denom = denom + wk1(j)**2 + wk2(j)**2
            EndDO
            d(k) = 2.*pneum/denom
            xms  = xms*(1.-d(k)**2)
            DO i=1,k-1
                  d(i) = wkm(i) - d(k)*wkm(k-i)
            EndDO
            IF(k.EQ.m) RETURN
            DO i=1,k
                  wkm(i) = d(i)
            EndDO
            DO j=1,n-k-1
                  wk1(j) = wk1(j)   - wkm(k)*wk2(j)
                  wk2(j) = wk2(j+1) - wkm(k)*wk1(j+1)
            EndDO
      EndDO
      PAUSE 'never get here in memcof'
      END

!     ======================================================================
      FUNCTION EVLMEM(fdt,d,m,xms)
!     ======================================================================
      INTEGER m, i
      REAL evlmem,fdt,xms,d(m)
      REAL sumi,sumr
      DOUBLE PRECISION theta,wi,wpi,wpr,wr,wtemp
!     ----------------------------------------------------------------------
      theta = 6.28318530717959d0*fdt

      wpr   = COS(theta)
      wpi   = SIN(theta)
      wr    = 1.d0
      wi    = 0.d0
      sumr  = 1.
      sumi  = 0.
      DO i=1,m
            wtemp = wr
            wr    = wr*wpr-wi*wpi
            wi    = wi*wpr+wtemp*wpi
            sumr  = sumr -d(i)*sngl(wr)
            sumi  = sumi -d(i)*sngl(wi)
      EndDO
      evlmem = xms/(sumr**2+sumi**2)

      RETURN
      END
```

Bibliografia

A

Abramowitz M., I. Stegun(1970): *Handbook of mathematical functions* – Dover Publications, Inc, New York, 1046 pp.

Andreas E.L., G. Treviño (1997): *Using wavelets to detect trends* J. Atm. Ocean Tech. **14**, 554-564

Andreas E.L., R.J. Hill, J.R. Gosz, D.I. Moore, W.D. Otto, A.D. Sarma (1998): *Statistics of surface-layer turbulence over terrain with metre-scale heterogeneity* – Bound. Layer Meteor., **86**, 379-408

André J.C., G. De Moor, P. Lacarrere, G. Therry, R. Du Vachat (1978): *Modeling the 24-hour evolution of the mean and turbulent stgructures of the Planetary Boundary Layer* – J. Atmos. Sci., **35**,1861-1883

Anfossi D., P. Bacci, A Longhetto (1976): *Forecasting of vertical temperature profile in atmosphere during nocturnal radiation inversion from air temperature trend at screen height;* Quart. J. R. Met. Soc. **102**, 173-180

F. Archetti, E. Fagiuoli, A. Sciomachen (1989): "Metodi della Ricerca Operativa" - ed Giappichelli, Torino, 386 pp.

Arya S.P. (1981): *Parameterizing the height of the stable atmospheric boundary Layer* – J. Appl. Meteor., **20**, 1192-1202

Arya S.P. (1987): *Introduction to Micrometeorology* – Academic Press, San Diego,CA, 307 pp.

Aubinet M., Elbers I., Grelle A., Ibrom A., Kowalski A., Massheeder j., Pilegaard K., Rebman C. (1998): *A list of recommendede formulas for eddy covariance computations.* EUROFLUX ENV4-CT95-0078.

B

Baik J.J., J.J. Kim (1999): *A numerical study of flow and pollutant dispersion characteristics in urban street canyon* – J. Appl. Meteor., ,1576-1589

Baldocchi D.D., K.T. Paw U, R.H. Shaw, R.L. Snyder (1995): *Advanced Short Course on Biometeorology and Micrometeorology* – 26 Giugno – 1 Luglio 1995, Sassari – Italia

Bard Y. (1974): *Non linear parameter estimation* – Academic Press, New York, 340 pp.

Batchvarova E., Gryning S.E.(1994): *An applied model for the height of the daytime mixed layer and entrainment zone* - Bound. Layer Meteor., **71**, 311-323

Beljaars A.C.M., A.M.M. Holtslag (1990): *Flux parametrization over land surfaces for atmospheric models* -–J. Appl. Meteor. **30**, 327-341

Bendat J.S., A.G. Piersol (1986): *Random Data. Analysis and measurement procedures* – John Wiley & Sons, New York, 566 pp.

Benincasa F., G. Maracchi, P. Rossi (1991): *Agrometeorologia* - ed. Patron, Bologna, 426 pp.

Bernard J.C., H.L. Wegley, T.R. Hiester (1987): *Improving the performance of mass-consistent numerical models using optimization techniques* – J. Clim. Appl. Meteor., **26**, 675-686

Beyrich F. (1997): *Mixing height estimation from SODAR data: a critical discussion* – Atmos. Environ., **31**, 3941-3953

Beyrich F., S.E. Gryning (1998): *Estimation of the entrainment zone depth in a shallow convective boundary layer from Sodar data* – J. Appl. Meteor., **37**, 255-268

Blackadar A.K. (1962): *The vertical distribution of wind and turbulence exchange in a neutral atmosphere* –J. Geophys. Res. **67**, 3095-3102

Blackadar A.K. (1978): *Modeling pollutant transfer during daytime convection* – In: Preprints, Fourth Symp. On Atmospheric Turbulence, Diffusion, and Air Quality Am. Meteor. Soc. Rena, NV, pp. 443-447

Blackadar A.K. (1997): *Turbulence and Diffusion in the Atmosphere* - Springer, New York, 185 pp.

Blumel W. (1990): *Atmospheric processes over complex terrain* - American Meteorological Society Meteorological Monogrphs V. 23, N.45, Boston, 323 pp

Boers R., E.W. Eloranta, R.L. Coullter (1984): *Lidar observation of Mixed Layer Dynamics: test of parameterized entrainment models of mixed layer growth rate* - J.Clim.Appl. Meteor., **23**, 247-266.

Bonino G., P. Trivero (1982): *Stabilità termodinamica dello strato limite planetario: studi radioacustici* - CNR, Progetto Finalizzato Promozione della Qualità dell'Ambiente

Bornstein R., Pechinger U., R. Miller (1987): *Modeling the polluted coastal urban environment Vol. 1: The PBL* – EPRI EA-5091 Electric Power Research Institute

Bowen A.J., H.W.Teunissen (1986): *Correction factors for the directional response of Gill propeller anemometer* – Bound. Layer Meteor., **37**, 407-413

Box G.E., G.M. Jenkins (1976): *Time Series Analysis: forecasting and control – Revised Edition* – Holden-Day, Oakland, CA, 575 pp.

Bradley E.F. (1968): *A micrometeorological study of velocity profiles and surface drag in the region modified by a change in surface roughness* – Quart. J. Roy. Meteor. Soc. **94**, 361-379

Briggs G.A. (1988): *Analysis of diffusion field experiments* - in: *Lectures on Air Pollution*

Modeling, ed. A. Venkatram e J.C. Wyngaard, American Meteorological Society, Boston 390 pp.

Brost R., J.C. Wyngaard (1978): A model study of the stably stratified planetary boundary layer – J.Atmos. Sci., **35**, 1427-1440

Brown R.A. (1991): *Fluid Mechanics of the Atmosphere* – Academic Press, Inc., San Diego, 489 pp.

Brutsaert W.(1984): *Evaporation into the Atmosphere: theory, history and applications* – D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 298 pp.

Businger J.A. (1988): *A note on the Businger-Dyer profiles* – Bound. Layer Meteor. **42**, 145-151

Busch N.E., O. Christensen, L. Kristensen, L. Lading, S.E. Larsen (1982): *Cup, Vanes, propellers and laser anemometers* – in Air-Sea interaction: instruments and methods ed. by F. Dobson, L. Hasse, R. Davis, Plenum Press, New York, 801 pp.

C

Candy J.V.(1988): *Signal Processing: the modern approach* – McGraw-Hill, NY, 386pp.

Carson D.J. (1973): *The development of a dry inversion-capped convectively unstable boundary layer* - Quart. J.R. Met. Soc., **99**, 450-467

Carson D.J., F.B. Smith (1974): *Thermodynamic model for the development of a convectively unstable boundary layer* – Advances Geophys. **18A**, Academic Press, New York. 111-124 pp.

Cheney N.R., J.A. Businger (1990): *An accurate fast response temperature system using thermocouples* - J. Atmos. Ocean. Tech. **7**, 504- 516

Caughey S.J(1982): *Observed characteristics of the atmospheric boundary layer* – in Proceeding di: Atmospheric Turbulence and Air Pollution (F.T.M. Nieuwstadt e van Dop, ed.), Reidel Publishing Company, Dordrecht, Olanda, pp. 107-158

Caughey S.J., J.C. Wyngaard, J.C. Kaimal (1979): *Turbulence in the evolving stable boundary layer* - J. Atmos. Sci., **36**, 1040-1052

Caughey S.J., S.G. Palmer (1979): *Some aspects of tubulence structure through the depth of the convective boundary layer* – Quart. J. Roy. Meteor. Soc., **105**, 811-827

Caughey S.J., J.C. Wyngaard, J.C. Kaimal (1979): *Turbulence in the evolving stable boundary layer* - J. Atmos. Sci., **36**, 1041-1052

Chadwick R.B., E.E. Gossard(1985*): Radar probing and measuremente of the Planetary Boundary Layer: scattering from refractive index irregularities* - in Probing the Atmospheric Boundary Layer, American Meteorological Society, Boston, MA

Charcnock H. (1955): *Wind stress on a water surface* - Q.J. Roy. Meteor. Soc., **81**, 639-640

Cheney N.R., J.A. Businger(1990): *An accurate fast response temperature system using thermocouples* – J. Atmos. Ocean. Tech.,**7**, 504-516

Chino M. (1992): *Manual of suite of computer codes EXPRESS* - JAERI - M92-082, Japan Atomic Energy Research Institute

Cleugh H.A., T.R. Oke (1986): *Suburban-rural energy balance comparisons in summer for Vancouver BC.*- Bound. Layer Meteor., **36**, 351-369

Coatic M., C.A. Friehe (1982): *Slow-responce humidity sensors* - in "Air-Sea interaction Instrumnets and methods, F. Dobson, L. Hasse, R. Davis ed., Plenum Press, New York, 801 pp.

Cohn S.A., W.M. Angevine (2000): *Boundary layer height and entrainment zone thickness measured by lidars and wind-profiling radars* – J. Appl. Meteor., **39**, 1233-1247

D

De Bruin H.A.R., A.A.M. Holtslag (1982): *A simple parameterization of the surface fluxes of sensible and latent heat during daytime compared with the Penman-Monteith concept* - J. Appl. Meteor. **21**, 1610-1621

De Bruin H.A.R., W. Kohsiek, Van den Hurk (1993): *A verification of some methods to determine the fluxes of momentum, sensible heat, and water vapor using standard deviation and structure parameter of scalar meteorological quantities* - Bound. Layer Meteor., **63**, 231-257

DeFelice T. P. (1998): *Meteorological Instrumentation and Measurement* – Princtice Hall, Upper Saddle River, 229 pp.

Degrazia G., D. Anfossi (1998): *Estimation of the Kolmogorov constant C0 from classical statistical diffusion theory* – Atmos. Envir., **32**, 3611-3614

De Rooy W.C., A.A.M. Holtslag (1999): *Estimation of surface radiation and energy flux densities from single-level weather data* – J. Appl. Meteor., **38**, 526-540

Driedonks A.G.M. (1982): *Models and observations of the growth of the atmospheric boundary layer* – Bound. Layer Meteor. **23**, 283-306

Driedonks A.G.M., H.Tennekes (1984): *Entrainment effects in the well-mixed atmospheric boundary layer* - Bound. Layer Meteor., **30**, 75-105

Dutton J.A., H.A. Panofsky, D. Larko, H.N. Shrer, G. Stone, M. Vilardo (1980): *Statistics of wind fluctuations over complex terrain* – Final report, DOE ET-28-S-06-1110

Dutton J.A. (1995): *Dynamic of Atmospheric motion* - Dover Publications, New York, 617 pp.

Dyer A.J., B.B. Hicks (1970): *Flux gradient transport of heat and watervapor in an unstable atmosphere* – Q.J.R. Meteorol., **93**, 501-508

Dyer A.J. (1974): *A review of flux-profile relationships* – Bound. Layer Meteor. **7**, 363-372

Dyer A.J., B.B. Hicks (1982): *Kolmogorov constants at the 1976 ITCE* – Bound. Layer Meteor., **22**, 137-150

E

Edson J.B., C.W. Fairall (1998): *Similarity relationships in the marine atmospheric surface layer for terms in the TKE and scalar variance budgets* - J. Atmos. Oceanic Technol., **55**, 2311-2328

Elliott W.P. (1958): *The growth of the atmospheric internal boundary layer*- Trans. Amer. Geophys. Union, **39**, 1048-1054

Endlich R.M., F.L. Ludwig, C.M. Bhumralkar (1982): *A diagnostic model for estimating winds at potential sites for wind turbines* - j. Appl. Meteor., **21**, 1441-1454

Enger L. (1986): *A higher order closure model applied to dispersion in convective PBL* – Atmos. Env., **20**, 879-894

Estournel C., D. Guedalia (1987): *A new parameterization of eddy diffusivities for nocturnal boundary layer modeling* - Bound. Layer Meteor., **39**, 191-203

Etling D. (1996): *Modelling the vertical ABL structure* – in *Modelling of atmospheric flow fields*, ed. D.P. Lalas e C. Ratto, World Scientific Publishing, Singapore, 753 pp.

F

Fairall C.W. , S.E. Larsen (1986): *Inertial-dissipation methods and turbulent fluxes at the air-ocean interface* – Bound. Layer Meteor., **34**, 287-301

Fairall C.W., J.B. Edson, S.E. Larsen, P.G. Mestayer (1990): *Inertial-dissipation air-sea flux measurements: a prototype system using realtime spectral computations* - J.Atmos.Oceanic Tech.,**7**, 425-453

Ferziger J.H., M. Peric (1997) : *Computational methods for Fluid Dynamics* – Springer-Verlang Berlino, 364 pp

Fichtl G.H., P. Kumar(1974): *The response of a propeller anemometer to turbulent flow with the mean wind vector perpendicular to the axis of rotation* – Bound. Layer Meteor. **6**, 363-379

Fisher N.I. (1987): *Problems with the current definitionsof the standard deviation of wind direction* – J. Clim. Appl. Meteor., **26**, 1522-1529

Fisher N.I. (1993): *Statistical analysis of circular data* – Cambridge University Press, Cambridge UK, 277 pp.

Foken Th., B. Wichura (1996): *Tols for quality assessment of surface-based flux measurements* – Agric. And Forest Meteor. **78:** 83-105

G

Galinski A.E., D.J. Thomson (1992): *Comparison of three sensible heat flux schemes*; Meteorological Office, Turbulence and diffusion note n° 205 - Bracknell

Garratt J.R. (1990): *The Internal Boundary Layer – A review* – Bound. Layer Meteor. **50**, 171-203

Garratt J.R. (1992): *The Atmospheric Boundary Layer* - Cambridge University Press. , New York, 316 pp.

Garratt J.R., B.B. Hicks (1990): *Micrometeorological and PBL experiments in Australia* – Bound. Layer Meteor. **50**, 11-29

Garrett A.J. (1983): *Drainage flow prediction with na une-dimensional model including canopy, soil and radiation parameterizations* – J. Clim. Appl. Meteor., **21**, 79-91

Gash J.H., A.D. Culf (1996): *Applying a linear detrending to eddy correlation data in real time* Bound. Layer Meteor. **79**, 301-306

Gill G.C. (1975): *Development and use of the Gill UVW anemometer* – Bound. Layer Meteor. **8**, 475-495

Giostra U., R. Strafella (1995): *A statistical approach to stable boundary layer data analysis* – Conference Proceeding 6th Workshop Italian Research on Antartic Atmosphere, Firenze 6-8 Novembre 1995

Golder D. (1972): *Relations among stability parameters in the surface layer* - Bound. Layer Meteor., **3**, 47-58

Goodin W.R., J.M. Gregory, J.H. Seinfeld (1979): *A comparison of interpolation methods for sparse data: application to wind and concentration fields* – J. Appl. Meteor., **18**, 761-771

Grachev A.A., C.W. Fairall (1997): *Dependence of the Monin-Obukhov stability parameter on the bulk Richardson number over the ocean* – J. Appl. Meteor., **36**, 406-414

Gryning S.E., E. Batchvarova (1990): *Simple model of the daytime boundary layer height* – Ninth Symposium on Turbulence and diffusion, AMS , Roskilde, Denmark.

Gryning S.E., E. Batchvarova (1990): *Analytical model for the growth of the coastal internal boundary layer during onshore flow* – Q.J.R. Meteor. Soc.,**116**,187-203

Gryning S.E., E. Batchvarova (1994*): Parametrization of the depth pf the entrainment zone above the daytime mixed layer* – Q.J.R. Meteor. Soc., **120**, 47-58

Gluhovsky A., E. Agee (1994): *A definitive approach to turbulence statistical studies in Planetary Boundary Layer*. J. of. Atmosf. Sciences, vol. 51, **12**, 1682-1690

H

Hanna S.R (1981): *Lagrangian and Eulerian time-scale relations in the day-time boundary layer* - J. Appl. Meteor., **20**, 242-249

Hanna S.R., G.A. Briggs, R.P. Hosker (1982): *Handobook on Atmospheric Diffusion* - DOE/TIC-11223, Tecnical Information Center U.S. Department of Energy

Hanna S.R., J.C. Chang (1992): *Boundary layer parameterizations for applied dispersion modeling over urban areas* – Bound. Layer Meteor., **58**, 229-259

Hassid S., B. Galperin (1984): *A turbulent energy model for diffusion in the convective boundary layer* – Atmos. Env., **18**, 1081-1089

Hay D.R. (1982): *Fast-responce humidity sensors* - in "Air-Sea interaction Instrumnets and methods, F. Dobson, L. Hasse, R. Davis ed., Plenum Press ,New York, 801 pp.

Hechtel L.M., C.H. Moeng, R.B. Stull (1990): *The effets of nonhomogeneous surface fluxes on the convective boundary layer: a case study using Large Eddy Simulation* – J.Atmos. Sci., **47**, 1721-1741

Hicks B.B. (1972): *Propeller anemometers as sensors of atmospheric turbulence* – Bound. Layer Meteor. **3**, 214-228

Hicks B.B. (1976): *Wind profile relationships rom Wangara experiment* - Q.J.R. Met. Soc., **102**, 535-551

Hicks B.B., J. Dyer (1972): *The spectral density technique for the determination of eddy fluxes* – Quart J. R. Met. Soc., **98**, 838-844

Hicks B.B. (1985): *Behavior of tubulence statistics in the convective boundary layer* - J. Clim. Appl. Meteor., **24**, 607-614

Hinzpeter H. (1982): *Atmospheric Radiation instruments* - in "Air-Sea interaction Instruments and Methods" Dobson F., L. Hasse, R. Davis Ed., Plenum Press, New York, 801 pp.

Hojstrup J. (1981): *A simple model for the adjustment of velocity spectra in unstable conditions downstream of an abrupt change in roughness and heat flux* – Bound. Layer Meteor., **21**, 341-356

Hojstrup J. (1982): *Velocity spectra in the unstable planetray boundary layer* - J. Atm. Sci., **, 39**, 2239-2248

Holton J.R. (1992): *An Introduction to Dynamic Meteorology* - Academic Press Inc., New York, 319 pp.

Holtslag A.A.M., A.P. Van Ulden (1983): *A simple scheme for daytime estimates of the surfece fluxes from routine wheather data* – J. Clim. Appl. Meteor. **22**, 517-529

Holtslag A.A.M., H.A.R. de Bruin (1988): *Applied modeling of the nighttime surface energy balance over land* – J. Appl. Meteor. **37**, 689-704

Horst T.W. (1973): *Corrections for responce errors in the three-component propepeller anemometer* – J. Appl. Meteor., **12**, 716-725

Horst T.W. (1997): *A simple formula for attenuation of eddy fluxes measured with first-order-response scalar sensors* _ Bound. Layer Meteor. **82**, 219-233

Hunt J.C.R., J.C. Kaimal, J.E. Gaynor (1988): *Eddy structure in the convective boundaty layer: new measurements and new concepts* – Quart. J. R. Meteor. Soc., **114**, 827-858

I

Ibarra J.I. (1995): *A new approach for the determinatuion of horizontal wind direction fluctuations* – J. Appl. Meteor., **34**, 1942-1949

Idso S.B. (1981): *A set of equations for full spectrum and 8 to 14* μ*m and 10.5 to 12.5* μ*m thermal radiation from cloudless skies* – Water Resour. Res., **17**, 295-304

Idso S.B., R.D. Jackson (1969): *Thermal radiation from the atmosphere* - J. Geophys. Res.,**74**, 5397-5403

Iribarne J.V., W.L. Godson (1973): *Atmospheric Thermodynamics* - Reidel Publishing Comp., Dordrecht , 259 pp.

Irwin J.S. (1979): *A theoretical variation of the wind profile power-law exponent as a function of surface roughness and stability* - Atmos. Envir. **13**, 191-194

Ishikawa (1994): *Mass-Consistent wind model as a meteorological processor for tracer transport models* - J. Appl. Meteor., **33**, 733-743

K

Kaimal J.C. (1973): *Turbulence spectra, length scales and structure parameters in the stable surface layer* - Bound. Layer Meteor., **4**, 289-309

Kaimal J.C. (1982): *Sonic Anemometers* – in Air-Sea interaction: instruments and methods ed. by F. Dobson, L. Hasse, R. Davis, Plenum Press, New York, 801 pp.

Kaimal J.C.(1986): *Flux and profile measurements from towers in the boundary layer*– Probing the Atmospheric Boundary Layer (ed.D. Lenschow), American Meteorological Society, Boston, 269 pp.

Kaimal J.C., J.C. Wyngaard, Y. Izumi, O.R. Cotè, (1972): *Spectral characteristics of surface layer turbulence* – Quart. J. Roy. Meteor. Soc., **98**, 653-689

Kaimal J.C., J.C. Wyngaard, S.A. Haugen, O.R. Coté, Y. Izumi, S.J. Caughey, C.J. Reading (1976): *Turbulence structure in the convective boundary layer* – J. Atmos. Sci.., **33**, 2152-2169

Kaimal J.C., N.L. Abshire, R.B. Chadwick, M.T. Decker, W.H. Hooke, R.A. Krpfli, W.D. Neff, F. Pasqualucci (1982): *Estimating the depth of the daytime convective boundary layer* – J. Appl. Meteor., **21**, 1123-1129

Kaimal J.C., L. Kristensen (1991): *Time series tapering for short data samples* – Bound. Layer Meteorol., **57**, 187-194

Kaimal J.C., J.E. Gaynor (1991): *Anather look at sonic thermometry* – Bound. Layer Meteor. **56**, 401-410

Kaimal J.C., J.J.Finnigan (1994): *Atmospheric Boundary Layer Flows: their structure and measurements* - Oxford University Press, New York,. 289 pp.

Kalogiros J.A., C.G. Helmis (1993): *Fast-response humidity measurements with the psychrometric method* – J. Appl. Meteor., **32**, 1499-1507

Kasten F., G. Czeplak (1980): *Solar and terrestrial radiation dependent on the amount and type of clouds* – Solar Energy, **24**, 177-189

Katul G., S.M. Goltz, C. Hsieh, Y. Cheng, F. Mowry, J. Sigmon (1995): *Estimation of heat and momentum fluxes using the flux-variance method above uniform and non-uniform terrain* – Bound. Layer Meteor., **74**, 237-260

Katul G., C. Hsieh, R. Oren, D. Ellsworth, N. Phillips (1996): *Latent and sensible heat flux predictions from a uniform pine forest using surface renewal and flux variance methods* – Bound. Layer Meteor., **80,** 249-282

Katul G., G. Kuhn, J. Schieldge, C.I. Hsieh (1997): *The ejection-sweep character of scalar fluxes in the unstable surface layer* – Bound. Layer Meteor., **83**, 1-26

Kerman B.R., R.E. Mickle, V. Portelli, N.B. Trivett, P.K. Misra (1982): *The Nanticoke shorelaine diffusion experiment, june 1978: Internal Boundary Layer Structure* – Atmos. Envir., **16**, 423-437

Kimball B.A., S.T. Munro (1981): *An accurate, low-maintenance psychrometer* – J. Appl. Meteor., **20**, 1533-1537

Koeltzsch K. (1999): *On the relationship between the lagrangian and eulerian time scale* – Atmos. Envir., **33**, 117-128

Kondo J., A. Miura (1985): Surface heat budget of the western Pacific for May 1979 – J. Meteor. Soc. Japan, **63**, 633-646

Kristensen L. (1998): *Cup anemometer behavior in turbulent environments - – J. of Atmos. Ocean. Tech, **15**, 5-17*

Kristensen L. (2000): *Measuring higher-order moments with a cup anemometer – J. of Atmos. Ocean. Tech. **17**, 1139-1148.*

Kristensen L., D. H. Lenschow (1988): *The effect of nonlinear dynamic sensor response on measured means* – J. Atmos. Ocean. Tech. **5**, 34-43

Kropfli R.A. (1985*): Radar probing and measuremente of the Planetary Boundary Layer: scattering from particulates* - in Probing the Atmospheric Boundary Layer, American Meteorological Society, Boston, MA

Krovetz D.O., M.A. Reiter, J.T. Sigmon (1988): *An inexpensive thermocouple probe-amplifier and its responce to rapid temperature fluctuations in a mountain forest* - J. Atmos. Ocean. Tech **5**, 870- 874

L

Lalas D.P., C.F. Ratto(1996): *Modelling of atmospheric flow fields* – World Scientific, Singapore 753 pp.

Lange W.G., J.A. Businger (1988): *A system foor remote measurements of the wind stress over the ocean* - J. Atmos. Ocean Tech., **5**, 274-285

Larsen S.E., J. Hojstrup, C.H. Gibson (1982): *Fast-response temperature sensors* – in Air-Sea interaction: instruments and methods ed. by F. Dobson, L. Hasse, R. Davis, Plenum Press, New York, 801 pp.

Lee I.Y., H.M. Park (1994): *Parameterization of thr pollutant transport and dispersion in urban strett canyons* – Atmos. Environ., **28**, 2343-2349

Lenschow D.H., C.J. Zhu, B.B. Stankov (1988): *The stably stratified boundary layer over the Great Plains* – Bound. Layer Meteor., **42**, 95-121

Lenschow D.H., J. Mann, L. Kristensen (1994): *How long is long enough when measuring fluxes and other turbulence statistics?* J. Of Atmosf. And Oceanic Tech. **11,** 661-673

Liou K.N. (1992): *Radiation and Cloud Processes in the Atmosphere - Theory, Observations, and Modeling* - Oxford University Press., New York, 487 pp.

Lloyd C.R., A.D. Culf, A.J. Dolman, J.H.C. Gash (1991): *Estimates of sensible heat flux from observations of temperature fluctuations* – Bound. Layer Meteor., **57,** 311-322

Lo A. K. (1979): *On the determination of boundary layer parameters using velocity profile as the sole information* – Bound. Layer Meteor. **17**, 465-484

Lo A.K. (1990): *On the determination of zero-plane displacement and roughness length for flow over forest canopies* – Bound. Layer Meteor., **51**, 255-268

Lo A.K. (1993): *The direct calculation of fluxes and profiles in the marine surface layer using measurements from a single atmospheric level* –J. Appl. Meteor., **32**, 1893-1900

Lo A.K. (1995): *Determination of zero-plane displacement and roughness length of a forest*

canopy using profiles of limited height – Bound. Layer Meteor., **75**, 392-402

Luhar A.K., R.E. Britter (1989): *A random walk model for dispersion in inhomogenous turbulence in a convective boundary layer* – Atmos. Env., **23**, 1911- 1924

Luis J.F. (1979): *A parametric model of vertical eddy fluxes in the atmosphere* – Bound. Layer Meteor., **17**, 187-202

Lumley H.H., H.A. Panofsky (1964): *The structure of atmospheric turbulence.* John Wiley&Sons, New York, 239 pp

M

Mahrt L., J.C. Andrè, R.C. Healt (1982): *Atmospheric transport of sulphur compound pollutatnts.* – Central Electricity Generating Buraeu MID/SSD/80/0026/R, Nottingham, England

Martano P. (2000): *Estimation of surface roughness length and displacement height from single-level sonic anemometer data* – J. Appl. Meteor., **39**, 708-715

Marton M.J. (1987): *A bulk model of the well-mixed boundary layer* – Bound. Layer Meteor., **40**, 165-178

Massman W.J. (2000): *A simple method for estimating frequency response corrections for eddy covariance systems* - Agric. Forest Meteor., **104**, 185-198

Massman W.J., K. Zeller (1988): *Rapid method for correcting the non-cosine response errors of the Gill Propeller Anemometer* – J. of Ocean. Atm. Tech. **5**, 862-869

Mastrantonio G. (1996): *Telesondaggio acustico dell'atmosfera* - CNR IFA R.I. 96-14

Matveev L.T. (1965): *Physics of the Atmosphere* - Israel Program for Scientiphic Translations., Gerusalemme, 678 pp.

McBean G.A (1972): *Instrument requirements for Eddy Correlation measurements* – J. Appl. Meteorol. **11**, 1078-1084

McKeown J. (1980): *Non linear least squares problems* – An Nonlinear Optimization (Theory and Algorithms) ed. by L. Dixon, E. Spedicato, G. Szego – Birkhauser, pp.486

McMillen R. (1988): *An eddy correlation technique with extended applicability to non simple terrain.* Bound. Layer Meteor. **43**, 231-245

Mellor G.L (1973): *Analytical prediction of the properties of stratified planetary boundary layer* – J. Atmos. Sci., **30**, 1061-1069

Mellor G.L., T. Yamada (1974): *A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layer* – J. Atmos. Sci., **31**, 1791-1806

Mellor G.L., T. Yamada (1982): *Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems* – Rev Geoph. And Space Physics, **20**, 851-875

Mitchell A.R., D.F. Griffiths (1995) : *The finite difference method in partial differential equations* – J. Wiley&Sons, New York, 272 pp

Moeng C.H. (1984): *A Large_Eddy-Simulation model for the study of Planetary Boundary Layer turbulence* – J. Atmos. Sciences, **41**, 2052-2062

Moeng C.H., J.C. Wyngaard (1984): *Statistics of conservative scalars in the convective boundary layer* – J. Atmos. Sci.,**41**, 3161-3169

Moeng C.H., J.C. Wyngaard (1989): *Evaluation of turbulent transport and dissipation closures in second-order modeling* – J. Atmos. Sci., **46**, 2311-2329

Monin A.S., A.M. Yaglom (1971a): *Statistical fluid mechanics: mechanics of turbulence Vol. 1* – MIT Press, Cambridge, 769 pp.

Monin A.S., A.M. Yaglom (1971b): *Statistical fluid mechanics: mechanics of turbulence Vol. 2* – MIT Press, Cambridge, 874 pp.

Moore C.J. (1986): *Frequency responce corrections for eddy correlation systems* – Bound. Layer Meteor. **37**, 17-35

Moraes O.L.L. (1988): *The velocity spectra in the stable atmospheric boundary layer* - Bound. Layer Meteor., **43**, 223-230

Moraes O.L.L., M. Epstein (1987): *The velocity spectra in the stable surface layer* – Bound. Layer Meteor., **40**, 407-414

Mori Y. (1986): *Evaluation of several single-pass estimations of the mean and the standard deviation of wind direction* – J. Clim. Appl. Meteor., **25**, 1387-1397

Moussiopoulos N.(1987): *An efficient scheme to calculate radiative transfer in mesoscale models* – Envir. Soft. **2**, 172-191

Moussiopoulos N., T. Flassak, G. Knittel (1988): *A refined diagnostic wind model* - Environ. Software, **3**, 85-94

Munro D.S. (1980): *A portable differential psychrometer system* – J. Appl. Meteor., **19**, 206-214

Murray W. (1972): *Numerical methods for unconstrained optimization* - Academic Press, Londra, 144 pp.

N

Nai-Ping L., W.D. Neff, J.C. Kaimal (1983): *Wave and tubulence structure in a disturbed nocturnal inversion* -–Bound. Layer Meteor., **26**, 141-155

Neff W.D. R.L. Coulter (1986): *Acoustic Remote Sensing*, in *Probing the Atmospheric Boundary Layer,* American Meteorological Society, Boston, 1986.

Nicholls S., M.A. LeMone (1980): *The fair-weather boundary layer in GATE: the relationship of subcloud fluxes and structure to the distribution and enhancement of cumulus clouds* - J. Atmos. Sci., **37**, 2051-2067

Nieuwstadt F.T.M. (1978): *The computation of the friction velocity and the temperature scale from temperature and wind velocity profiles by least-squares methods* – Bound. Layer Meteor. **14**, 235-246

Nieuwstadt F.T.M. (1984): *Some aspects of the turbulent stable boundary layer* – Bound. Layer Meteor., **30**, 31-55

Nieuwstadt F.T.M. (1984): *The turbulent structure of the stable, nocturnal boundary layer* - J. Atmos. Sci., **41**, 2202-2216

Nieuwstadt F.T.M., H. van Dop (1982): *Atmopheric Turbulence and Air Pollution Modelling* – Reidel, Dordrecht, 358 pp.

Nieuwstadt F.T.M. (1984): *The turbulent structure of the stable nocturnal boundary layer* - J. Atmos. Sci, **41**, 2202-2216

Novak M.D. (1991): *Application of a mixed-layer model to bare soil surface* – Bound. Layer Meteor., **56**, 141-161

O

Oke T.R. (1976): *Inadvertent modification of the city atmosphere and the prospects for planned urban climates* - Proc. Symp. Meteorol. Related to Urban and regional land-use planning, Asheville, NC., Word Meteor. Org., Ginevra, 151-175

Oke T.R. (1987): *Boundary Layer Climates* –Routledge, Cambrigde, 435 pp.

Olesen H.R., S.E. Larsen, J. Hostrup (1984): *Modelling velocity spectra in the lower part of the planetary boundary layer* - Bound. Layer Meteor., **29**, 285-312

Otte M.J., J.C. Wyngaard (1996): *A general framework for an unmixed layer PBL model* – J. Atmos. Sci., **53**, 2652-2670

P

Padro J. (1993): *An investigation of Flux-Variance methods and universal functions applied to three land-use types in unstable conditions* – Bound. Layer Metor., **66**, 413-425

Paltridge G.W., C.M. Platt (1976): *Radiative processes in meteorology and climatology* - Elsevier

Panofsky H.A., H. Tennekes, D.H. Lenshow, J.C. Wyngaard(1977): *The caracteristics of turbulent*

velocity components in the surface layer under convective conditions – Bound. Layer Meteor., **11**, 355-361

Panofsky H.A., J.A. Dutton (1983*): Atmospheric Turbulence Models and Methods for engineering applications* - J. Wilye & Sons, New York, 397 pp.

PasquillF., F.B. Smith (1983): *Atmospheric Diffusion (thrd ed.)* – Wiley, New York, 437 pp.

Paulson C.A. (1970): *The matematical representation of wind speed and temperature profiles in the unstable atmospheric surface layer* - J. Appl. Meteor., **9**, 857-861

Paw U K.T., J.Q.Hong-Bing Su, T. Watabane, Y. Brunet (1995): *Surface Renewal analysis: a new method to obtain scalar fluxes* – Agric. Forest Meteor., **74**, 119-137

Peltier L.J., J.C. Wyngaard, S. Khanna, J.G. Brasseur (1996): *Spectra in the unstable surface layer* – J. Atmos. Sci., **53**, 49-61

Percival D.B., A.T. Walden(1993): *Spectral Analysis for physical applications* – Cambridge University Press, Cambridge UK, 583pp.

Petenko I.V., V.A. Bezverkhnii (1999): *Temporal scales of convective coherent structures derived from SODAR data*- Meteorol. Atmos. Phys., **71**, 105-116

Peters G., B. Fischer, H.J. Kirtzel (1998): *One-year operational measurements with a sonic anemometer-thermometer and a doppler Sodar* – J. Atmos. And Ocean. Tech. **15**, 18-28

Pielke R.A. (1984): "*Mesoscale Meteorological Modeling*" - Academic Press, New York, 612 pp.

Pielke R.A., Pearce R.P.(1994): *Mesoscale modeling of the atmosphere* – American Meteorological Society, Meteorological Monographs Vol. 25 N.47, Boston, 167 pp

Pleim J.E., J.S. Chang (1992): *A non-local closure model for vertical mixing in the convective boundary layer* – Atmos. Envir., **26A**, 965-981

Pleim J.E., A. Xiu (1995): *Development and testing of a Surface Flux and Planetary Boundary Layer Model for application in mesoscale models* – J. Appl. Meteor., **34**, 16-32

Pluss C., A. Ohmura (1997): *Longwave radiation on snow-covered mountainous surfaces* – J. Appl. Meteor., **36**, 818-824

Press W.H., S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery (1992): *Numerical Recipes in FORTRAN* – Cambridge University Press, New York, 963 pp.

Proakis J.G., Manolakis D.G. (1992): *Digital signal processing – Principles, Algorithms, and Applications* Macmillan Publishing Company, New York, 969 pp.

R

Rannik U., Vesala T. (1999):*Autoregressive filtering versus linear detrending in estimation fluxes by eddy covariance method* Bound. Layer Meteor. **91**, 259-280

Ratto C.F., R. Festa, C. Romeo, O.A. Frumento, M. Galluzzi (1994): *Mass-consistent models for wind fields over complex terrain: the state of the art* - Environ. Soft. **9**, 247-268

Reid J.D. (1979): *Markov chain simulations of vertical dispersion in the neutral surface layer from surface and elevated releases* – Bound. Layer Meteor., **16**, 3-22

Ribmann J., Tetzlaff G. (1994): *Application of a spectral correlation method for measurements of covariances with fast-response sensors in the atmospheric boundary layer up to a height of 130m and testing of the correlations* – Bound. Layer Meteor. **70**, 293-305

Ripley E.A., R.E. Redmann (1976), Grassland. In Monteith J.L. (ed.), *vegetation and Atmosphere, Vol. 2, Case studies* - Academic Press, London, 349-398

Rodean H.C. (1996): *Stocastic lagrangian models of turbulent diffusion* - American Meteorological Society, Boston 84 pp.

Rodriguez D.J., G.D. Greenly, P.M. Gresho, R.L. Lange, B.S. Lawver, L.A. Lawson, H. Walker (1982): *User's guide to the MATHEW/ADPIC models* - UASG 82-16, Lawrence Livermore Laboratory, University of California, Atmospheric and Geophysical Sciences Division, Livermore, California

Ross D.G., I.N. Smith, P.C. Manins, D.G. Fox (1988): *Diagnostic wind field modeling for complex terrain: model development and testing* - J. Appl. Meteor., **27**, 785-796

Rotach M.W., S.E. Gryning, C. Tassone (1995): *A two-dimensional Lagrangian stocastic dispersion model for daytime conditions* – Quart. J. Roy. Meteor. Soc., **122**, 367-389

S

Schotanus P., F.T.M. Nieuwstadt, H.A.R. De Bruin (1983): *Temperature measurements with a sonic anemometer and its application to heat and moisture fluxes* – Bound. Layer Meteor. **26**, 81-93

Seibert P., F. Beyrich, S.E. Gryning, S. Joffre, A. Rasmussen, P. Tercier (1998*): Mixing height determination for dispersion modelling* – In: Harmonization of the pre-processing of the meteorological data for atmospgheric dispersion models - European Commission COST Action 710 – Final Report EUR 18195 EN

Seinfeld J.H. (1986): "Atmospheric Chemistry and Physics of Air Pollution"; John Wyley&Sons, New York 738 pp

Sherman C.A. (1978): *A mass-consistent model for wind fields over complex terrain* - J. Appl. Meteor., **17**, 312-319

Shuttleworth W.J. (1989): *Micrometeorology of temnperate and tropical forest* - Phil. Trans. Roy. Soc. London B, **324**, 299-334

Snyder R.L., D. Spano, K.T. Paw U (1996): *Surface renewal analysis for sensible heat flux density* – Bound. Layer Meteor., **77**, 249-266

Sorbjan Z. (1986): *On similarity in the atmospheric boundary layer* - Bound. Layer Meteor., **34**, 377-397

Sorbjan Z. (1989): *Structure of the Atmospheric Boundary Layer* - Printice Hall, Englewood Cliffs,NJ, 317 pp.

Sozzi R., M. Favaron (1996): *Sonic anemometry and thermometry: theoretical basis and data-processing software.* Environ. Sofware vol. 11, **4**, 259-270

Sozzi R., M. Favaron, T. Georgiadis (1998): *Method for estimation of surface roughness and Similarity function of the wind speed vertical profile* – J. Appl. Meteorol, **37**, 461-469

Sozzi R., A. Salcido, R. Saldaña Flores, T. Georgiadis (1999): *Daytime net radiation parameterisation for Mexico City suburban areas* – Atmos. Res. **50**, 53-68

Sozzi R., F. Rossi, T. Georgiadis (2000): *Parameter estimation of surface layer turbulence from wind speed vertical profile* - Environ. Modeling&Soft, **16**, 73-85

Spano D. (1995): *Un nuovo metodo di stima del flusso di calore sensibile e dell'evapotraspirazione* – Riv. di Irr. e Dren, 42, **1**, 9-17

Spano D., R.L. Snyder, P. Duce, K.T. Paw U (1996): *Surface renewal analysis for sensible heat flux density using structure functiona* – Agric. Forest Meteor., **86**, 259-271

Stewart J.B., W.P. Kustas, K.S. Hulmes, W.D. Nichols, M.S. Moran, H.A.R. De Bruin(1994):*Sensible heat flux-radiometric surface temperature relationship for eight semiarid areas*- J. Appl. Meteor., **33**, 1110-1117

Stull R.B. (1986): *Transilient turbulence theory, Part III: bulk dispersion rate and numerical stability* – J. Atmos. Sci., **43**, 50-57

Stull R.B. (1987): *Transilient turbulence algorithms to model mixing across finite distances – Envin. Soft. **2**, 4-12*

Stull R.B. (1989): *An Introduction to Boundary Layer Meteorology* - Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 666 pp.

Stull R.B. (1993): *Rewew of non-local mixing in turbullent atmospheres: transilient turbulence theory* – Bound. Layer Meteor.,**62**, 21-96

Stull R.B. (1995): *Meteorology Today For Scientists and Engineers* - West Publishing Company. Minneapolis, 385 pp.

Stull R.B., A.G.M. Driedonks (1987): *Applications of the transilient turbulence parameterization to atmospheric boundary layer simulations* – Bound. Layer Meteor., **40**, 209-239

Sugamura Y., J.W. Telford (1987): *A new thermocouple thermometer* – J. Atmos. Ocean. Tech, **4**, 383-390

Sugita M., T. Hiyama, N. Endo, S. Tian (1995): *Flux determination over a smooth surface under strongly unstable conditions* – Bound. Layer Meteor. **73**, 145-158

Sun W.Y., Y. Ogura (1980): *Modeling the evolution of the convective planetary boundary layer* – J. Atmos. Sci.,**37**, 1558-1572

Surridge A.D. (1990): *The stable boundary layer temperature profile and the effect of the heath loss from the body of the atmosphere* – Atmos. Env., **24A**, 1285-1296

Swinbank W.C. (1963): *Longwave radiation from clear ckies* - Q. J. R. Metor. Soc., **89**, 339-348

T

Tatarski V.I. (1961): *Wave propagation in a turbulent medium* - McGraw-Hill, New York, 285 pp.

Tennekes H., J.L. Lumley (1972): *A first course in the turbulence* - MIT Press, Cambridge (MA) 300 pp.

Tennekes H. (1973): *A model for the dynamics of the inversion above a convective boundary layer* – J. Atmos. Sci, **30**, 558-581

Tichonov A.N., A.A. Samarskij(1981): *Equazioni della fisica matematica* - MIR ed.,Mosca,750 pp.

Tillman J.E. (1972): *The indirect determination of stability, heat, and momentum fluxes in the atmospheric boundary layer from simple scalar variables during dry unstable conditions* – J. Appl. Meteor., **11**, 783-792

Tirabassi T., P. Pasi, T. Georgiadis: *Evaluation of boundary layer parameters from elementary meteorological data near the ground in Antarctica*; Acta of 7th Workshop Italian Research on Antarctic Atmosphere, 22-24 October 1997 – Bologna Italy

Tomasi A. (1983): *The nocturnal surface inversion height in the Po valley* – Atm.. Environ., **17**, 1123-1129

Treviño G., E.L. Andreas (2000): *Averaging interval for spectral analysis of nonstationary turbulence* - Bound. Layer Meteor., **95**, 231-247

Trombetti F., M. Tagliazucca (1994): *Characteristics scales of atmospheric surface layer* – Tech. Report 4, FISBAT-TP-94/1 – CNR-FISBAT, Bologna 149 pp.

Turner D.B. :*Comparison of three methods for calculating the standard deviation of the wind direction* - J. Clim. Appl. Meteor., **25**, 703-707

U

Ulke A.G. (2000): *New turbulent parameterization for a dispersion model in the atmospheric boundary layer* – Atmos. Envir., **34**, 1029-1042

U.S. Environmental Protection Agency (1987*): On-Site Meteorological Program Guidance for Regulatory Modeling Applications*; EPA-450/4-87-013

US_EPA (1995):*A user's guide for the CALMET meteorological model;* EPA-454/B-95-002

US- EPA (1995):*A user's guide for the CALPUFF dispersion model;* EPA-454/B-95-006

U.S. Environmental Protection Agency (2000*): Meteorological monitoring guidance for regulatory modeling applications* -; EPA-454/R-99-005

V

Van Atta C.W. (1977): *Effect of coherent structures on structure funcions of temperature in the atmospheric boundary layer* –Arch. Mech. **29**, 161-171

Van Ulden A.P., A.A.M. Holtslag (1985): *Estimation of atmospheric boundary layer parameters for diffusion applications* – J. Clim. Appl. Meteor., **24**, 1196-1207

Venkatram A. (1980): *Estimating the Monin-Obukhov length in the stable boundary layer for dispersion calculations* – Bound. Layer Meteor., **19**, 481-485

Venkatram A. (1980): *Dispersion in the Stable boundary layer;* in "Lectures on Air Pollution Modeling, ed. A. Venkatram, J.C. Wyngaard, American Meteorological Society, Boston, 390 pp.

Venkatram A. (1988): *Topics in Applied Dispersion Modeling* – in Lectures on Air Pollution Modeling ed. A.Venkatram, J.C. Wyngaard, American Meteorological Society, Boston, 390 pp.

Verhoef A., H.A.R. De Bruin, B.J.M. Van den Hurk (1997): *Some practical notes on the parameter* kB^{-1} *for sparse vegetation* - J. Appl. Meteor., **36**, 560- 572

Vickers D., L. Mahrt (1997): *Quality Control and Flux Sampling Problems for tower and aircraft data* - J. of Atmos. And Ocean. Tech. **14**: 512-526

W

Walko R.L., W.R. Cotton, R.A. Pielke (1992): *Large-Eddy Simulation of the effects of hilly terrain on the convective boundary layer* – Bound. Layer Meteor. **58**, 133-150

Wallace J.M., P.V. Hobbs (1977): *Atmospheric Science* Academic Press, Orlando,. 467 pp

Wang L.P., D.E. Stock, B.K. Lamb (1988): *On the relationship between lagrangian and eulerian scales for Kraichnan's gaussian random velocity field* - in Proceeding Eighth Symposium on Turbulence and Diffusion, American Meteorological Society, 25-29 Aprile 1988, San Diego, CA.

Weaver H.L. (1990): *Temperature and humidity flux-variance relations determinated by one-dimensional eddy correlation* - Bound. Layer. Meteor.,**53**, 77-91

Webb E.K., G.I. Pearman, R. Leuning (1980): *Correction of flux measurements for density effects due to heat and water vapour transfer* – Quart. J. Roy. Meteor. Soc. **106**, 85-100

Weber R. (1991): *Estimator for the standard deviation of wind direction based on moments of the cartesian components* – J. Appl. Meteor., **30**, 1341-1353

Weber R. (1992): *A comparaison of different estimators for the standard deviation of wind direction based on persistence* – Atmos. Environ., **26A**, 983-986

Weber R. (1997): *Estimators for the standard deviation of horizontal wind direction* – J. Appl. Meteor., **36**, 1403-1415

Weber R. (1999): *Remarks on the definition and estimation of friction velocity* - Bound. Layer Meteor. **93:** 197-209.

Weil J.C. (1990): *A diagnosis of the asymmetry in top-down and bottom-up diffusion using a Lagrangian stochastic model* - J. Atmos. Sci., **47**, 501-515

Weill A., C. Klapisz, B. Strauss, F. Baudin, C. Jaupart, P. Van Grunderbeeck, J.P. Goutorbe (1980): *Measuring heat flux and structure functions of temperature fluctuations with an acustic doppler SODAR* - J. Appl. Meteor., **19**, 199-205

Wesely M.L. (1988): *Use of variance techniques to measure dry air-surface exchange rates* – Bound. Layer Meteor., **44**, 13-31

Wetzel P.J. (1982): *Toward parameterization of the stable boundary layer* - J. Atmos. Sci., **21**,7-13

Wieringa J. (1993): *Representative roughness parameters for homogeneous terrain* – Bound. Layer Meteor., **63**, 323-363

Willis G.E., J.W. Deardorff (1974*): A laboratory model of the unstable planetary boundary layer* – J. Atmos. Sci., **31**, 1297-1307

Willis G.E., J.W. Deardorff (1976*): A laboratory study of dispersion from an elevated source in a convective mixed layer* – Atmos. Envir. **12**, 1305-1313

Willis G.E., J.W. Deardorff (1978*): A laboratory study of diffusion into a convective planetary boundary layer* – J. Q. J. R. Meteorol. Soc., **105**, 109-117

Willis G.E., J.W. Deardorff (1981*): A laboratory study of dispersion from a source in the middle of the convective planetary boundary layer* – Atmos. Envir.,**12**, 1305-1313

Wippermann F.(1973): *The Planetary Boundary Layer* – Deutscher Wetterdienst, Offenbach

Wyngaard J.C., O.R. Cotè, Y. Izumi (1971): *Local free convection, similarity and the budgets of shear stress and heat flux* – J. Atmos. Sci, **28**, 1171-1182

Wyngaard J.C., O.R. Cotè (1972): *Cospectral similarity in the atmospheric surface layer* – Quart. J. Roy. Meteor. Soc., **98**, 590-603

Wyngaard J.C., W.T. Pennell, D.H. Lenschow, M.A. LeMone (1978): *The temperature-humidity covariance budget in the convective boundary layer* - J. Atmos. Sci., **35**, 47-58

Wyngaard J.C., B. Kosovic (1994): *Similarity of structure-function parameters in the stably stratified boundary layer* - Bound. Layer Meteor., **71**, 277-296

Wyngaard J.C. (1973): *On surface-layer turbulence* - Workshop on Micrometeorology D.A. Haugen, Ed, Amererican Meteorological Society 101-149

Wyngaard J.C. (1990): *Scalar fluxes in the planetary boundary layer* - Bound. Layer Meteor. **50**, 49-79

X

Xinmei H., T.J. Lyons, R.C.G. Smith, J.M. Hacker, P. Schwerdfeger (1993): *Estimation of surface energy balance from radiant surface temperature and NOAA AVHRR sensor reflectances over agricoltural and native vegetation* – J. Appl. Meteoror., **32**, 1441-1449

Xue M., K.K. Droegemeier, V. Wong, A. Shapiro, K. Brewster (1995): ARPS (Advanced regional prediction system): User's guide – CAPS Center for Analysis and prediction of storms

Y

Yamada T., G.L. Mellor (1975): *A simulation of the Wangara atmospheric boundary layer data* - J. Atmos. Sci., **32**, 2309-2329

Yamada T.(1976): *On similarity functions A, B and C of the planetary boundary layer*. Journal of Atmospheric. Science, 33:781-793

Yamartino R.J. (1984): *A comparison of several single-pass estimators of the standard deviation of wind direction* – J. Clim. Appl. Meteor., **23**, 1362-1366

Yamartino R.J., G. Wiegard (1986): *Development and evaluation of simple models for the flow, turbulence and pollution concnetration fields within an urban strett canyon* – Atmos. Environ., **20**, 2137-2156

Yamazawa H. (1989): *Development of a three-dimensional local scale atmospheric model with turbulence closure model* – JAERI – M 89-062 Japan Atomic Energy Research Institute

Z

Zannetti P.(1990): *Air Pollution Modeling - Theories, computational methods and available software* - Van Nostrand Reinhold, New York, 444 pp

Zhang Q., R.B. Stull (1992): *Alternative nonlocal descriptions of boundary layer evolution* – J. Atmos. Sci.,**49**, 2267-2281

Zilitinkevich S.S. (1975): *Comment on a paper by H. Tennekes* – J. Atmos. Sci., **32**, 991-992

Zilitinkevich S.S. (1989): *Velocity profiles, the resistance law and the dissipation rate of mean flow kinetic energy in neutrally and stably boundary layer* – Bound. Layer Meteor. **46**, 367-378

Zoumakis N.M. (1992): *Estimating the zero-plane displacement and roughness length for tall vegetation and forest canopies using semi-empirical wind profiles* – J. Appl. Meteor., **32**, 574-579